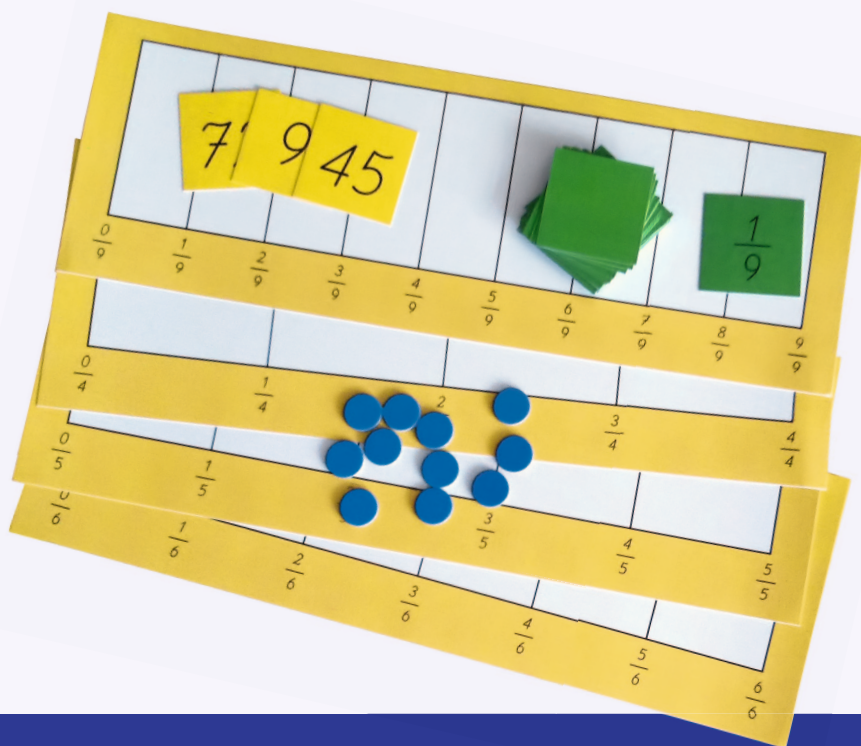


Mathe sicher können

Auszug
"D2 - Dezimalzahlen
ordnen und vergleichen"
aus:

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept
zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen



Brüche, Prozente, Dezimalzahlen

Ermöglicht durch



Herausgegeben von
Susanne Prediger
Christoph Selter
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger

So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept

In den 16 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.

Standortbestimmung – Baustein B4 A

Kann ich Addition und Subtraktion von Brüchen verstehen?

1 Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen

a) Rechne aus: $\frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{\square}{\square}$ Rechnung:

b) Erkläre deine Rechnung mit einem Bild:

c) Rechne aus: $\frac{9}{11} - \frac{4}{11} = \frac{\square}{\square}$ Rechnung:

☺
☹

16 Basiskompetenzen
gliedern die Bausteine und verbinden Diagnose und Förderung.

Diagnose:
Mit 2 bis 4 Aufgaben in der Standortbestimmung stellen Sie fest, was die Lernenden schon können.

Die Standortbestimmungen befinden sich im hinteren Teil dieser Handreichungen als Kopiervorlage.

1 Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen

1.1 Anteile und Aufgaben beim Verteilen sehen

a) Welchen Anteil bekommt jeder? Mit welchen Plus- und Minus-Aufgaben kann man

- den ganzen Schokoriegel
- Kenans oder Dilaras Anteil vom Schokoriegel beschreiben?

b) Finde weitere Möglichkeiten, wie Dilara und Kenan den Schokoriegel oben teilen können. Schreibe wie in a) passende Aufgaben auf.

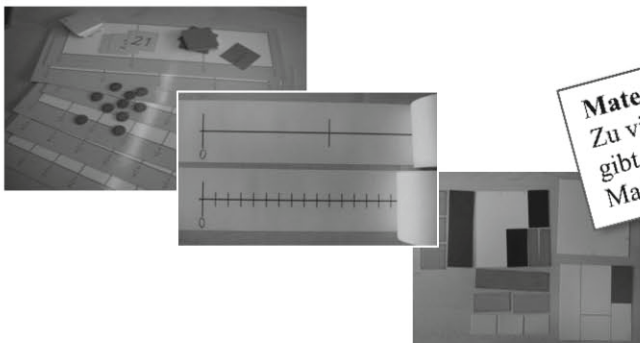
c) Emily und Maurice haben auch Aufgaben geschrieben und gezeichnet:

Emily: $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} = \frac{10}{10}$

Maurice: $\frac{5}{10} + \frac{5}{10} = \frac{10}{10}$

Förderung:
Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine passende Fördereinheit, die differenziert und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.



Material:
Zu vielen Förderaufgaben gibt es Material, mit dem man Mathe besser verstehen kann.

Tipps zum Material sind in dieser Handreichung.
Viele Materialien befinden sich im zugehörigen Materialkoffer von Cornelsen Experimenta

Mathe sicher können

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

Brüche, Prozente und Dezimalzahlen

Herausgegeben von

Susanne Prediger
Christoph Selter
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger

Entwickelt und Erprobt von

Stephan Hußmann
Birte Pöhler
Susanne Prediger
Andrea Schink
Lara Sprenger

Erarbeitet an der Technischen Universität Dortmund
im Rahmen von `Mathe sicher können`, einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung.

Herausgeber: Susanne Prediger, Christoph Selter, Stephan Hußmann, Marcus Nührenbörger
Autorinnen und Autoren: Stephan Hußmann, Birte Pöhler, Susanne Prediger, Andrea Schink,
Lara Sprenger

Redaktion: Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger

Illustration der Figuren: Andrea Schink

Alle sonstigen Bildrechte für Illustrationen und technische Figuren liegen bei den
Herausgebern.

Umschlaggestaltung: Corinna Babylon

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:
www.mathe-sicher-koennen.de/Material

Die Links zu externen Webseiten Dritter, die in diesem Lehrwerk angegeben sind,
wurden vor Drucklegung sorgfältig auf ihre Aktualität geprüft. Der Verlag übernimmt keine
Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Seiten oder solcher,
die mit ihnen verlinkt sind.

1. Auflage, 1. Druck 2014

© 2014 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt.

Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen
schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Hinweis zu den §§ 46, 52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche
Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich
gemacht werden.

Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Druck: DBM Druckhaus Berlin-Mitte GmbH

ISBN 978-3-06-006536-3



PEFC zertifiziert
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig
bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten
Quellen.
www.pefc.de

Inhaltsverzeichnis der Handreichungen Brüche, Prozente und Dezimalzahlen

Hintergrund des Diagnose- und Förderkonzepts

(Susanne Prediger, Christoph Selter, Stephan Hußmann & Marcus Nührenböcker)

Ausgangspunkte und Leitideen	7
Strukturierung des Diagnose- und Fördermaterials	7
Strukturierung der Handreichung	9

Einbettung 1: Lernförderliche Unterrichtsmethoden

(Gastbeitrag von Bärbel Barzel, Markus Ehret, Raja Herold & Timo Leuders)

13

Einbettung 2: Anregung und Unterstützung der fachbezogenen Unterrichtsentwicklung

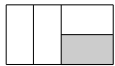
(Gastbeitrag von Olivia Mitas & Martin Bonsen)

17

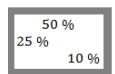
Bruchverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

B1 Brüche und Prozente verstehen

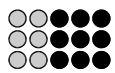
(Andrea Schink & Susanne Prediger)



B1 A Ich kann Anteile von einem Ganzen bestimmen und darstellen 21



B1 B Ich kann Prozente bestimmen und darstellen 31



B1 C Ich kann Anteile von Mengen bestimmen und darstellen 38

B2 Gleichwertigkeit verstehen

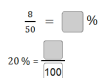
(Andrea Schink, Birte Pöhler & Susanne Prediger)



B2 A Ich kann gleichwertige Anteile in Bildern und Situationen finden 47



B2 B Ich kann gleichwertige Brüche durch Erweitern und Kürzen finden 55

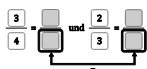


B2 C Ich kann Brüche und Prozente ineinander umwandeln 64

Rechnen mit Brüchen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

B3 Brüche und Prozente ordnen

(Andrea Schink & Susanne Prediger)



B3 A Ich kann Brüche gleichnamig machen 73



B3 B Ich kann Brüche und Prozente vergleichen und der Größe nach ordnen 81

B4 Mit Brüchen rechnen

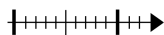
(Andrea Schink & Susanne Prediger)



