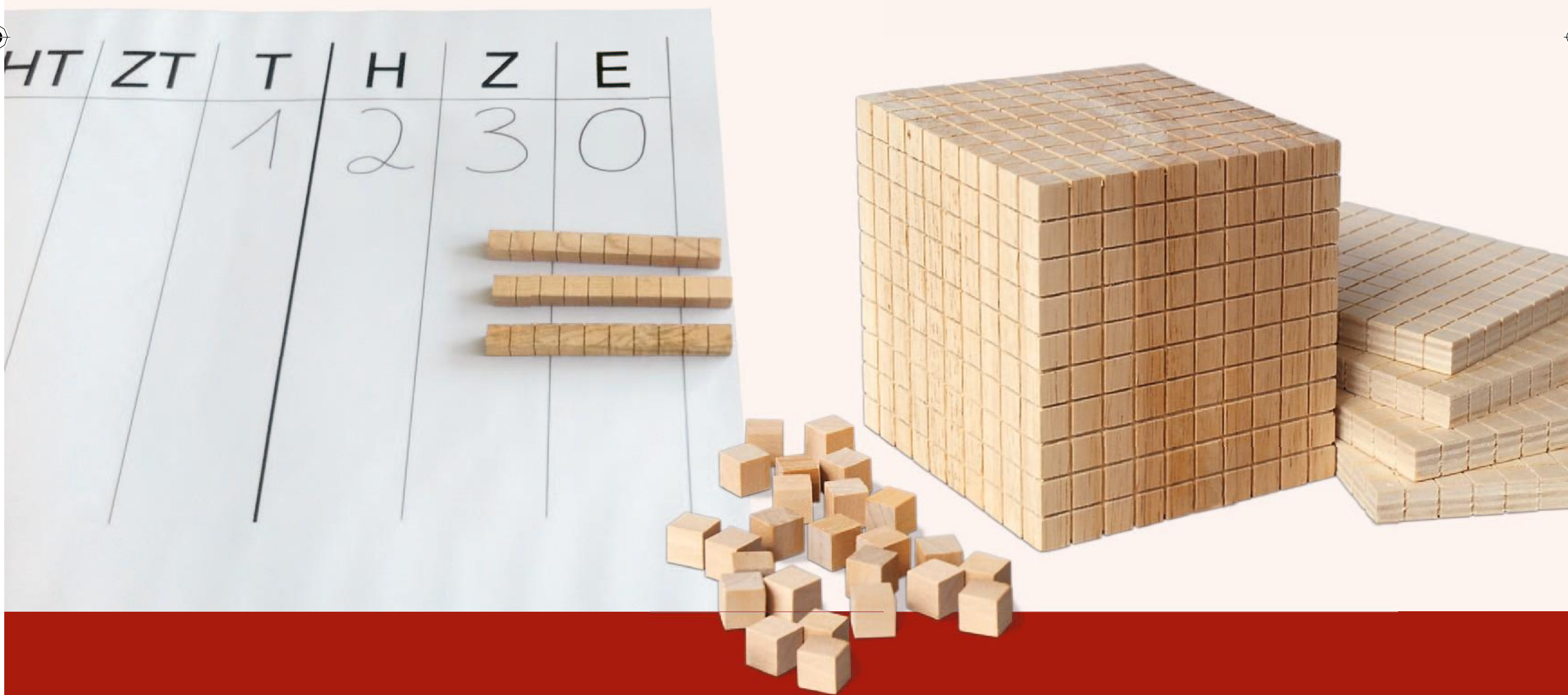
Für Lehrerinnen und Lehrer

Mathe sicher können

Auszug N4 A 'Ich kann Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt' aus:

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen



Natürliche Zahlen

Ermöglicht durch
Deutsche Telekom Stiftung

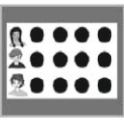
Cornelsen

Herausgegeben von
Christoph Selter
Susanne Prediger
Marcus Nührenbörger
Stephan Hußmann

So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept

In den 15 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie
mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.

15 Basiskompetenzen
gliedern die Bausteine und verbinden Diagnose und Förderung.



Standortbestimmung – Baustein N4 B

Name:

Datum:

Kann ich Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?

1 Mit Division gerecht verteilen

Drei Kinder teilen sich 12 Bonbons.
Jedes Kind bekommt gleich viele.
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?
Schreibe eine passende
Geteilt-Aufgabe auf: ______

Zeichne ein Bild:

☺ ~~😐~~ ☹

Diagnose:
Mit 2 bis 4 Aufgaben in der Standortbestimmung stellen Sie fest, was die Lernenden schon können.

Die Standortbestimmungen befinden sich im hinteren Teil dieser Handreichungen als Kopiervorlage.

1 Mit Division gerecht verteilen

1.1 Bonbons gerecht verteilen

a) Drei Kinder teilen sich 24 Bonbons.
Jedes Kind bekommt gleich viele.
Verteile die Bonbons gerecht.
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?

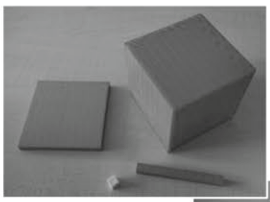
Nimm Plättchen zu Hilfe, wenn du möchtest.

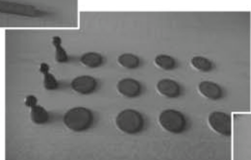
b) Vergleicht eure Lösungen zur Aufgabe a).
Schreibt eine passende Geteilt-Aufgabe auf.

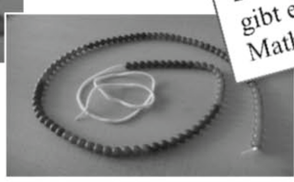
c) Schreibe die passende Geteilt-Aufgabe auf und rechne sie aus.

Förderung:
Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine passende Födereinheit, die differenziert und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.







Material:
Zu vielen Förderaufgaben gibt es Material, mit dem man Mathe besser verstehen kann.

Tipps zum Material sind in dieser Handreichung.
Viele Materialien befinden sich im zugehörigen Materialkoffer von Cornelsen Experimenta

Mathe sicher können

Handreichungen
für ein Diagnose- und Förderkonzept
zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

Natürliche Zahlen

Herausgegeben von
Christoph Selter
Susanne Prediger
Marcus Nührenbörger
Stephan Hußmann

Entwickelt und Erprobt von
Kathrin Akinwunmi
Theresa Deutscher
Corinna Mosandl
Marcus Nührenbörger
Christoph Selter

Erarbeitet an der Technischen Universität Dortmund
im Rahmen von `Mathe sicher können´, einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung.

technische universität
dortmund

Deutsche
Telekom
Stiftung

Herausgeber: Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger, Stephan Hußmann

Autorinnen und Autoren: Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher, Corinna Mosandl, Marcus Nührenbörger, Christoph Selter

Redaktion: Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger
Illustration der Figuren: Andrea Schink
Alle sonstigen Bildrechte für Illustrationen und technische Figuren liegen bei den Herausgebern.

Umschlaggestaltung: Corinna Babylon

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:
www.mathe-sicher-koennen.de/Material

Die Links zu externen Webseiten Dritter, die in diesem Lehrwerk angegeben sind,
wurden vor Drucklegung sorgfältig auf ihre Aktualität geprüft. Der Verlag übernimmt keine
Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Seiten oder solcher,
die mit ihnen verlinkt sind.