B4 A Ich kann Addition und Subtraktion von Brüchen verstehen 91

Dezimalverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

D1 Stellenwerte von Dezimalzahlen verstehen
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)



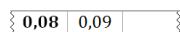
E	z	h	t
2	3	8	5

D1 A Ich kann Stellenwerte von Dezimalzahlen verstehen

101

D2 Dezimalzahlen ordnen und vergleichen

(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)



D2 A Ich kann zu Dezimalzahlen Nachbarzahlen angeben und in Schritten zählen 113

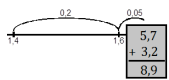
$$0,3 < 0,5$$

D2 B Ich kann Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen

122

Rechnen mit Dezimalzahlen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

D3 Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)



D3 A Ich kann am Zahlenstrahl und schriftlich addieren und subtrahieren

128

D4 Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)

$$8,7 \cdot 10$$
$$8,7 : 10$$

D4 A Ich kann Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren und dividieren

139

$$3 \cdot 0,6$$
$$1,8 : 3$$

D4 B Ich kann Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren

146

Zusammenhang von Dezimalzahlen und Brüchen – Hinweise zu dem Diagnose- und Förderbaustein

DB Zwischen Brüchen und Dezimalzahlen übersetzen
(Lara Sprenger, Andrea Schink, Stephan Hußmann & Susanne Prediger)

$$0,2 = \frac{\quad}{\quad}$$
$$\frac{1}{10} = \frac{\quad}{\quad}$$

DB Ich kann einfache Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln

155

Kopiervorlagen

165

Standortbestimmungen (Diagnosebausteine)

(Andrea Schink, Lara Sprenger & Birte Pöhler)

Auswertungstabellen

D2 A Zu Dezimalzahlen Nachbarzahlen finden und in Schritten zählen – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Nachbarzahlen

Das Bestimmen von Nachbarzahlen dient der Grundorientierung am Zahlenstrahl. Um die Lage einer Ausgangszahl zu beschreiben, hilft es, zu wissen, zwischen welchen anderen Zahlen diese Ausgangszahl liegt.

In den natürlichen Zahlen spricht man von Vorgänger und Nachfolger, Nachbar-Zehner, Nachbar-Hunderter, etc. Bei den Dezimalzahlen kann man aufgrund der Dichtheit der Zahlen nicht von Vorgänger und Nachfolger sprechen, denn diese existieren im Zahlbereich der rationalen Zahlen nicht mehr, da zwischen zwei Zahlen unendlich viele andere Zahlen liegen. Nachbarzahlen in diesem Bereich werden deshalb anhand der Stellenwerte differenziert:

- Nachbar-Einer: Nachbarzahlen ohne Nachkommastelle, z.B. 4 und 5 für 4,567
- Nachbar-Zehntel: Nachbarzahlen mit einer Nachkommastelle, z.B. 4,5 und 4,6 für 4,567
- Nachbar-Hundertstel: Nachbarzahlen mit zwei Nachkommastellen, z.B. 4,56 und 4,57 für 4,567
- usw.

Es gilt allerdings zu beachten, dass z.B. Nachbar-Einer und Nachbar-Zehntel gleich sein können, so ist die 3 gleichzeitig Nachbar-Zehntel und Nachbar-Einer der Zahl 3,1.

Des Weiteren können Schwierigkeiten auftauchen, wenn beispielsweise zu der Zahl 5,18 die Nachbar-Hundertstel bestimmt werden sollen. Ist die Zahl selbst eine Hundertstel-Zahl, werden als Nachbar-Hundertstel die beiden *benachbarten* Hundertstel angegeben, in unserem Beispiel 5,17 und 5,19.

Zählen in Schritten

Das Zählen in Schritten bedeutet mathematisch eine fortgesetzte Addition / Subtraktion einer gleichbleibenden Schrittgröße zu / von einer festen Startzahl.

Im Bereich der natürlichen Zahlen wird der Zählvorgang ökonomisiert, da nicht mehr alle Objekte einzeln, sondern Gruppierungen gezählt werden müssen – dies bedeutet ein Zusammenfassen mehrerer Schritte der Größe 1 zu Schritten z.B. der Größe 2, 3 oder 5 (vgl. Schäfer 2005, S. 82). Dies stellt einen Übergang von zählenden Strategien zum Nutzen von nicht-zählenden Strategien dar und unterstützt das Mustererkennen in Zahlreihen.

Bei den Dezimalzahlen ist von ähnlichen Fertigkeiten auszugehen, allerdings werden die Schritte im Vergleich zur Schrittgröße 1 nicht nur größer, sondern auch kleiner. Das Wissen aus dem Bereich der natürlichen Zahlen kann übertragen werden, wenn verstanden wurde, was die Stellen der Dezimalzahl jeweils bedeuten (wird in Baustein **D1 A** erarbeitet), welche sich bei verschiedenen Schrittgrößen verändern und was an Stellenübergängen passiert. Ein typischer Zählfehler ist

hier z.B. 2,8 – 2,9 – 2,10 – 2,11 – usw. Diese Schülerinnen und Schüler sehen die beiden Ziffern rechts und links vom Komma vermutlich getrennt. Da sich nur rechts vom Komma etwas verändert, wird auch nur dort weitergezählt ohne zu berücksichtigen, dass zehn Zehntel zu einem Einer gebündelt werden und somit auf die 2,9 die 3 folgt.

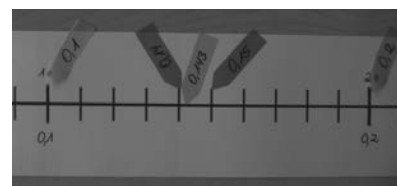
Veranschaulichung und Material

Zahlenstrahl

Als zentrale Darstellung für die Erarbeitung der Nachbarzahlen und des Zählens in Schritten wird der Zahlenstrahl genutzt. Die Beschriftung des Hundertstel-Zahlenstrahls aus Baustein **D1 A** kann beibehalten werden.

Nachbar-Einer, Nachbar-Zehntel und Nachbar-Hundertstel können durch die Skalierung bis zu den Hundertsteln genau markiert werden. Unter der Voraussetzung, dass der Aufbau des Zahlenstrahls und somit auch die Wertigkeit der einzelnen Striche verstanden sind (Baustein **D1 A**), kann man sich für das Bestimmen der Nachbarzahlen an den Einer- / Zehntel- / Hundertstel-Strichen orientieren und von der Ausgangszahl jeweils schauen: „Zwischen welchen beiden Einer- / Zehntel- / Hundertstel-Strichen liegt meine Zahl?“

Die Arbeit am Zahlenstrahl zeigt außerdem, dass das Intervall (erst Einer, dann Zehntel, dann Hundertstel) immer feiner untergliedert wird und die Ausgangszahl trotzdem weiterhin zwischen den Nachbarzahlen liegt.



Nachbarzahlen zu 0,143 am Zahlenstrahl

Auch das Zählen in Schritten kann am Zahlenstrahl gut umgesetzt werden, da die Schritte als Bögen oder Sprünge dargestellt werden und somit den Zählvorgang veranschaulichen können. Es ist darauf zu achten, dass diese Bögen innerhalb eines Zahlenstrahls immer gleich groß sind. Bei verschiedenen Zahlenstrahlen können die Bögen aufgrund der verschiedenen Skalierung gleich groß sein, obwohl sie verschieden große Schritte visualisieren.



Zählen in Schritten am Zahlenstrahl visualisiert

Aufbau der Förderung

Bei der Erarbeitung der Nachbarzahlen in **Fördereinheit 1 (Nachbarzahlen)** wird gerade zu Beginn besonderer Wert auf die Handlung an dem Anschauungsmittel Zahlenstrahl gelegt. Bei Unklarheit in 1.1 können zunächst nochmals die Bezeichnungen Zehntel, Hundertstel, etc. am Zahlenstrahl wiederholt werden (siehe Baustein **D1 A**): „Was sind Zahlen ohne / mit einer / mit zwei Nachkommastellen und wo trägt man sie am Zahlenstrahl ein?“ So können auf dieser Grundlage die Begrifflichkeiten Nachbar-Einer / -Zehntel / -Hundertstel eingeführt werden.

Beim Üben in Aufgabe 1.2 sollten individuelle Fehler und Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schülern angesprochen und evtl. auch in der Kleingruppe thematisiert werden. Der große Zahlenstrahl kann auch hier immer wieder als Visualisierung angeboten werden.

Auch in **Fördereinheit 2 (Zählen in Schritten)** spielt die Handlung bzw. die Veranschaulichung am Zahlenstrahl eine große Rolle. Das Zählen in Schritten wird zunächst mithilfe von Zahlenkarten am großen Zahlenstrahl (2.1) verdeutlicht:

- Was verändert sich von Zahl zu Zahl?
- Welchen Zusammenhang gibt es zwischen den Zahlen?
- Wie könnte es weitergehen?
- In welchen Schritten wird gezählt?

Diese Fragen können während dieser Fördereinheit immer wieder eingebracht werden und zu Gesprächen

und dem Erkennen von Mustern in den Zahlreihen motivieren.

Im weiteren Verlauf erfolgt eine Ablösung vom Zahlenstrahl dahingehend, dass zunächst noch kleine Zahlenstrahlen das Zählen in Schritten veranschaulichen, sich aber am Ende auch davon gelöst wird. Bei Schwierigkeiten kann der Zahlenstrahl als Unterstützung trotzdem hinzugezogen werden und den Zählprozess hervorheben.

Die Zahlenreihen werden hierzu in „Bändern“ dargestellt, die rechts und links wie abgerissen wirken. Dies soll verdeutlichen, dass sowohl rückwärts als auch vorwärts immer weiter gezählt werden kann, genauso wie in den abgebildeten Stellenwerttafeln in Baustein **D1 A**.

0,28	0,29	0,3	0,31	0,32
------	------	-----	------	------

Zahlenreihe zum Zählen in Schritten

Weiterführende Literatur

- Schäfer, J. (2005): Rechenschwäche in der Eingangsstufe der Hauptschule. Lernstand, Einstellungen und Wahrnehmungsleistungen: eine empirische Studie. Hamburg: Kovac, 80 - 83.
- Schmassmann, M. (2009): „Geht das hier ewig weiter?“ In: Fritz, A. / Schmidt, S. (Hrsg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sek I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden. Weinheim: Beltz Praxis, 167 - 185.

D2 A – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Zu Beginn Standortbestimmung mit den Schülerinnen und Schülern durchgehen und ggf. Fragen zu Aufgabenstellungen klären.

Kann ich zu Dezimalzahlen Nachbarzahlen angeben und in Schritten zählen?

1 Nachbarzahlen

a) Zwischen welchen beiden Zahlen ohne Nachkommastelle steht die Zahl in der Mitte? Trage ein.

5	5,81	6
9	9,43	10
2	2,6	3
4	4,95	5
6	7	8

b) Zwischen welchen beiden Zahlen mit einer Nachkommastelle steht die Zahl in der Mitte? Trage ein.

5,4	5,31	5,5
9,4	9,43	9,5
2,5	2,6	2,7
4,9	4,95	5
6,9	7	7,1



2 In Schritten vorwärts und rückwärts zählen

a) Zähle von 5,4 in Einer-Schritten vorwärts und rückwärts. Fülle die leeren Kästchen aus.

2,4 3,4 4,4 5,4 6,4 7,4 8,4 9,4

b) Zähle von 2,7 in Zehntel-Schritten vorwärts und rückwärts. Fülle die leeren Kästchen aus.

2,4 2,5 2,6 2,7 2,8 2,9 3 3,1

c) Zähle von 0,4 in 0,2er-Schritten vorwärts. Fülle die leeren Kästchen aus.

0,4 0,6 0,8 1 1,2 1,4 1,6 1,8

d) Fülle die leeren Kästchen aus. Schreibe auf, in welchen Schritten gezählt wird.

2,2 2,7 3,2 3,7 4,2 4,7 5,2 5,7

Es wird in 0,5er/5 Zehntel-Schritten gezählt.

7,64 7,65 7,66 7,67 7,68 7,69 7,7 7,71

Es wird in 0,01er/Hundertstel-Schritten gezählt.



Hinweise zur Auswertung:

Diagnoseaufgabe 1: Nachbarzahlen

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a), b) Nicht konsequent in a) Einer und in b) Zehntel eingetragen, sondern auch Hundertstel, etc. Nicht bearbeitet. Immer den vermutlichen Vorgänger / Nachfolger in dem Stellenwert angeben, z.B. 9,42 und 9,44 für die Zahl 9,43.	Die inhaltliche Bedeutung von Nachbarzahlen im Dezimalzahlbereich ist unklar. Die inhaltliche Bedeutung von Nachbarzahlen im Dezimalzahlbereich ist unklar. Außerdem wird davon ausgegangen, dass es wie bei den natürlichen Zahlen immer Vorgänger und Nachfolger gibt.	Erarbeitung der inhaltlichen Bedeutung von Nachbarzahlen unter besonderer Berücksichtigung des Zahlenstrahls (1.1), danach Üben (1.2).
b) z.B. 2,6 und 2,7 für 2,6	Wenn Nachbar-Zehntel zu einer Zehntel-Zahl gesucht werden, wird die Zehntel-Zahl als kleineres Nachbar-Zehntel gesehen.	
a) z.B. 1 und 468 für 1,468 / 0 und 4 für 0,4 z.B. 1 000 und 2 000 für 1,468	Vorstellung, dass das Komma zwei natürliche Zahlen trennt – das sind die beiden Zahlen ohne Nachkommastelle, zwischen denen die Zahl steht. Die Zahl wird als natürliche Zahl ohne Berücksichtigung des Kommas gesehen und dazu werden die Nachbar-Tausender bestimmt.	s.o. Aufbau von Dezimalzahlen wiederholen (D1 A).

Diagnoseaufgabe 2: In Schritten vorwärts und rückwärts zählen

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
a) - d)	z.B. 0,6 – 0,8 – 0,10 – 0,12 – usw.	Das Komma trennt zwei natürliche Zahlen: Die Zahl links vom Komma bleibt gleich, die Zahl rechts vom Komma wird in der angegebenen Schrittgröße erhöht ohne Berücksichtigung des Stellenübergangs.	Erarbeitung des Zählens in Schritten unter besonderer Berücksichtigung des Zahlenstrahls (1.1 - 1.2). Erarbeitung von Stellenübergängen (2.3) und üben (2.4 - 2.5).
	Nichtbeachtung der vorgegebenen Schrittgröße	Die Schrittgröße wird nicht richtig erkannt und / oder konsequent genutzt.	
d)	7,67 – 7,68 – 7,69 – 8,0 – 8,1	Stellenübergang ist unklar.	Bestimmen der Schrittgrößen von Zahlreihen erarbeiten und üben (2.4; 2.6).
	Es wird in 5 / 1 -Schritten gezählt.	Nichtbeachtung der Stellenwerte bei der Angabe der Schrittgröße. Es gibt eine Änderung um 5 bzw. 1, aber die Angabe in welchem Stellenwert, also 5 Zehntel / 1 Hundertstel fehlt.	
d.2)	Es wird in 0,1 -Schritten gezählt	Schwierigkeiten, die richtige Schrittgröße bei einer teilweise vorgegebenen Zahlreihe zu bestimmen. Unklar, wie die Schrittgröße ist, wenn sich in der Hundertstel-Stelle etwas um 1 verändert.	

1 Nachbarzahlen

1.1 Erarbeiten (10 - 15 Minuten)

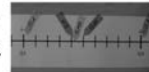
Ziel: Nachbarzahlen am Zahlenstrahl bestimmen

Material: MB: Hundertstel-Zahlenstrahl, Tausendstel-Folie, bunte Pfeile, Folienstift; Büroklammern o.ä. zum Anheften der Pfeile

Umsetzung: UG

Methode: 0,743 auf großem Zahlenstrahl (mit 0 und 1 markiert) für alle sichtbar mit gelbem bunten Pfeil markieren (vorher Zahl auf Pfeil schreiben), evtl. mithilfe der Tausendstel-Folie.

1.1 Nachbar-Einer, Nachbar-Zehntel und Nachbar-Hundertstel



a) Arbeite am großen Zahlenstrahl. Markiere die Zahl 0,743. Erkläre, wie du die Zahl gefunden hast.

b) Zwischen welchen Zahlen **ohne** Nachkommastelle liegt die Zahl 0,743? Zwischen welchen Zahlen **mit einer** Nachkommastelle liegt die Zahl 0,743? Zwischen welchen Zahlen **mit zwei** Nachkommastellen liegt die Zahl 0,743? Erkläre, wie du die Nachbarzahlen gefunden hast.