1. Auflage, 1. Druck 2014

Druck: DBM Druckhaus Berlin-Mitte GmbH

ISBN 978-3-06-004901-1

PEFC zertifiziert
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten Quellen.

www.pefc.de

N4 A Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Ein tragfähiges Operationsverständnis der Multiplikation ist von besonderer Bedeutung für das weitere Lernen in der Sekundarstufe. Einerseits stellt es die Grundlage für das Verstehen von Rechenwegen und -gesetzen dar. Andererseits wird es benötigt, um multiplikative Situationen als solche (auch im Alltag) erkennen und nutzen zu können. Studien zeigen jedoch auf, dass gerade schwächere Lernende kein ausreichendes Verständnis der Multiplikation besitzen (Bönig 1995). Stattdessen fokussieren sie sich auf das Auswendig-Wissen von Einmaleins-Aufgaben ohne zu hinterfragen, was Multiplikation überhaupt bedeutet.

In diesem Baustein geht es um den Erwerb der Kompetenz, multiplikative Strukturen in verschiedenen Darstellungen zu deuten und ineinander zu übersetzen. Im Vordergrund stehen dabei immer Begründungen der Lernenden zu der Frage „Warum passen Multiplikations-Aufgabe und Bild (bzw. Rechen-geschichte) zusammen?“. Die Lernenden übersetzen zwischen Würfelbildern, lebenswirklichen Bildern, Punktefeldern, Rechengeschichten und Zahlenstrahl-Darstellungen. Dabei lernen sie, die multiplikative *Relation* zwischen Term und Bild abzugleichen (Das Bild passt zur Aufgabe 3 · 5, wenn ich drei Fünfer erkennen kann), anstatt sich auf *Einzelelemente* zu beschränken (Das Bild passt, wenn ich eine 3 und eine 5 sehen kann) oder ausschließlich auf das *Ergebnis* zu achten (Das Bild passt, wenn ich 15 erkennen kann) (Kuhnke 2013).

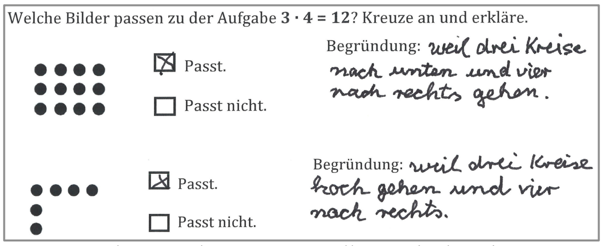
In Punktefeldern lässt sich das Kommutativgesetz und seine Allgemeingültigkeit erkennen. In gruppierten und linearen Darstellungen (z.B. Würfelbilder und Zahlenstrahlabbildungen) besitzen Multiplikator und Multiplikand hingegen grundsätzlich verschiedene Rollen. Diese zu verstehen, ist für das Verständnis der Multiplikation bedeutsam, weshalb die Bedeutung der einzelnen Faktoren durchgängig thematisiert und hinterfragt werden sollte.

ACHTUNG: Oftmals lernen die Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht der Grundschule, dass der erste Faktor die Rolle des Multiplikators (wie viele Gruppen?) und der zweite Faktor die Rolle des Multiplikanden (wie viele Elemente in jeder Gruppe?) besitzt. Insbesondere Lernende mit anderen Erstsprachen (z.B. türkisch) können ggf. an andere Konventionen gewöhnt sein. Solche Konventionen müssen erneut besprochen werden.

Veranschaulichung und Material

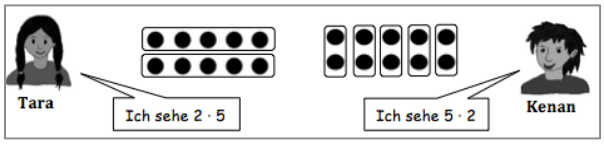
Flächige Darstellungen und Punktefelder

Punktefelder sind die wichtigsten Darstellungen der Multiplikation, insbesondere durch ihre Nutzungsmöglichkeit für die Veranschaulichung von Rechengesetzen und für multiplikative Strukturen in anderen Zahlbereichen und der Algebra (Wittmann / Müller 1990, S. 110 - 116). Bei der Thematisierung von multiplikativen Deutungen in Punktefeldern ist zu erarbeiten, warum in einem rechteckigen Punktefeld eine Multiplikation gesehen werden kann. Ohne dieses Verständnis orientieren sich die Lernenden leicht ausschließlich daran, beim Punktefeld die Randpunkte zu zählen, um eine passende Aufgabe zu finden.



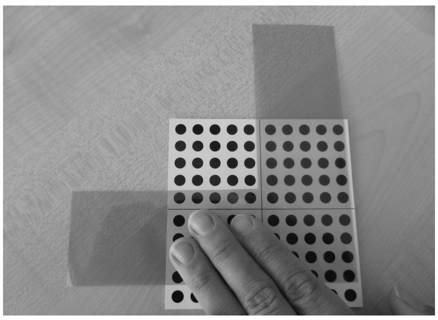
Deutung und Begründung von Darstellungen in der Diagnose zur Multiplikation

In Grundschulbüchern wird meist einheitlich die Konvention genutzt, dass die Anzahl der Zeilen durch den Multiplikator, die Anzahl der Spalten des Punktefeldes durch den Multiplikanden angegeben wird. Den Lernenden sollte verdeutlicht werden, dass es sich hierbei nur um eine Vereinbarung zur einheitlichen Kommunikation über die Punktefelder handelt, während grundsätzlich flexible Strukturierungen des Punktefeldes wünschenswert sind (vgl. Aufgabe 3.1).



Mögliche multiplikative Strukturierungen von Punktefeldern

Um den Lernenden das Arbeiten mit Punktefeldern zu erleichtern, wird das Hunderterpunktefeld in Verbindung mit dem Malwinkel genutzt (vgl. Aufgabe 3.1 und 3.3). Eine Beschreibung des Materials findet sich in Baustein **N6 B**.


Das Hunderterpunktefeld mit Malwinkel

Gruppierte Darstellung und Würfelbilder

Die Multiplikation in gruppierten Darstellungen zu erkennen, fällt einigen Lernenden besonders schwer, da nicht beide Faktoren als Objekte sichtbar sind, sondern der Multiplikator (1. Faktor) nur als Anzahl von Gruppen vorliegt (vgl. Abbildung: drei Vierergruppen).

Deutung und Begründung einer Darstellung in der Diagnose zur Multiplikation

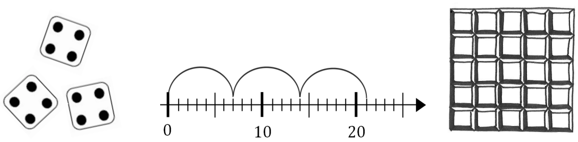
Gruppierte Darstellungen werden in der Fördereinheit 1 genutzt, um das grundlegende Verständnis der Multiplikation als Zusammenfassung gleichmächtiger Gruppen (bzw. rechnerisch als wiederholte Addition gleicher Summanden) zu erarbeiten. Dazu werden Würfelbilder verwendet. Aus der zeitlich-sukzessiven Handlung des Würfelns (*einmal vier*, *zweimal vier*, *dreimal vier* würfeln) wird das räumlich-simultane Würfelbild *dreimal vier* und der passende Term 3 · 4 erstellt.

Lineare Darstellung

Für die Erarbeitung linearer Vorstellungen zur Multiplikation wird in diesem Baustein der Zahlenstrahl genutzt, an welchem sich die Multiplikation als eine Reihe gleichgroßer Sprünge darstellen lässt (vgl. Wittmann / Müller 2012, S. 72 - 77; Schipper 2009, S. 148). Dieses Verständnis ist beispielsweise auch bei der Multiplikation von Dezimalzahlen bedeutsam und wird dort wieder aufgegriffen (Bausteine **D4 A** und **D4 B**, Förderbausteine Brüche, Prozente, Dezimalzahlen). Für die Erarbeitung ist ein grundlegendes Verständnis des Zahlenstrahls Voraussetzung (Baustein **N2**).