Impuls: Um zu zeigen, wo eine Zahl auf dem Zahlenstrahl liegt, sagen wir, zwischen welchen anderen Zahlen sie liegt.

Methode: Einer, Zehntel usw. jeweils mit gleichfarbigen bunten Pfeilen markieren (vorher Zahlen auf Pfeile schreiben).

Impuls zur Klärung der Begrifflichkeiten: Welche Zahlen haben keine Nachkommastellen? → Einer, deshalb nennt man 0 und 1 auch *Nachbar-Einer* von 0,743.

Für 0,7 und 0,8 als *Nachbar-Zehntel* (jeweils eine Nachkommastelle) und 0,74 und 0,75 als *Nachbar-Hundertstel* (jeweils Nachkommastellen) analog.

Hintergrund: Nachbar-Hundertstel sind jetzt 0,51 und 0,53, da die Zahl keine Tausendstel hat.

Weitere Aufgabe bei Unsicherheit: Mit weiteren Zahlen üben.

c) Markiere die Zahl 0,52. Finde dazu die *Nachbar-Einer*, die *Nachbar-Zehntel* und die *Nachbar-Hundertstel*.

1.2 Üben (8 - 10 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Nachbarzahlen zu Dezimalzahlen bestimmen

Material: MB: Ggf. Hundertstel-Zahlenstrahl

Umsetzung: a) EA; b) UG; c) EA; d) Aufgabengenerator (PA)

Zu beachten: Erste Zeile als Beispiel.

Methode: Vorgehen von links nach rechts anregen (gilt auch für c).

Lösung: Leichter, wenn die Zahl mehr Stellen hat als die gesuchte Nachbarzahl, z.B. Nachbar-Zehntel zu 0,63.

Schwerer, z.B. bei Nachbar-Zehntel oder Nachbar-Hundertstel zu 6,3.

Methode: Auf individuelle Schwierigkeiten der Lernenden eingehen (gilt auch für c).

1.2 Nachbarzahlen üben

a) Zwischen welchen Nachbarzahlen liegen diese Zahlen? Trage ein. Du kannst als Hilfe den großen Zahlenstrahl benutzen.

Nachbar-Einer	Nachbar-Zehntel	Nachbar-Hundertstel
2 2,787 3	2,7 2,787 2,8	2,78 2,787 2,79
0 0,063 1	0 0,063 0,1	0,06 0,063 0,07
0 0,63 1	0,6 0,63 0,7	0,62 0,63 0,64
6 6,3 7	6,2 6,3 6,4	6,23 6,3 6,34

b) Welche Nachbarzahlen kannst du leicht finden? Wo fällt es schwerer? Erkläre, woran das liegt.

c) Zwischen welchen Nachbarzahlen liegen diese Zahlen? Trage wieder ein.

Nachbar-Einer	Nachbar-Zehntel	Nachbar-Hundertstel
0 0,909 1	0,9 0,909 1	0,9 0,909 0,91
9 9,09 10	9 9,09 9,1	9,08 9,09 9,1
90 90,9 91	90,8 90,9 91	90,83 90,9 90,91
908 909 910	908,9 909 909,1	908,93 909 909,01

d) Einer denkt sich eine Zahl aus, der andere gibt dazu die Nachbarzahlen an. Wechselt euch ab.

2 In Schritten zählen

2.1 Erarbeiten (8 - 10 Minuten)

Ziel: Am Zahlenstrahl in Schritten zählen

Material: MB: Kartensatz D2 A 2.1, Hundertstel-Zahlenstrahl

Umsetzung: UG

Hintergrund: Hundertstel-Zahlenstrahl mit 0 und 1 markieren.

Impuls: Welchen Zusammenhang gibt es zwischen den Zahlen? Was verändert sich in den Zahlen? → Es verändert sich nur die Zehntelstelle immer um 1. Wie könnte es weitergehen? → 1,04 – 1,14 – usw. In welchen Schritten wird gezählt? → In Zehntel-schritten. / In 0,1er-Schritten.

Methode: Evtl. Karten vom Zahlenstrahl lösen und nochmal nur die Zahlenreihe betrachten.

Zu beachten: Impulse wie in a)

Hintergrund: Es verändert sich nur die Zehntelstelle, allerdings wird in 0,2er-Schritten gezählt. Es geht weiter mit 1,1 – 1,3 – usw.

2.1 Zahlreihen am Zahlenstrahl



a) Lege die gelbe Zahlenreihe an die richtigen Stellen am Zahlenstrahl. Erkläre, wie du schnell die nächste Zahl in der Reihe finden kannst.

b) Lege jetzt die orangefarbene Zahlenreihe an die richtigen Stellen am Zahlenstrahl. Nutze deine Erklärung aus a), um zu erklären, wie du hier schnell die nächste Zahl in der Reihe finden kannst.

2.2 Üben (10 - 15 Minuten)

Ziel: Formal und am Zahlenstrahl in Schritten zählen

Material: -

Umsetzung: EA

Hintergrund: Zählen in Einer-Schritten.

Impuls: Was verändert sich an den Zahlen jeweils? → Es verändert sich jeweils die Einerstelle um 1. Zu beachten: Betonung, dass die Bögen an einem Zahlenstrahl immer die gleiche Länge haben.

Hintergrund: Zählen in Zehntel-Schritten.

Impuls: Was verändert sich an den Zahlen jeweils? → Es verändert sich jeweils die Zehntelstelle um 1.

Impuls nach b): Wenn man sich die Bögen an den Zahlenstrahlen in a) und b) anschaut, sehen die gleich groß aus. Wird in a) und b) in den gleichen Schritten gezählt? → Nein, sie sehen nur aufgrund der Skalierung gleich aus.

Hintergrund: Zählen in Hundertstel-Schritten.

Impuls: Was verändert sich an den Zahlen jeweils? → Jeweils die Hundertstelstelle um 1.

Zu beachten: andere Skalierung am Zahlenstrahl.

2.2 In Schritten zählen

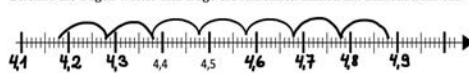
a) Emily zählt am Zahlenstrahl von 7,3 in Einerschritten vorwärts und rückwärts. Zeichne die Bögen weiter und trage die fehlenden Zahlen am Zahlenstrahl ein.



Emily schreibt die Zahlen jetzt als Zahlenreihe. Fülle die leeren Kästchen aus.

4,3 5,3 6,3 7,3 8,3 9,3 10,3 11,3

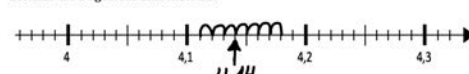
b) Jonas zählt von 4,48 in Zehntel-Schritten vorwärts und rückwärts. Zeichne die Bögen weiter und trage die fehlenden Zahlen am Zahlenstrahl ein.



Fülle die leeren Kästchen so aus, wie Jonas es machen würde.

4,18 4,28 4,38 4,48 4,58 4,68 4,78 4,88

c) Zähle von 4,14 in Hundertstel-Schritten vorwärts und rückwärts. Zeichne die Bögen am Zahlenstrahl.



Fülle jetzt die leeren Kästchen aus.

4,11 4,12 4,13 4,14 4,15 4,16 4,17 4,18

2.3 Erarbeiten und Üben (12 - 15 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Zählen in Schritten mit Stellenübergang

Material: MB: Ggf. Hundertstel-Zahlenstrahl als Hilfe

Umsetzung: a) UG; b), c), d) jeweils EA, dann UG; e) EA; f) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Kenan zählt richtig, da beim Zählen in Hundertstel-Schritten nach 29 Hundertsteln 30 Hundertstel kommen, diese werden zu 3 Zehnteln = 0,3 gebündelt / nach 2 Zehnteln und 9 Hundertsteln folgen 3 Zehntel = 0,3.

Emily denkt wie bei den natürlichen Zahlen: Nach einer zweistelligen Zahl kann keine einstellige folgen, die größer ist.

Lösung: Erklärung analog zu a). Andere Stellen sind bei jedem Zehner-, Einer-, Zehntel-, usw. Übergang zu finden.

Hintergrund: Nach 9 Hundertsteln kommen 10 Hundertstel, die zu 1 Zehntel gebündelt werden.

Hintergrund: Unterschied zu c) ist, dass es jetzt noch eine Tausendstelstelle gibt, die allerdings unverändert bleibt.

2.3 Übergänge in Zahlreihen

a) Kenan zählt in Hundertstel-Schritten.

0,28 0,29 0,3 0,31 0,32



Emily

Komisch, es stehen immer 2 Zahlen nach dem Komma, außer bei der 0,3. Das kann doch nicht stimmen.

Erkläre, was Emily meint. Zählt Kenan richtig?



b) Fülle die leeren Kästchen aus.

2,9 3 3,1 3,2 3,3

Erkläre, wieso nach der 2,9 die 3 ohne Nachkommastelle kommt. Finde andere Stellen, an denen so etwas passiert.



c) Zähle von 0,08 in Hundertstel-Schritten vorwärts. Fülle die leeren Kästchen aus. Erkläre, wie du vorgegangen bist.

0,08 0,09 0,1 0,11 0,12



d) Zähle von 0,089 in Hundertstel-Schritten vorwärts. Fülle die leeren Kästchen aus. Was ist der Unterschied zu c)?

0,089 0,099 0,109 0,119 0,129



e) Fülle jeweils die leeren Kästchen aus.

1,7 1,8 1,9 2 2,1

3,78 3,79 3,8 3,81 3,82

4,81 4,91 5,01 5,11 5,21

3,898 3,998 4,008 4,108 4,208



f) Einer denkt sich eine Zahl aus und gibt an, in welchen Schritten und ob vorwärts oder rückwärts gezählt werden soll. Wechselt euch ab.

Handreichungen – Baustein D2 A

Ich kann zu Dezimalzahlen Nachbarzahlen angeben und in Schritten zählen

2.4 - 2.5 Üben (10 - 12 Minuten)

Ziel: Zählen in Schritten mit Stellenübergang formal und am Zahlenstrahl

Material: MB: Ggf. Hundertstel-Zahlenstrahl als Hilfe

Umsetzung: EA

Zu beachten: Zählrichtung – hier wird nur vorwärts gezählt.

Impuls: Was heißt Zählen in 0,5er- / 0,2er-Schritten? Was verändert sich an der Zahl? → Es verändert sich jeweils die Zehntelstelle um 5 bzw. 2.

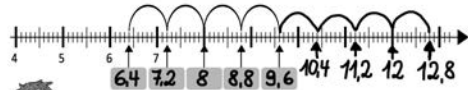
Typische Schwierigkeit:
Z.B. 4,1 – 4,6 – 4,11 – usw.

Hilfestellung: 2.3 nochmal vertiefen und die Stellenübergänge evtl. auch am großen Zahlenstrahl klären.

Impuls: Was heißt Zählen in 0,05er- / 0,02er-Schritten? Was verändert sich an der Zahl? → Es verändert sich jeweils die Hundertstelstelle um 5 bzw. 2.

2.4 Zehntel-Schritte

a) Man kann auch in anderen Schritten vorwärts und rückwärts zählen. Trage die Zahlen ein und setze fort. In welchen Schritten zählt Tim? Trage ein.



Tim: Ich zähle von 6,4 in 0,8er-Schritten vorwärts.

b) Fülle die leeren Kästchen aus.

Emily: Ich zähle von 4,1 in 0,5er-Schritten vor- und rückwärts.

2,6 3,1 3,6 4,1 4,6 5,1 5,6 6,1

Kenan: Ich zähle von 1,5 in 0,2er-Schritten vor- und rückwärts.

0,9 1,1 1,3 1,5 1,7 1,9 2,1 2,3

2.5 Hundertstel-Schritte

Trage die fehlenden Zahlen ein.

a) Sarah: Ich zähle von 6,75 in 0,05er-Schritten vor- und rückwärts.

6,6 6,65 6,7 6,75 6,8 6,85 6,9 6,95

b) Maurice: Ich zähle von 2,74 in 0,02er-Schritten vor- und rückwärts.

2,68 2,7 2,72 2,74 2,76 2,78 2,8 2,82

2.6 Üben (10 - 15 Minuten)

Ziel: In Schritten zählen

Material: MB: Kartensatz D2 A 2.6, Folienstifte

Umsetzung: a) EA; b) PA; c) UG

Hintergrund: Lernende anregen, auch jeweils die Schrittgröße zu notieren – diese kann inhaltlich oder formal angegeben werden.

2.6 In verschiedenen Schritten zählen

a) Fülle die leeren Kästchen aus. Schreibe auf, in welchen Schritten gezählt wird.

1,3 2,3 3,3 4,3 5,3 6,3 7,3 8,3

Es wird in Einer/1er -Schritten gezählt.

0,13 0,23 0,33 0,43 0,53 0,63 0,73 0,83

Es wird in Zehntel/0,1er -Schritten gezählt.

0,7 0,9 1,1 1,3 1,5 1,7 1,9 2,1

Es wird in 2 Zehntel/0,2er -Schritten gezählt.

0,24 0,29 0,34 0,39 0,44 0,49 0,54 0,59

Es wird in 5 Hundertstel/0,05er Schritten gezählt.

5,45 5,47 5,49 5,51 5,53 5,55 5,57 5,59

Es wird in 2 Hundertstel/0,02er -Schritten gezählt.

7,186 7,486 7,786 8,086 8,386 8,686 8,986 9,286

Es wird in 3 Zehntel/0,3er -Schritten gezählt.

Methode: Es gibt zwei Beispiel-Pärchen, bei denen Startpunkt und Schrittgröße bereits vorgegeben sind und die Karte mit den Schritten passend ergänzt werden muss. Diese sollten zuerst behandeln werden. Anschließend erstellt eine Person jeweils eine Karte und die andere eine Passende dazu.

b) Nimm die großen Karten und fülle sie so aus, dass immer 2 zusammen passen.



Hintergrund: Übung zum Rückwärtszählen in Schritten und zum flexiblen Umgang mit Zahlreihen.

c) Bei welchen Zahlen kannst du starten, wenn du in 0,2er-Schritten zählen und 4,46 treffen willst? Erkläre und schreibe auf.

Bei allen Zahlen kleiner als 4,46, die eine gerade Zehntel-Zahl und 6 Hundertstel haben, also: 0,06 - 0,26 - 0,46 - 0,66 - 0,86 - 1,06 - 1,26 - 1,46 - 1,66 - 1,86 - 2,06 - 2,26 - 2,46 - 2,66 - 2,86 - 3,06 - 3,26 - 3,46 - 3,66 - 3,86 - 4,06 - 4,26

D2 B Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Beim Vergleich von zwei oder mehr Dezimalzahlen gilt der Vergleich der natürlichen Zahlen links vom Komma als tragfähiges Vorgehen. Gibt es hier keinen Unterschied, wird nach dem Komma ziffernweise von links nach rechts (Zehntel, Hundertstel, Tausendstel, usw.) verglichen, bis zwei unterschiedliche Ziffern auftauchen. Die Dezimalzahl mit der größeren Ziffer an dieser Stelle ist die größere Zahl.

Anders als bei den natürlichen Zahlen ermöglicht die Anzahl der Stellen nach dem Komma und auch die Gesamtzahl der Stellen bei Dezimalzahlen keinen Rückschluss auf die Größe der Zahl (vgl. Padberg 2009, S. 170).

In der Literatur werden viele verschiedene Fehlertypen beschrieben. Im Folgenden werden fünf fehlerhafte Hauptstrategien, die in der Erprobung am häufigsten auftraten, näher erläutert.

- Das Komma trennt zwei natürliche Zahlen voneinander: Für diese Schülerinnen und Schüler setzt sich die Dezimalzahl aus zwei natürlichen Zahlen zusammen, die lediglich durch ein Komma getrennt sind. Beim Größenvergleich werden diese natürlichen Zahlen getrennt voneinander betrachtet: Z.B. $5,65 > 5,7$ da $5 = 5$, aber $65 > 7$.
- Die Dezimalzahlen werden wie natürliche Zahlen ohne Berücksichtigung des Kommas betrachtet und verglichen: Z.B. $8,785 > 9,6$ da $8785 > 96$. Diese Fehler könnten auch durch die Vorstellung „Je länger die Dezimalzahl, desto größer ist sie“ entstehen: Die Zahl mit mehr bzw. den meisten Nachkommastellen wird als größere bzw. größte Zahl gedeutet. Dies beruht oft darauf, dass bei den natürlichen Zahlen aufgrund der Gesamtanzahl der Stellen eine Aussage über die Größe der Zahl getroffen werden kann: Z.B. $8,785 > 8,98$ da $8,785$ mehr Stellen hat.
- Die Dezimalzahlen werden von rechts nach links verglichen: Diese Schülerinnen und Schüler beachten zwar das Komma, vergleichen dann aber von rechts nach links, da sie davon ausgehen, dass z.B. die Hundertstel und Tausendstel größer als die Zehntel sind und sie somit bei der vermeintlich größten Stelle (ganz rechts) mit dem Vergleich beginnen: Z.B. $0,593 > 6,673$ denn $3 = 3$, aber $9 > 7$.
- Die Dezimalzahl mit weniger Nachkommastellen ist größer: Nach dieser Strategie ist die Zahl die Größere, die weniger Stellen nach dem Komma hat. Dies beruht auf einer Übergeneralisierung: Zehntel sind größer als Hundertstel und Hundertstel sind größer als Tausendstel. Daraufhin gehen diese Schülerinnen und Schüler davon aus, dass jede Anzahl an Zehnteln größer ist als jede Anzahl an Hundertsteln und somit jede Zahl mit nur einer Nachkommastelle größer ist

als jede Dezimalzahl mit zwei Nachkommastellen: Z.B. $4,325 < 4,3$.