Sachsituationen in Wort und Bild

Gerade bei Lernenden, deren Verständnis der Multiplikation bislang auf das Faktenwissen von Einmaleins-Auf-gaben beschränkt war, ist es notwendig, einfache Umweltbezüge in Bildern (Fördereinheit 2) oder Rechengeschichten (Fördereinheit 4) mit Mal-Aufgaben in Beziehung zu setzen, um die Multiplikation für verschiedene Sachsituationen anwendbar zu machen. Die Fördereinheiten fordern Begründungen ein, weshalb ein Bild oder eine Rechengeschichte zu einer Multiplikation passt (bzw. sich mit dieser berechnen lässt).



Verschiedene Darstellungen der Aufgabe 3 · 4 – Würfelbild, Zahlenstrahl und Sachsituation

Aufbau der Förderung

Die Förderung besteht aus fünf Fördereinheiten:

1 Multiplikation und Würfelbilder
2 Multiplikation in der Umwelt
3 Multiplikation und Punktebilder
4 Multiplikation und Rechengeschichten
5 Multiplikation am Zahlenstrahl

Dieser Baustein beginnt in **Fördereinheit 1** mit der Erarbeitung eines Verständnisses von gruppierten Darstellungen und Würfelbildern. Durch ein Würfelspiel steht zunächst das zeitlich-sukzessive Herstellen von multiplikativen Strukturen im Vordergrund, das anschließend mit statischen Würfelbildern in Beziehung gesetzt wird.

In **Fördereinheit 2** werden Darstellungswechsel zwischen bildlichen Darstellungen mit alltagsweltlichem Bezug und Termen erarbeitet. Bei der Arbeit mit Punktefeldern setzen sich die Lernenden in **Fördereinheit 3** mit Übersetzungsprozessen zwischen Multiplikations-Aufgaben und flächigen Darstellungen auseinander. Durch die Nutzung eines Hunderterpunktefeldes und eines Malwinkels vertiefen und automatisieren die Lernenden in dieser Fördereinheit das Finden eines passenden Punktebildes zum Term und andersrum.

In **Fördereinheit 4** erstellen die Lernenden eigene Rechengeschichten zu vorgegebenen Bildern oder Termen und bewerten, ob eine gegebene Rechengeschichte zu einer Multiplikationsaufgabe passt.

Fördereinheit 5 erarbeitet anhand des Zahlenstrahls lineare Vorstellungen zur Multiplikation und vertieft diese durch verschiedene Übungsformate.

Literatur

Bönig, D. (1995): Multiplikation und Division. Empirische Untersuchung zum Operationsverständnis bei Grundschülern. Münster: Waxmann.

Kuhnke, K. (2013): Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Darstellungswechsel: Eine Untersuchung am Beispiel der Multiplikation im 2. Schuljahr. Springer Spektrum: Wiesbaden.

Schipper, W. (2009): Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Braunschweig: Westermann Schroedel.

Wittmann, E. Ch. / Müller, G.N. (1990): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1 – Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart: Klett.

Wittmann, E. / Müller, G.N. (2012): Das Zahlenbuch 2. Stuttgart: Klett.

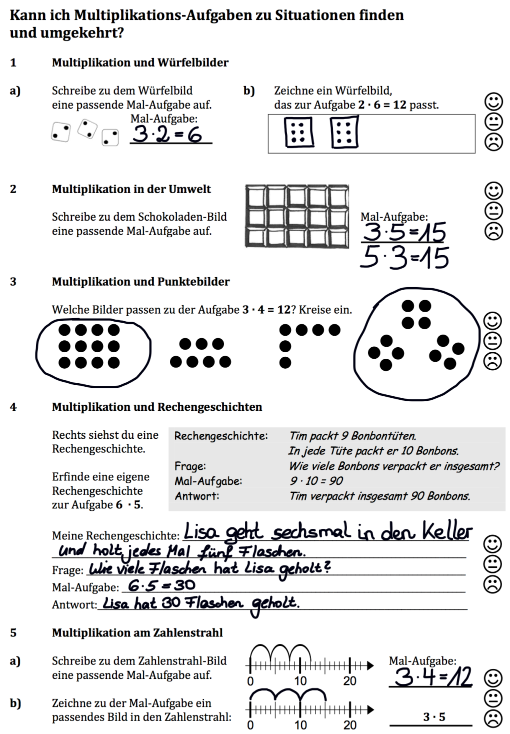
N4 A – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 20 - 30 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Sollten während der Durchführung bei Aufgabe 1 oder 2 ungewöhnliche bzw. nicht verständliche Lösungen auftreten, werden die Lernenden gebeten, auf der Rückseite oder auf einem weißen Blatt Begründungen ihrer Terme zu formulieren bzw. auch ihre Strukturierungen in das Bild (insbesondere der Schokolade) zu zeichnen.

Bei Schwierigkeiten zum Begriff ‚Rechengeschichte' kann ein Verweis auf das Beispiel helfen: Hier oben im Beispiel ist eine Rechengeschichte. Jetzt sollst du zu der Aufgabe 6 · 5 eine eigene Rechengeschichte erfinden.
Bei Abgabe des Blattes sollte die Lehrkraft kontrollieren, ob Aufgabe 4 verstanden wurde. Ggf. werden die Lernenden um eine weitere Bearbeitung auf der Rückseite oder auf einem weißen Blatt gebeten.


Kann ich Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?

1 Multiplikation und Würfelbilder

a) Schreibe zu dem Würfelbild eine passende Mal-Aufgabe auf.
Mal-Aufgabe: 3·2=6

b) Zeichne ein Würfelbild, das zur Aufgabe **2 · 6 = 12** passt.

2 Multiplikation in der Umwelt

Schreibe zu dem Schokoladen-Bild eine passende Mal-Aufgabe auf.
Mal-Aufgabe: 3·5=15
5·3=15

3 Multiplikation und Punktebilder

Welche Bilder passen zu der Aufgabe **3 · 4 = 12**? Kreise ein.

4 Multiplikation und Rechengeschichten

Rechts siehst du eine Rechengeschichte.

Erfinde eine eigene Rechengeschichte zur Aufgabe **6 · 5**.

Rechengeschichte:	*Tim packt 9 Bonbontüten. In jede Tüte packt er 10 Bonbons.*
Frage:	*Wie viele Bonbons verpackt er insgesamt?*
Mal-Aufgabe:	*9 · 10 = 90*
Antwort:	*Tim verpackt insgesamt 90 Bonbons.*

Meine Rechengeschichte: Lisa geht sechsmal in den Keller und holt jedes Mal fünf Flaschen.
Frage: Wie viele Flaschen hat Lisa geholt?
Mal-Aufgabe: 6·5=30
Antwort: Lisa hat 30 Flaschen geholt.