- Die 0 wird als *Nichts* gedeutet: Z.B. $32,8 = 32,08$.

Veranschaulichung und Material

Notations- und Sprechweise

Zum Größenvergleich und Ordnen von Dezimalzahlen werden drei verschiedene Zeichen mit den folgenden Sprechweisen genutzt:

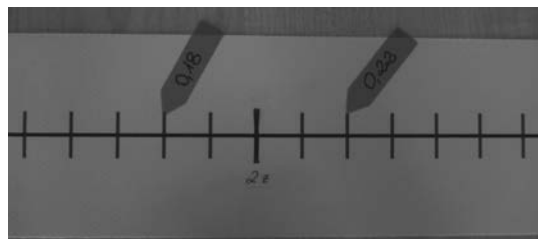
$A > B \rightarrow A$ ist größer als B

$A < B \rightarrow A$ ist kleiner als B

$A = B \rightarrow A$ ist gleich B

Zahlenstrahl

Am Zahlenstrahl kann man zwei oder mehr Zahlen so vergleichen: Die Zahl, die am weitesten rechts liegt, ist die Größere. Dies ergibt sich aus dem Aufbau des Zahlenstrahls. Die Beschriftung des Hundertstel-Zahlenstrahls aus den Bausteinen **D1 A** und **D2 A** kann beibehalten werden.



Vergleich von Dezimalzahlen mithilfe des Zahlenstrahls

Es ist darauf zu achten, dass als Begründung *nicht* die Entfernung von der Null genutzt wird, sondern die Lage weiter rechts oder weiter links, damit die Vorstellung auch auf negative Zahlen übertragbar ist.

Der Zahlenstrahl als Anschauungsmittel zum Vergleich von Dezimalzahlen wird in der Literatur häufig als ergänzender Weg genannt, da eine zeichnerische Darstellung nötig und daher dieser Weg nicht so effizient ist wie der stellenweise Vergleich (vgl. Padberg 2009, S. 180).

Erweiterte Stellenwerttafel

Die erweiterte Stellenwerttafel bietet eine wichtige Anschauungshilfe für den stellenweisen Größenvergleich (Padberg 2009, S. 169). Dieser stellenweise Vergleich kann bei beliebigen endlichen Dezimalzahlen vorgenommen werden, setzt allerdings das Verständnis des Aufbaus der erweiterten Stellenwerttafel und somit ein tragfähiges Stellenwertverständnis voraus, das in Baustein **D1 A** für die Dezimalzahlen und in den Bausteinen **N1 A** und **N1 B** (Förderbausteine Natürliche Zahlen) für die natürlichen Zahlen erarbeitet wird.

Z	E	z	h
	0	7	
	0	1	6

Z	E	z	h
	0	7	
	0	1	6

Stellenweiser Vergleich von Dezimalzahlen mithilfe der Stellenwerttafel

Mithilfe einer Abdeckfolie, die nacheinander die Stellen aufdeckt, kann der stellenweise Vergleich veranschaulicht und gleichzeitig das Abbruchkriterium bei Dezimalzahlen thematisiert werden. Da die Stellen nach dem Komma der Größe nach verglichen werden, hört der Vergleich auf, sobald zwei unterschiedliche Ziffern in einer Stelle auftreten.

Aufbau der Förderung

Bei der (Wieder-)Erarbeitung des Größenvergleichs von Dezimalzahlen in **Fördereinheit 1 (Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen)** ist gerade zu Beginn die Handlung an den Anschauungsmitteln Zahlenstrahl und erweiterte Stellenwerttafel von besonderer Bedeutung.

Am Zahlenstrahl können bei Unklarheit zunächst die Bezeichnungen Zehntel, Hundertstel, etc. und deren

Zusammenhänge bzw. die Bedeutung der einzelnen Stellenwerte, z.B. dass ein Zehntel aus zehn Hundertsteln oder auch aus hundert Tausendsteln besteht, wiederholt werden (Baustein **D1 A**). In Aufgabe 1.1 wird dann der Größenvergleich am Zahlenstrahl ausgeführt.

Anschließend erfolgt der stellenweise Größenvergleich zweier Dezimalzahlen mithilfe der erweiterten Stellenwerttafel, indem nach ersten eigenen Vergleichen aufgezeigt wird, wie der stellenweise Größenvergleich mithilfe einer Stellenwerttafel und einer Abdeckfolie gelingen kann. Ebenfalls wird das Abbruchkriterium für den Vergleich angesprochen. Dieses sollte vor allem dann explizit thematisiert werden, wenn Schülerinnen und Schüler in der Standortbestimmung und / oder in den ersten Förderaufgaben begründen, dass z.B. $4,325 > 4,3$ ist, weil bei 4,325 bis zur Zehntelstelle die Ziffern gleich sind und danach *beide* Ziffern größer sind als bei 4,3, also $2 > 0$ und $5 > 0$.

In den Übungen können verschiedene individuelle Lösungen der Schülerinnen und Schüler genutzt werden, um mögliche Fehlvorstellungen und Probleme aufzugreifen.

Der Schritt vom Vergleich zweier Dezimalzahlen hin zur Ordnung von mehreren Dezimalzahlen wird anschließend vollzogen. Als Anschauungsmittel bietet sich dabei der Zahlenstrahl insbesondere dann an, wenn die Zahlen eng zusammen liegen und in einem geeigneten Ausschnitt eingetragen werden können. Andererseits bietet die erweiterte Stellenwerttafel eine gute Hilfe, da auch Zahlen, die auf dem Zahlenstrahl nur schwer in einem Ausschnitt eingetragen werden, hier effizient stellenweise verglichen werden können.

Weiterführende Literatur

- Heckmann, K. (2006): Zum Dezimalbruchverständnis von Schülerinnen und Schülern. Berlin: Logos Verlag, 75 - 87.
- Padberg, F. (2009): Didaktik der Bruchrechnung. Für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 159 - 186.
- Schmassmann, M. (2009): „Geht das hier ewig weiter?“ In: Fritz, A. / Schmidt, S. (Hrsg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sek I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden. Weinheim: Beltz Praxis, 167 - 185.

D2 B – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Lernende sind mit dem Begründen oft nicht vertraut. Dies kann besonders bei den Aufgaben 1 a) und b) zu Irritationen führen. Oft hilft es schon, sie zum Aufschreiben ihrer Ideen zu motivieren.

Kann ich Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen?

1 Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen

a) Welche der beiden Zahlen 3,6 und 3,12 ist größer? Trage ein und erkläre, woran du das erkennst.



Erklärung: 3,6 ist größer, weil sie auf dem Zahlenstrahl weiter rechts liegt. ... weil 3,6 an der Zehntelstelle 5 mehr als 3,12 hat.

b) Vergleiche die Zahlen und setze ein: <, > oder =.

Zur Erinnerung:
 ist größer als... >
 ist kleiner als... <
 ist gleich... =

8,87 < 8,9 2z 9h < 9z 2h
 14,25 < 18,52 0,9 > 0,12
 32,08 < 32,8 3Z > 0,3
 0,50 = 0,5 16,99 < 19,5

Trage das richtige Zeichen ein: <, > oder =. Erkläre, woran du erkennst, welche Zahl größer ist.

4,325 > 4,3

Erklärung: Weil beide Zahlen bis zur Zehntelstelle gleich sind und bei der 4,325 danach noch Hundertstel und Tausendstel kommen.

c) Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der Kleinsten.