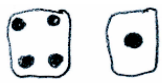
5 Multiplikation am Zahlenstrahl

a) Schreibe zu dem Zahlenstrahl-Bild eine passende Mal-Aufgabe auf.
0 10 20
Mal-Aufgabe: 3·4=12

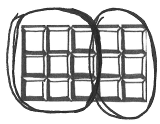
b) Zeichne zu der Mal-Aufgabe ein passendes Bild in den Zahlenstrahl:
0 10 20
3 · 5

Hinweise zur Auswertung:

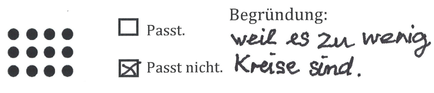
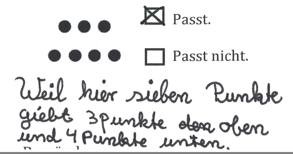
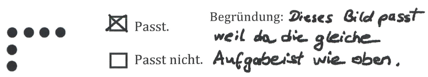
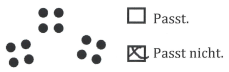
Diagnoseaufgabe 1: Multiplikation und Würfelbilder

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
a)	4 · 2 oder 2 · 4	Zwei Zweien werden verknüpft, um zwei Zahlen zu erhalten, die für die Bildung einer Aufgabe notwendig sind.	Multiplikation als Zusammenfassung gleichmächtiger Teilmengen (gruppierte Darstellungen) erarbeiten (1.1 - 1.3).
	2 · 2 · 2	Alle sichtbaren Zahlen werden verwendet.	
b)		Die Lernenden übersetzen die einzelnen Symbole der Aufgabe in eine bildliche Darstellung anstelle der Struktur.	Oftmals übersetzen die Lernenden auf diese Weise trotz eines vorhandenen Verständnisses der Multiplikation: Darstellungswechsel thematisieren (1.1 - 1.3).
		In Anlehnung an den Fehler ‚4·2' bei 1a) stellen die Lernenden den Faktor 4 durch zwei Zweien dar.	

Diagnoseaufgabe 2: Multiplikation in der Umwelt

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
	 9 · 6	Das Feld wird additiv zerlegt und die Summanden dann als Faktoren genutzt.	Nur wenn Verständnis der Multiplikation als Zusammenfassung gleichmächtiger Teilmengen gesichert ist (1.1 - 1.3), Darstellungswechsel der Multiplikation an lebensweltlichen Situationen erarbeiten (2.1).
	z.B. 3 · 15 oder 5 · 5 · 5	Auf verschiedene Weisen werden Zahlen konstruiert (hier 1) Anzahl der Reihen und Gesamtanzahl; 2) Stücke pro Reihe) und diese als Faktoren genutzt.	

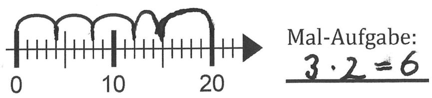
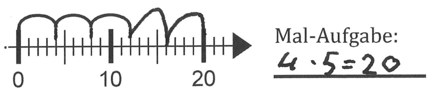
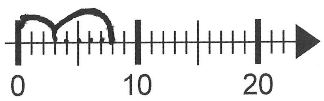
Diagnoseaufgabe 3: Multiplikation und Punktbilder

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
1)		Falsche Lösung beruht auf einem Verzählen beim Bestimmen der Anzahl der Punkte.	Verständnis mdl. überprüfen. Multiplikation in flächigen Darstellungen thematisieren (3.1 - 3.3).
2)		Die einzelnen Faktoren werden als Anzahlen in dem Bild interpretiert, die multiplikative Struktur wird ignoriert.	Oftmals übersetzen die Lernenden auf diese Weise trotz eines vorhandenen Verständnisses der Multiplikation: Darstellungswechsel thematisieren (3.2).
3)		Rechteckskonvention: Winkel eines Rechtecks wird mit Multiplikation identifiziert.	Multiplikation in flächigen Darstellungen (3.2) thematisieren und Begründungen für multiplikative Deutungen erarbeiten.
4)		Gruppierte Darstellungen sind nicht bekannt.	Verständnis gruppierter Darstellungen überprüfen und ggf. erarbeiten (1.1 - 1.3).

Diagnoseaufgabe 4: Multiplikation und Rechengeschichten

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
	Ich habe 6 Bombons und esse 5 6·5=30	Geschichte passt zu einer anderen Operation (vorwiegend Subtraktion).	Wechselseitige Übersetzungen von multiplikativen Handlungen und Termen erarbeiten (4.1 - 4.4).
	Anna hat heute Geburtstag. Sie wird 6 Jahre alt. Sie hat 5 Freundinnen eingeladen. 6·5=30	Geschichte lässt keine mathematische Operation zu.	
	Meine Rechengeschichte: In 3 Autos fahren immer 5 Leute. Frage: Wie viele fahren? Mal-Aufgabe: 3 · 5 = 15 Antwort: 15 Leute fahren mit.	Die Operation ist richtig, jedoch werden die Zahlen verändert.	Verständnis überprüfen. Meist kein Förderbedarf vorhanden, nicht selten Flüchtigkeitsfehler.

Diagnoseaufgabe 5: Multiplikation am Zahlenstrahl

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
a)		Nur die Anzahl der Bögen wird betrachtet, nicht die Länge. Oftmals werden Bögen bis zur 20 ergänzt.	Oftmals kein Verständnis des Zahlenstrahls vorhanden (Baustein **N2**). Lineare Darstellungen der Multiplikation am Zahlenstrahl erarbeiten (5.1 - 5.3).
	5 · 4 = 20	Es werden Aufgaben zu den sichtbaren Zahlen 10 oder 20 konstruiert.	
		Die fehlenden Bögen werden ergänzt und dann multiplikativ betrachtet.	Aufgabenverständnis mündlich überprüfen. Oftmals kein Förderbedarf.
b)		Die Faktoren 3 und 5 werden einzeln übersetzt und bildlich dargestellt.	Oftmals kein Verständnis des Zahlenstrahls vorhanden (Baustein **N2**). Lineare Darstellungen der Multiplikation am Zahlenstrahl erarbeiten (5.1 - 5.3).

1 Multiplikation und Würfelbilder

1.1 Erarbeiten (35 - 45 Minuten)

Ziel: Multiplikation als effizienten Rechenweg bei der Berechnung von Würfelpunkten verstehen; Zusammenhang zwischen Addition und Multiplikation erkennen und erklären

Material: MB: a) 5 Würfel pro Schüler, b, d) ggf. 10 Würfel pro Gruppe

Umsetzung: a) Spiel (GA), dann UG; b) EA; c) UG; d) EA

Impuls: Begriffe *Multiplikation* und *Mal-Aufgabe* als Synonyme thematisieren.

Hintergrund: Spiel mündlich erklären. Jeder Spieler würfelt dreimal hintereinander. Nach dem 1. Wurf entscheidet er sich für eine Augenzahl, die er sammelt (i.d.R. eine Zahl, die im 1. Wurf oft vorkommt) und legt Würfel mit dieser Augenzahl beiseite. Beim 2. und beim 3. Wurf mit den restlichen Würfeln legt er jeweils weitere Würfel mit dieser Augenzahl beiseite. Am Ende zählen nur die Augen der Würfel mit gleicher Augenzahl. (Vereinfachte Form des Spiels *Kniffel*)

Hilfestellung: Begriffe der ersten zwei Spalten (Anzahl, Augenzahl) klären.

Reflexion: Rechnungen (Addition, Multiplikation) vergleichen lassen. Erklärungen einfordern: Wieso kannst du hier 3 · 5 rechnen?

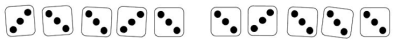
1.1 Ein Würfelspiel

a) Protokolliert euer Spiel in der Tabelle, jeder seine Würfe auf seinem Blatt.

z.B.

	Anzahl der Würfel	Gesammelte Augenzahl	Rechnung	Punkte	Gewinner
1.	4	3	4 · 3 = 12	12	Emily
2.					
3.					
4.					
5.					

b) Jonas holt sich 10 Würfel aus der Würfelkiste. Damit legt er lauter Dreien.
Wie viele Punkte sind das?

30 

Methode: Aufgabe c) muss abgedeckt oder Aufgabe b) mündlich gestellt werden (z.B. mit 10 Würfeln auf dem Tisch).

Impuls: Welcher Rechenweg ist eurem am ähnlichsten? Wie findest du Jonas Rechenweg? Wieso kann Jonas so rechnen?

c) Emily, Jonas und Kenan haben die Punkte so bestimmt:

Emily:

$\underbrace{\quad}_{15}$ $\underbrace{\quad}_{15}$

15 + 15 = 30

Kenan:

10 Dreien:
3+3+3+3+3
+3+3+3+3+3
= 30

Jonas:

10 · 3 = 30

Beschreibe, wie die Kinder rechnen.
Welche Unterschiede gibt es zwischen den Rechenwegen?

Reflexion: Rechenwege vergleichen.
Rechne so wie Jonas.

d) Jonas überlegt:

Jonas

„Wenn ich mit zehn Würfeln Fünfen lege, wie viele Punkte wären das dann insgesamt?"

50

Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Rechenweg auf.

1.2 **Erarbeiten (15 - 20 Minuten)**

Ziel: Beziehungen zwischen Addition und Multiplikation verstehen;
Zwischen gruppierten Darstellungen und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

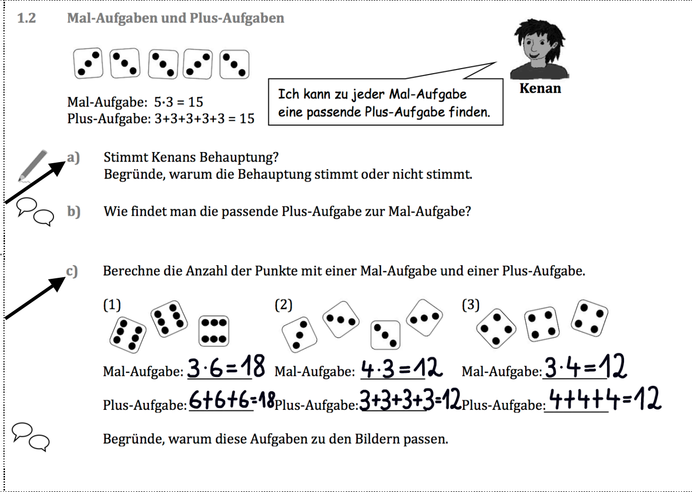
Material: -

Umsetzung: a) EA; b) UG; c) EA, dann UG

Impuls: Wenn Beispiele genutzt werden: Warum klappt das *immer*?

Hintergrund: Rolle des Multiplikators und Multiplikanden klären. Woher weiß ich, wie viele Summanden die Plus-Aufgabe hat?

Impuls: Wie findest du die passende Mal-Aufgabe? Typische Schwierigkeit: bei (1) 6 · 6 · 6 (sichtbare Einzelelemente verwendet). Besprochener Zusammenhang zwischen Addition und Multiplikation hilft bei der Klärung, dass 6 · 6 · 6 nicht passt.


1.2 Mal-Aufgaben und Plus-Aufgaben

Mal-Aufgabe: 5·3 = 15
Plus-Aufgabe: 3+3+3+3+3 = 15

Ich kann zu jeder Mal-Aufgabe eine passende Plus-Aufgabe finden.

Kenan

a) Stimmt Kenans Behauptung?
Begründe, warum die Behauptung stimmt oder nicht stimmt.

b) Wie findet man die passende Plus-Aufgabe zur Mal-Aufgabe?

c) Berechne die Anzahl der Punkte mit einer Mal-Aufgabe und einer Plus-Aufgabe.

(1) Mal-Aufgabe: 3·6=18 Plus-Aufgabe: 6+6+6=18

(2) Mal-Aufgabe: 4·3=12 Plus-Aufgabe: 3+3+3+3=12

(3) Mal-Aufgabe: 3·4=12 Plus-Aufgabe: 4+4+4=12

Begründe, warum diese Aufgaben zu den Bildern passen.

1.3 **Üben (5 - 10 Minuten zzgl. Aufgabengeneratoren)**

Ziel: Erarbeitete Darstellungswechsel zwischen Bildern und Termen automatisieren

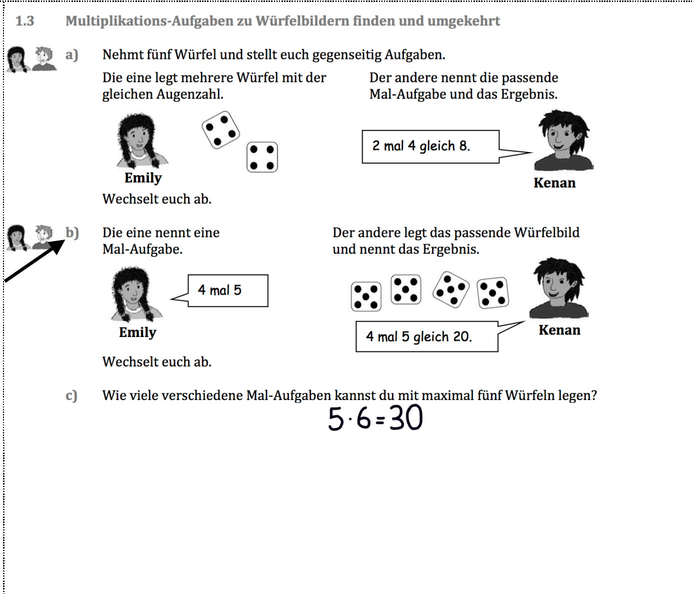
Material: MB: 5 Würfel (ggf. auch 10 Würfel)

Umsetzung: a), b) Aufgabengenerator (PA); c) EA, PA, dann UG

Hintergrund: Ist der Multiplikand größer als 6, lässt sich die Aufgabe mit Würfeln nicht darstellen. Dies wird von den Lernenden erkannt und kann thematisiert werden. Gleiches gilt für den Multiplikator je nach verwendeter Würfelanzahl.

Typische Schwierigkeit: Die einzelnen Faktoren werden dargestellt. Zum Term 4 · 5 legen die Lernenden eine vier, eine fünf und teilweise sogar eine eins als Mal-Zeichen. Verweis auf Aufgabe 1.2 oder 1.3a) kann bei der Klärung helfen.

Weitere Aufgabe: Bei beiden Teilaufgaben auf zehn Würfel erweitern.


1.3 Multiplikations-Aufgaben zu Würfelbildern finden und umgekehrt

a) Nehmt fünf Würfel und stellt euch gegenseitig Aufgaben.
Die eine legt mehrere Würfel mit der gleichen Augenzahl.
Der andere nennt die passende Mal-Aufgabe und das Ergebnis.

Emily

2 mal 4 gleich 8.

Kenan

Wechselt euch ab.

b) Die eine nennt eine Mal-Aufgabe.
Der andere legt das passende Würfelbild und nennt das Ergebnis.

4 mal 5

Emily

4 mal 5 gleich 20.

Kenan

Wechselt euch ab.

c) Wie viele verschiedene Mal-Aufgaben kannst du mit maximal fünf Würfeln legen?
5·6=30

2 Multiplikation in der Umwelt

2.1 Erarbeiten (20 - 30 Minuten)

Ziel: Zwischen Multiplikation in lebensweltlichen Bildern und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

Material: -

Umsetzung: a) UG; b) EA, dann UG; c) EA; d) EA, dann UG

Impuls: Wie wärst du vorgegangen?
Wie hättest du noch rechnen können?