22,76 2,7 2,763 2,78 2,765

2,7 - 2,763 - 2,765 - 2,78 - 22,76



Hinweise zur Auswertung:

Diagnoseaufgabe 1: Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung	
a)	3,12 > 3,6 weil 12 größer als 6 ist.	Eintragen von Zahlen am Zahlenstrahl wiederholen und Vergleich am Zahlenstrahl erarbeiten (1.1). Wenn das Eintragen von Zahlen nicht geklärt werden kann, lässt es sich in D1 A erarbeiten.	
	3,12 > 3,6 weil 3,12 auf dem Zahlenstrahl weiter rechts liegt.		3,12 wird am Zahlenstrahl falsch eingetragen: Von der 3 werden 12 dicke Striche weiter gezählt.
b)	z.B. 8,87 > 8,9; 0,9 < 0,12; 0,50 > 0,5	Zunächst Vergleich von Dezimalzahlen erarbeiten, dazu die inhaltliche Bedeutung der einzelnen Stellenwerte wiederholen und die Abbruchbedingung klären (1.2), dann üben und systematisieren (1.3 - 1.6). Wenn die inhaltliche Bedeutung der einzelnen Stellenwerte nicht geklärt werden kann, lässt es sich in D1 A erarbeiten.	
	32,08 = 32,8		0 wird als <i>Nichts</i> gedeutet.
	z.B. 2z 9h > 9z 2h; 3Z = 0,3		Inhaltliche Bedeutung der Stellenwerte ist unklar.
	4,325 < 4,3 weil 4,3 kürzer ist.		Vorstellung, dass die kürzere Zahl immer die größere ist.
	4,325 > 4,3 weil bis zur Zehntelstelle alles gleich ist und dann die 2 > 0 und die 5 > 0 ist.	Vergleich ist richtig, die Abbruchbedingung beim Vergleich von Dezimalzahlen ist aber unklar.	
c)	2,7 - 2,78 - 2,763 - 2,765 - 22,76	Vergleich von zwei Dezimalzahlen erarbeiten und üben (1.1- 1.6), dann auf das Ordnen von Dezimalzahlen übertragen (1.7 - 1.8).	
	2,763 - 2,765 - 2,78 - 2,7 - 22,76		Die kürzeste Zahl ist die größere, wenn vor dem Komma die gleiche Ziffer steht.
	2,7 - 2,78 - 22,76 - 2,763 - 2,765		Zahlen ohne Berücksichtigung des Kommas verglichen.

1 Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen

1.1 Erarbeiten (8 - 10 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Dezimalzahlen am Zahlenstrahl eintragen und vergleichen

Material: MB: Hundertstel-Zahlenstrahl, bunte Pfeile, Folienstifte; Büroklammern o.ä. zum Anheften der Pfeile

Umsetzung: a) UG; b) Aufgabengenerator (PA)

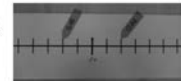
Methode: Hundertstel-Zahlenstrahl (mit 0 und 1 markiert) für alle sichtbar auslegen. Zahlen jeweils auf bunte Pfeile schreiben und mit Büroklammern o.ä. an den Zahlenstrahl heften.
Impuls vorab: Wo sind die Zehntel / Hundertstel auf dem Zahlenstrahl? (Wiederholung aus D1 A)

Lösung: 0,34 / 0,56 ist größer, da die Zahlen weiter rechts auf dem Zahlenstrahl liegen.
Hintergrund: Je größer die Zahl, desto weiter rechts liegt sie auf dem Zahlenstrahl.
Impuls: Warum liegt die 0,34 auf dem Zahlenstrahl weiter rechts? → Weil die Zehntelstelle um 1 größer ist als in 0,25.
Weitere Aufgabe: Weitere Zahlen zwischen 0 und 1 vorgeben, die eingetragen und verglichen werden müssen.

Zu beachten: Genannte Zahlen sollten zwischen 0 und 1 liegen.

1.1 Zahlen am Zahlenstrahl vergleichen

a) Trage die Zahlen 0,25 und 0,34 am Zahlenstrahl ein. Welche ist größer? Warum? Und bei 0,8 und 0,56? Welche Zahl ist hier größer?



b) Einer überlegt sich zwei Dezimalzahlen wie in a). Der andere sagt, welche Zahl größer ist und erklärt am Zahlenstrahl.

1.2 Erarbeiten (15 - 18 Minuten)

Ziel: Dezimalzahlen stellenweise in der Stellenwerttafel vergleichen

Material: MB: Kartensatz D2 B 1.2, Folienstifte, ggf. Stellenwerttafel; ggf. Blatt als Abdeckfolie

Umsetzung: UG

Methode: Verschiedene Schwierigkeiten und Fehler der Lernenden gemeinsam besprechen.

Lösung: Kenan vergleicht die Zahlen stellenweise (zuerst die Einer, dann Zehntel, Hundertstel, etc.).
Zu beachten: Unterschied zu den natürlichen Zahlen betonen (siehe *Lerninhalt*).

Hilfestellung: Für den Vergleich von 143 und 98 evtl. große Stellenwerttafel und ein Blatt als Abdeckfolie anbieten.

Lösung: Vergleich hört auf, wenn zwei unterschiedliche Ziffern in der gleichen Stelle auftauchen: Die Zahl mit der größeren Ziffer ist dann die Größere, egal wie viele und welche Ziffern noch folgen.

1.2 Welche Zahl ist größer?

a) Zur Erinnerung:
...ist größer als... >
...ist kleiner als... <
...ist gleich... =



bearbeite die Aufgabenkarten. Wo fällt es dir leicht, die Zahlen zu vergleichen und wo ist es schwieriger? Sortiere.

b) Kenan vergleicht 0,7 und 0,16 in der Stellenwerttafel und deckt dazu die einzelnen Spalten nacheinander auf.



Ich vergleiche Stelle für Stelle von links nach rechts.

Z	E	z	h
	0	7	
	0	1	6

Z	E	z	h
	0	7	
	0	1	6

Erkläre, wie Kenan Zahlen vergleicht. Warum funktioniert seine Strategie? Klappt die Strategie auch bei Zahlen ohne Komma? Probiere es für 143 und 98.

c) Warum kann Kenan hier bei der Zehntelstelle aufhören, zu vergleichen? Wie erkennt man die Stelle, an der man aufhören kann?

1.3 - 1.5 Üben (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengeneratoren)

Ziel: Zahlen in quasi-kardinaler und formaler Notationsweise vergleichen

Material: -

Umsetzung: 1.3 a), b), c) EA; d) Aufgabengenerator (PA);
 1.4 a), b), c) EA; d) Aufgabengenerator (PA); e) EA, dann UG; 1.5 a), b) EA; c) GA

Hintergrund: Zahlen in quasi-kardinaler (D1 A) und in formaler Notationsweise, um zu verdeutlichen, dass die Zahlen auf verschiedene Weisen dargestellt werden können.

Methode: Lernende anregen, Aufgaben zu finden, die strukturell zusammenhängen.
 Gilt auch für 1.4 d).

Hintergrund: Schwierigkeiten evtl. auch in der ganzen Gruppe ansprechen: Z.B. wenn $7,12 > 7,9$. Dann mit dem stellenweisen Vergleich in der Stellenwerttafel (1.2) oder dem Vergleich am Zahlenstrahl (1.1) nochmal veranschaulichen.

Typische Schwierigkeit: Zahlen, in denen die Ziffer 9 häufiger vorkommt, können als größere Zahlen identifiziert werden.

Impuls: Wie vergleicht man 8,9 und 8,09? → Stellenweise oder am Zahlenstrahl.
 Zu beachten: Bei Antwort „8,9 = 8,09, weil man die Null auch weglassen kann“ sollte die Funktion der Null in Dezimalzahlen nochmals geklärt werden (D1 A).

Hilfestellung: Stellenwerttafel anbieten.

Hintergrund: $0,60 = 0,6$ da man Endnullen weglassen kann bzw. bei der 0,6 auch eine 0 in der Hundertstelstelle hinzufügen könnte (D1 A).

Methode: Kommata und Nullen einsetzen in a), Ziffern einsetzen in b).

Zu beachten: Es reicht, wenn die Lernenden jeweils eine Lösung finden. Verschiedene Lösungen werden in c) reflektiert.

Reflexion: Es gibt immer mehrere Lösungen, sodass der Vergleich richtig wird.