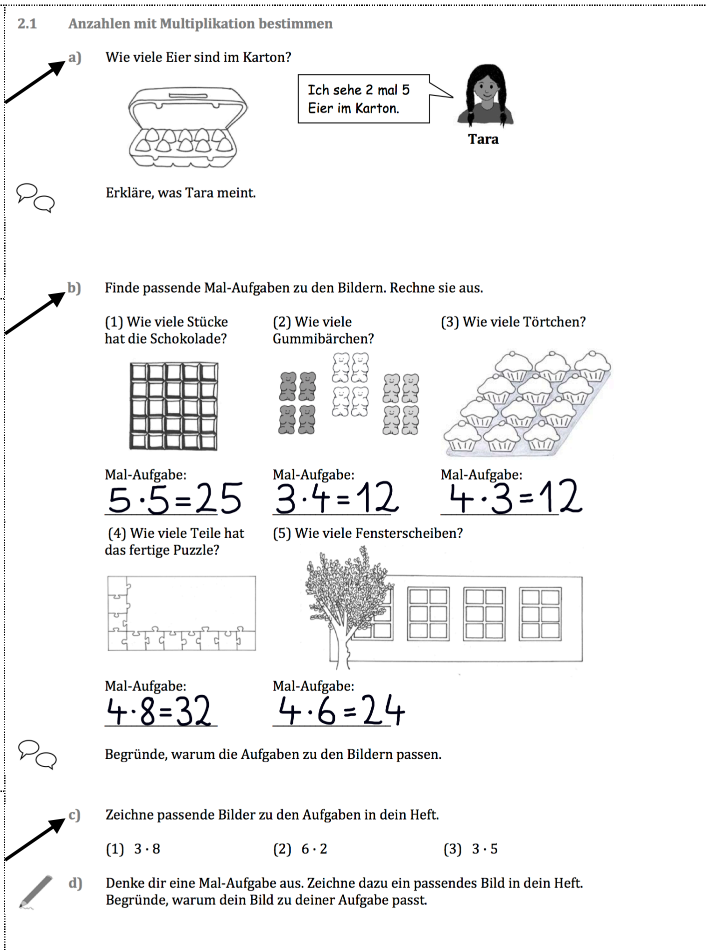
Weitere Aufgabe: Schaut euch im Klassenraum (in der Schule o.Ä.) um. Findet ihr Gegenstände, zu denen ihr auch eine passende Mal-Aufgabe finden könnt?

Impuls: Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen Aufgabe (2) und (3) klären, die trotz Termgleichheit bestehen.

Impuls: Räumliche Vorstellung einer Multiplikation im Rechteckfeld thematisieren, wenn Lernende diese bei der Erklärung nutzen („Ich habe geguckt, wie viele nach unten und wie viele nach rechts gehen.“).

Impuls: Unterschied zwischen Rechteck und Winkel klären. Wie kann ich herausfinden, wie viele Puzzleteile *jetzt* schon liegen? Wieso rechne ich *jetzt* Plus und für das *fertige* Puzzle mal?

Methode: Bilder auf Blätter zeichnen lassen. Diese an der Tafel / in der Tischmitte sortieren und den Termen aus (1), (2), (3) zuordnen lassen. Welche Bilder passen zur Aufgaben 3 · 8?


2.1 Anzahlen mit Multiplikation bestimmen

a) Wie viele Eier sind im Karton?

Ich sehe 2 mal 5 Eier im Karton.

Tara

Erkläre, was Tara meint.

b) Finde passende Mal-Aufgaben zu den Bildern. Rechne sie aus.

(1) Wie viele Stücke hat die Schokolade?
Mal-Aufgabe: $5 \cdot 5 = 25$

(2) Wie viele Gummibärchen?
Mal-Aufgabe: $3 \cdot 4 = 12$

(3) Wie viele Törtchen?
Mal-Aufgabe: $4 \cdot 3 = 12$

(4) Wie viele Teile hat das fertige Puzzle?
Mal-Aufgabe: $4 \cdot 8 = 32$

(5) Wie viele Fensterscheiben?
Mal-Aufgabe: $4 \cdot 6 = 24$

Begründe, warum die Aufgaben zu den Bildern passen.

c) Zeichne passende Bilder zu den Aufgaben in dein Heft.

(1) 3 · 8 (2) 6 · 2 (3) 3 · 5

d) Denke dir eine Mal-Aufgabe aus. Zeichne dazu ein passendes Bild in dein Heft. Begründe, warum dein Bild zu deiner Aufgabe passt.

3 Multiplikation und Punktebilder

3.1 Erarbeiten und Üben (20 - 30 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Flächige Vorstellung der Multiplikation entwickeln; Punktefelder flexibel deuten

Material: MB: Hunderter-Punktefeld, kleiner Malwinkel

Umsetzung: a), b) PA oder GA, dann UG; c) Aufgabengenerator (PA); d), e) PA oder EA, dann UG

Impuls: Rechteckskonventionen besprechen. Wieso passt zu Kenans Bild die Aufgabe 2 mal 5?

Impuls: Kommutativität thematisieren. 2 · 5 und 5 · 2 sind Tauschaufgaben. Kannst du zu jedem Punktebild zwei Tauschaufgaben finden?

Weitere Aufgabe: Findest du alle Mal-Aufgaben zu dem Bild? Wieso sind das alle?

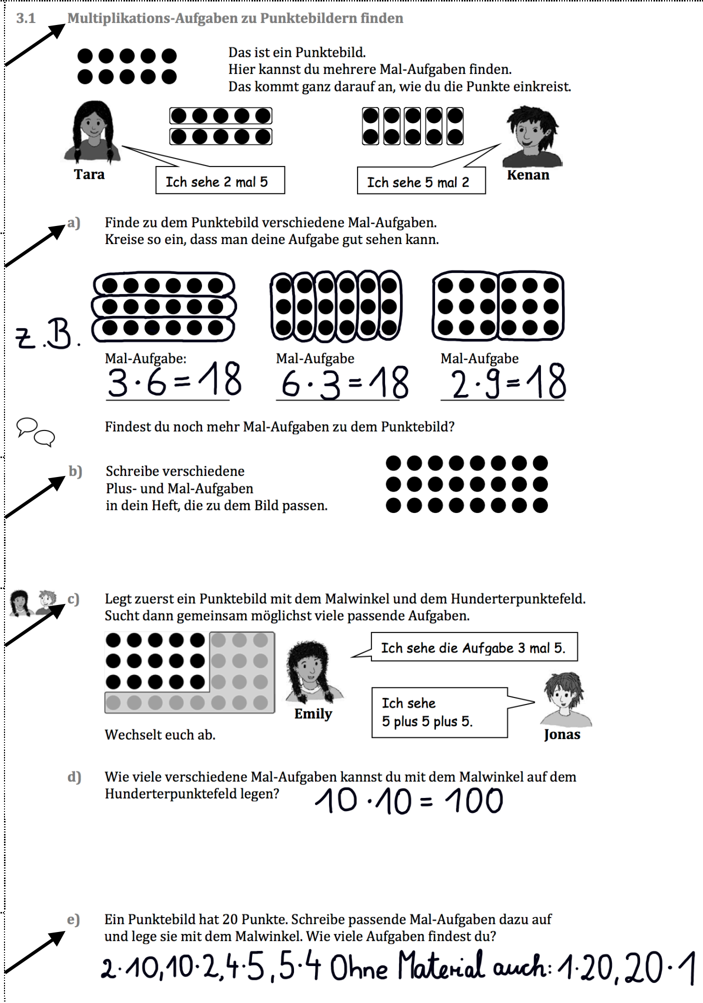
Weitere Aufgabe: Wie viele Mal-Aufgaben gibt es? Wieso sind das alle? Wie viele Plus-Aufgaben gibt es?

Hintergrund: Einführung des Hunderterpunktefeldes: Klären, dass Punktefeld Fünfer-Struktur besitzt, damit die Punkte nicht abgezählt werden müssen.

Reflexion: Die notierten Aufgaben können sortiert werden. Welche Mal-Aufgaben und Plus-Aufgaben gehören zusammen? Zu welchen Plus-Aufgaben gibt es keine Mal-Aufgaben?

Weitere Aufgabe: Finde verschiedene Aufgaben bzw. finde alle Aufgaben. Begründe, warum das alle sind.

Weitere Augabe: Aufgabe mit Punkteanzahl 23 stellen. Wieso findest du keine Aufgaben (außer 1 · 23 im 23 · 1)?



3.1 Multiplikations-Aufgaben zu Punktebildern finden

Das ist ein Punktebild.
Hier kannst du mehrere Mal-Aufgaben finden.
Das kommt ganz darauf an, wie du die Punkte einkreist.

Tara: Ich sehe 2 mal 5

Kenan: Ich sehe 5 mal 2

a) Finde zu dem Punktebild verschiedene Mal-Aufgaben.
Kreise so ein, dass man deine Aufgabe gut sehen kann.

z.B.

Mal-Aufgabe: 3·6=18

Mal-Aufgabe 6·3=18

Mal-Aufgabe 2·9=18

Findest du noch mehr Mal-Aufgaben zu dem Punktebild?

b) Schreibe verschiedene Plus- und Mal-Aufgaben in dein Heft, die zu dem Bild passen.

c) Legt zuerst ein Punktebild mit dem Malwinkel und dem Hunderterpunktefeld. Sucht dann gemeinsam möglichst viele passende Aufgaben.

Emily: Ich sehe die Aufgabe 3 mal 5.

Jonas: Ich sehe 5 plus 5 plus 5.

Wechselt euch ab.

d) Wie viele verschiedene Mal-Aufgaben kannst du mit dem Malwinkel auf dem Hunderterpunktefeld legen? 10·10 = 100

e) Ein Punktebild hat 20 Punkte. Schreibe passende Mal-Aufgaben dazu auf und lege sie mit dem Malwinkel. Wie viele Aufgaben findest du?

2·10, 10·2, 4·5, 5·4 Ohne Material auch: 1·20, 20·1

3.2 Erarbeiten (15 - 20 Minuten)

Ziel: Zwischen Multiplikation in Punktefeld und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

Material: -

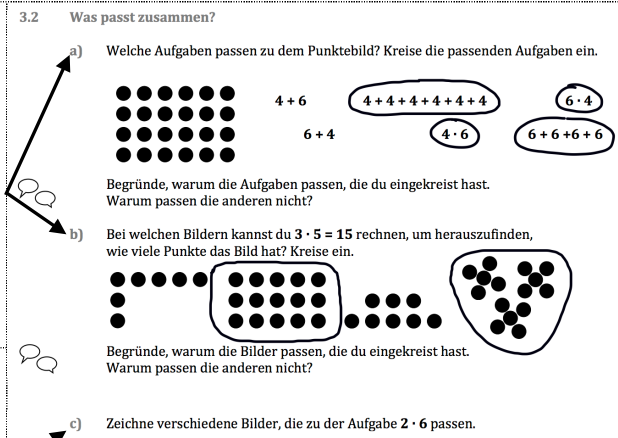
Umsetzung: Jeweils EA oder PA, dann UG

Impuls: Feld mit Hunderter-Punktefeld und Malwinkel nachlegen. Kreise so ein, dass man die Aufgabe in dem Punktebild gut sehen kann.

Zu beachten: Die Lernenden sollten nicht nur über das Ergebnis argumentieren („Die Aufgabe passt, weil das Ergebnis 24 ist.“), sondern es sollte auch die Struktur der Terme thematisiert werden, wie im Bild 4 · 6 gesehen werden kann.

Typische Schwierigkeit: Lerndende akzeptieren auch das 1. oder 3. Bild und begründen ihren Standpunkt mit dem Vorkommen der 3 und der 5 in Bild und Term. In diesem Fall kann der Verweis auf die Aufgabenstellung helfen „... um herauszufinden, wie viele Punkte das Bild hat.“

Weitere Aufgabe: Zeichne auch ein Bild, das nicht zu der Aufgabe 2 · 6 passt, aber in dem die Zahlen 2 und 6 vorkommen. Tauscht eure Bilder aus und findet heraus, welche Bilder zu 2 · 6 passen und welche nicht.


3.2 Was passt zusammen?

a) Welche Aufgaben passen zu dem Punktebild? Kreise die passenden Aufgaben ein.

4 + 6 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 6 · 4 6 + 4 4 · 6 6 + 6 + 6 + 6

Begründe, warum die Aufgaben passen, die du eingekreist hast. Warum passen die anderen nicht?

b) Bei welchen Bildern kannst du **3 · 5 = 15** rechnen, um herauszufinden, wie viele Punkte das Bild hat? Kreise ein.

Begründe, warum die Bilder passen, die du eingekreist hast. Warum passen die anderen nicht?

c) Zeichne verschiedene Bilder, die zu der Aufgabe **2 · 6** passen.

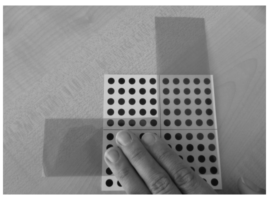
3.3 Üben (Aufgabengenerator)

Ziel: Erarbeitete Übersetzungsprozesse automatisieren;
Punktefelder operativ verändern – Beziehungen zwischen Mal-Aufgaben erkennen

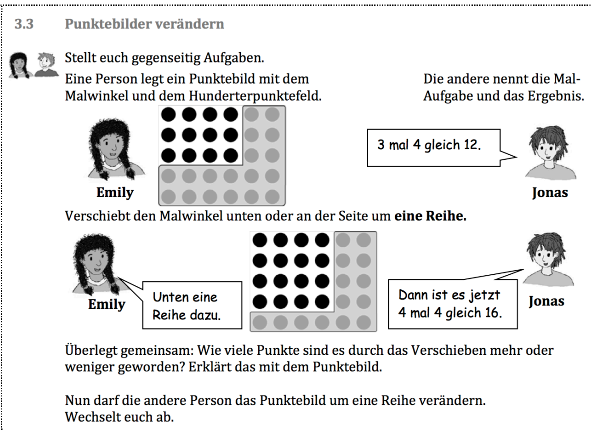
Material: MB: Hunderter-Punktefeld, kleiner Malwinkel

Umsetzung: Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Diese Aufgabe kann bei der halbschriftlichen Multiplikation wieder aufgegriffen werden (Baustein **N6 B**). Sie bereitet die Verwendung von Hilfsaufgaben vor.



Weitere Aufgabe: Festen Startpunkt vorgeben (z.B. 5 · 5, 10 · 10). Welche Aufgaben kannst du mit einmaligem Verschieben erreichen?


3.3 Punktebilder verändern

Stellt euch gegenseitig Aufgaben.

Eine Person legt ein Punktebild mit dem Malwinkel und dem Hunderterpunktefeld.

Die andere nennt die Mal-Aufgabe und das Ergebnis.

Verschiebt den Malwinkel unten oder an der Seite um **eine Reihe**.

Überlegt gemeinsam: Wie viele Punkte sind es durch das Verschieben mehr oder weniger geworden? Erklärt das mit dem Punktebild.

Nun darf die andere Person das Punktebild um eine Reihe verändern. Wechselt euch ab.

4 Multiplikation und Rechengeschichten

4.1 - 4.3 **Erarbeiten (30 - 45 Minuten)**

Ziel: Zwischen Rechengeschichten, lebenswirklichen Bildern und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

Material: -

Umsetzung: 4.1, 4.2 EA oder PA, dann jeweils UG; 4.3 a) EA; b) PA oder GA, dann UG

Reflexion: Bei der Reflexion der Rechengeschichten kann eine von der Lehrkraft erstellte, nicht passende Geschichte unter die anderen gemischt werden. Die muss von den Lernenden gefunden werden, sodass die Aufmerksamkeit beim Überprüfen der Geschichten erhalten bleibt.