Weitere Aufgabe: Finde jeweils alle Möglichkeiten.

1.3 Zahlen vergleichen

Vergleiche jeweils die beiden Zahlen und setze das richtige Zeichen ein: >, < oder =.

- a) $6Z > 6z$ b) $30,08 > 3z8h$ c) $0,069 > 6h4t$
 $6E > 6z$ $0,38 = 3z8h$ $0,067 < 6h9t$
 $6h < 6z$ $0,038 < 3z8h$ $0,65 > 7h4t$

d) Einer erfindet ein Päckchen wie in a), b) oder c), der andere füllt es aus. Wechselt euch ab.

1.4 Dezimalzahlen vergleichen

Vergleiche jeweils die beiden Zahlen und setze das richtige Zeichen ein: > oder <.

- a) $7,12 < 7,13$ b) $8,851 > 8,8$ c) $3,001 > 2,99$
 $7,12 < 7,9$ $8,851 > 8,85$ $3,01 > 2,99$
 $7,12 > 7,07$ $8,851 > 8,099$ $3,1 > 2,99$

d) Einer erfindet ein Päckchen wie in a) oder b), der andere füllt es aus. Wechselt euch ab.

e) Setze das richtige Zeichen ein: >, < oder =. Erkläre

- $0,60 = 0,6$ $0,8001 > 0,8$ $4,899 < 4,91$

1.5 Platzhalter

- a) **Wo musst du rechts das Komma setzen, sodass der Vergleich richtig ist?**
 $555 > 5,55 / \underline{555}$
 $5555 > 5,555 / \underline{5555,5}$
 $5005 > 5,005 / \underline{500,5}$
 $5 > \underline{0,5} / \underline{0,005}$
- b) **Welche Ziffer kannst du einsetzen, sodass der Vergleich richtig ist?**
 $7,68 < 7, \underline{7}1 / \underline{7,81} / \underline{7,91}$
 $7,68 < 7, \underline{6}9 / \underline{7,79} / \underline{7,89} / \underline{7,99}$
 $7,68 < 7, \underline{7}11 / \underline{7,811} / \underline{7,911}$
 $0,768 < 0, \underline{8}68 / \underline{0,968}$

c) Vergleiche eure Ergebnisse aus a) und b). Was fällt euch auf?

1.6 Erarbeiten (10 - 15 Minuten)

Ziel: Dezimalzahlen vergleichen; Fehler erkennen

Material: MB: Kartensatz D2 B 1.6, Blankokarten, Folienstifte, ggf. Hundertstel-Zahlenstrahl, ggf. Stellenwerttafel; ggf. Blatt als Abdeckfolie

Umsetzung: a) EA; b), c) UG

Lösung: Emily hat die Zahlen nicht stellengerecht untereinander geschrieben, sondern die Zehner der ersten Zahl über die Einer der zweiten Zahl.

Hintergrund: Der Vergleich mit der Abdeckfolie klappt nur, wenn die Kommata und somit die Stellen richtig untereinander stehen.

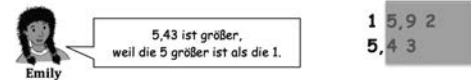
Methode: Karten zunächst sortieren und eigene Überschriften (auf Blankokarten schreiben) finden. Zum Erklären der Fehler Zahlenstrahl und Stellenwerttafel mit Abdeckfolie anbieten.

Lösung: Vier mögliche Fehlertypen (können von Lernenden in eigenen Worten beschrieben werden): siehe *Lerninhalt* (ersten vier Punkte der häufigen Fehler).

1.6 Wie vergleicht man Dezimalzahlen?

a) Setze das richtige Zeichen ein: < oder >. Erkläre.
15,92 5,43

b) Emily vergleicht mit der Abdeck-Folie.



Welchen Fehler hat Emily gemacht? Erkläre mithilfe der Stellentafel.

c) Schau dir die Lösungen auf den Karten an. Welche Fehler wurden gemacht? Sortiere und erkläre.



1.7 Üben (Aufgabengenerator)

Ziel: Dezimalzahlen der Größe nach ordnen

Material: MB: Einerkarten von den Stellenkarten, ggf. Stellenwerttafel; ggf. Blatt als Abdeckfolie

Umsetzung: Aufgabengenerator (PA)

Zu beachten: Ziffern auf den Karten dürfen in einer Zahl auch mehrfach vorkommen.

Hilfestellung: Große Stellenwerttafel und Abdeckfolie anbieten.

1.7 Größte und kleinste Zahl

Zieht 4 Ziffernkarten. Schreibt 5 Dezimalzahlen auf, in denen nur diese Ziffern vorkommen und ordnet eure Zahlen dann von klein nach groß. Ihr könnt zum Ordnen auch eine Stellentafel nutzen.



1.8 Üben (10 - 15 Minuten)

Ziel: Dezimalzahlen der Größe nach ordnen im Kontext Weitsprung

Material: -

Umsetzung: EA, dann UG

Typische Schwierigkeit: Bei 8,9 m werden die 9 als 9 cm und nicht als 90 cm gedeutet.

Hintergrund:

- Stellenweiser Vergleich (mit oder ohne Stellenwerttafel): Kommata stehen untereinander.
- Mögliche Vorstellung am Zahlenstrahl: Die Zahl, die am weitesten rechts liegt, ist die Größere.

1.8 Weltrekorde im Weitsprung

Die besten 5 Weitspringer der Welt sind die folgenden Weiten gesprungen. Wer ist am weitesten gesprungen? Sortiere die Zahlen von klein nach groß. Wie gehst du vor?

Carl Lewis	8,87 m	Bob Beamon	8,9 m
Mike Powell	8,95 m	Larry Myricks	8,74 m
Robert Emmijan	8,86 m		

8,74m - 8,86m - 8,87m - 8,9m - 8,95m
Ich habe stellenweise verglichen. /
Ich habe mir das am Zahlenstrahl vorgestellt.

Kann ich zu Dezimalzahlen Nachbarzahlen angeben und in Schritten zählen?

1 Nachbarzahlen

- a) Zwischen welchen beiden Zahlen **ohne** Nachkommastelle steht die Zahl in der Mitte? Trage ein.

5	5,81	6
	9,43	
	2,6	
	4,95	
	7	

- b) Zwischen welchen beiden Zahlen mit **einer** Nachkommastelle steht die Zahl in der Mitte? Trage ein.

5,4	5,31	5,5
	9,43	
	2,6	
	4,95	
	7	



2 In Schritten vorwärts und rückwärts zählen

- a) Zähle von 5,4 in Einer-Schritten vorwärts und rückwärts. Fülle die leeren Kästchen aus.

			5,4	6,4			
--	--	--	-----	-----	--	--	--

- b) Zähle von 2,7 in Zehntel-Schritten vorwärts und rückwärts. Fülle die leeren Kästchen aus.

		2,6	2,7				
--	--	-----	-----	--	--	--	--

- c) Zähle von 0,4 in 0,2er-Schritten vorwärts. Fülle die leeren Kästchen aus.

0,4							
-----	--	--	--	--	--	--	--

- d) Fülle die leeren Kästchen aus. Schreibe auf, in welchen Schritten gezählt wird.

		3,2	3,7				
--	--	-----	-----	--	--	--	--

Es wird in _____ -Schritten gezählt.

			7,67	7,68			
--	--	--	------	------	--	--	--

Es wird in _____ -Schritten gezählt.



Kann ich Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen?

1 Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen

- a) Welche der beiden Zahlen **3,6** und **3,12** ist größer?
Trage ein und erkläre, woran du das erkennst.



Erklärung:

- b) Vergleiche die Zahlen und setze ein: <, > oder =.

Zur Erinnerung:
Ist größer als... >
Ist kleiner als... <
Ist gleich... =

$8,87 \quad \square \quad 8,9$

$2 \text{ z } 9 \text{ h} \quad \square \quad 9 \text{ z } 2 \text{ h}$

$14,25 \quad \square \quad 18,52$

$0,9 \quad \square \quad 0,12$

$32,08 \quad \square \quad 32,8$

$3 \text{ Z} \quad \square \quad 0,3$

$0,50 \quad \square \quad 0,5$

$16,99 \quad \square \quad 19,5$

Trage das richtige Zeichen ein: <, >, oder =.
Erkläre, woran du erkennst, welche Zahl größer ist.

$4,325 \quad \square \quad 4,3$

Erklärung:

- c) Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der Kleinsten.

22,76 2,7 2,763 2,78 2,765