4.1 Multiplikations-Aufgaben und Bilder zu Rechengeschichten finden

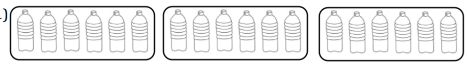
Zeichne zu jeder Rechengeschichte ein passendes Bild ins Heft.
Schreibe dann die passende Mal-Aufgabe dazu.

a) Eine Schokoladentafel hat 6 Riegel. In jedem Riegel sind 4 Stücke. Wie viele Stücke sind es insgesamt? $6 \cdot 4 = 24$

b) Maurice packt 4 Bonbontüten. In jede Tüte packt er 10 Bonbons. Wie viele Bonbons verpackt er insgesamt? $4 \cdot 10 = 40$

4.2 Rechengeschichten und Multiplikations-Aufgaben zu Bildern finden

Schreibe zu jedem Bild eine passende Rechengeschichte in dein Heft.
Schreibe auch eine Frage und eine passende Mal-Aufgabe auf.

(1)  $3 \cdot 6 = 18$

(2)  $3 \cdot 5 = 15$

Hilfestellung: Der Kontext *Geld* hilft den Lernenden aufgrund seiner Nähe zum Alltag der Lernenden, wenn sie keine Ideen zur Anfertigung einer eigenen Geschichte haben.

4.3 Rechengeschichten und Bilder zu Multiplikations-Aufgaben finden

a) Schreibe zu der Aufgabe **3 · 7** eine passende Rechengeschichte in dein Heft. Schreibe auch eine Frage auf und zeichne ein passendes Bild.

Weitere Aufgabe: Zeichne auch ein Bild oder erfinde eine Geschichte, das bzw. die nicht zur Aufgabe 3 · 7 passt, in dem/r aber die Zahlen 3 und 7 vorkommen. Dann in b) nach passenden und nicht passenden Geschichten sortieren lassen.

b) Tauscht eure Rechengeschichten gegenseitig aus. Welche Rechengeschichten passen gut zu der Aufgabe?

4.4 **Erarbeiten (20 - 25 Minuten)**

Ziel: Rechengeschichten überprüfen und einschätzen

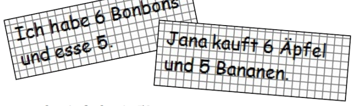
Material: -

Umsetzung: a) EA oder PA; b), c) EA; d) GA, dann UG

Impuls: Wie heißen die passenden Aufgaben zu Pauls Geschichten?

4.4 Passt die Rechengeschichte?

Zu der Aufgabe **6 · 5** hat Rico Rechengeschichten erfunden.



a) Passen Ricos Rechengeschichten zu der Aufgabe **6 · 5**? Begründe deine Entscheidung.

Zu beachten: Aufgabe b) nicht direkt gemeinsam reflektieren, da unbekannte Rechengeschichten noch in Aufgabe d) benötigt werden.

b) Erfinde eine eigene Rechengeschichte, die zu der Mal-Aufgabe passt.

c) Erfinde eine eigene Rechengeschichte mit den Zahlen 6 und 5, die **nicht** zu der Aufgabe **6 · 5** passt.

Reflexion: Erfundene Rechengeschichten der Lernenden in Beziehung zueinander setzen: Was ist bei den Geschichten gleich und was ist verschieden?

d) Tauscht eure Geschichten aus b) und c) miteinander. Erkennt dein Partner, welche deiner Geschichten passt und welche nicht?

5 Multiplikation am Zahlenstrahl

5.1 **Erarbeiten (5 - 10 Minuten)**

Ziel: Multiplikation in linearen und gruppierten Darstellungen erkennen und aufeinander beziehen

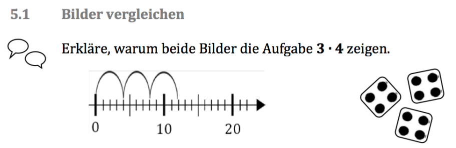
Material: -

Umsetzung: UG

Voraussetzung: Verständnis des Zahlenstrahls (ggf. mit Baustein **N2** erarbeiten).

Zu beachten: Lernende sollten nicht nur das Gesamtergebnis 12 oder die Einzelelemente 4, sondern ebenfalls die Relationen in den Bildern in den Blick nehmen: Beide Bilder zeigen drei Vierer.

Impuls: Unterschiedliche Rollen der 3 als Multiplikator und der 4 als Multiplikand thematisieren.


5.1 Bilder vergleichen

Erkläre, warum beide Bilder die Aufgabe **3 · 4** zeigen.

5.2 - 5.3 **Üben (10 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)**

Ziel: Zwischen linearen Darstellungen und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

Material: MB: Zahlenstrahlkarten, Folienstifte

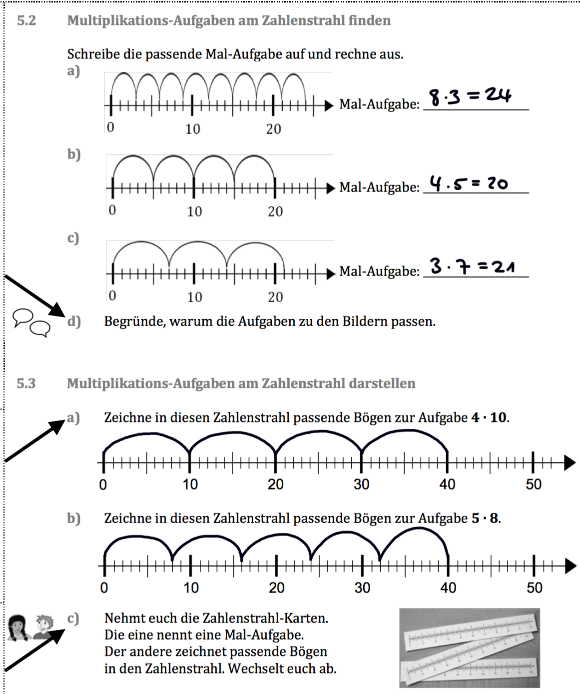
Umsetzung: 5.2 EA, dann UG; 5.3 a), b) EA; c) Aufgabengenerator (PA)

Impuls: Rolle von Multiplikand und Multiplikator klären, ggf. Verweis auf Aufgabe 5.1. Kontrastierend kann die Tauschaufgabe mit einer anderen Farbe eingezeichnet und verglichen werden. Nur das Ergebnis bleibt gleich, die Rollen von Multiplikand und Multiplikator tauschen.

Reflexion: Bilder der Lernenden anschließend vergleichen. Auch hier ggf. die Rollen der Faktoren bei Tauschaufgaben klären.

Weitere Aufgabe: Diese Aufgabe kann auch umgedreht werden (ähnlich Aufgabe 5.2). Der eine zeichnet ein Bild. Der andere nennt die passende Mal-Aufgabe.

Weitere Aufgabe: Zeichnet ein Bild in den Zahlenstrahl, das zu einer Mal-Aufgabe mit dem Ergebnis 20 passt. Wie viele verschiedene Bilder findet ihr?


5.2 Multiplikations-Aufgaben am Zahlenstrahl finden

Schreibe die passende Mal-Aufgabe auf und rechne aus.

a) Mal-Aufgabe: 8 · 3 = 24

b) Mal-Aufgabe: 4 · 5 = 20

c) Mal-Aufgabe: 3 · 7 = 21

d) Begründe, warum die Aufgaben zu den Bildern passen.

5.3 Multiplikations-Aufgaben am Zahlenstrahl darstellen

a) Zeichne in diesen Zahlenstrahl passende Bögen zur Aufgabe **4 · 10**.

b) Zeichne in diesen Zahlenstrahl passende Bögen zur Aufgabe **5 · 8**.

c) Nehmt euch die Zahlenstrahl-Karten. Die eine nennt eine Mal-Aufgabe. Der andere zeichnet passende Bögen in den Zahlenstrahl. Wechselt euch ab.