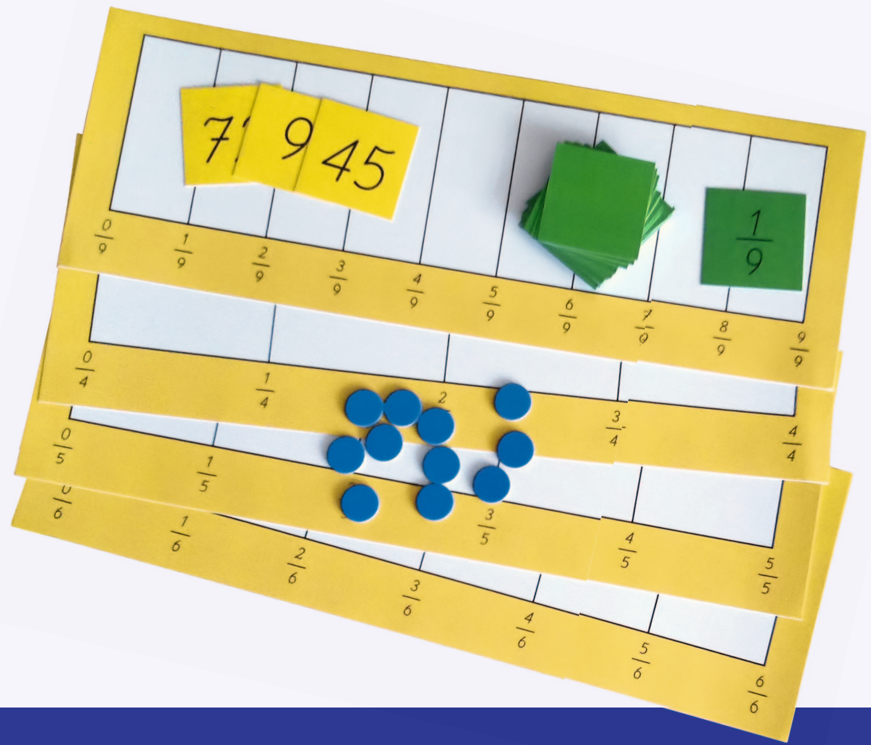
Für Lehrerinnen und Lehrer

Mathe sicher können

Auszug "D4 - Multiplizieren und dividieren von Dezimalzahlen" aus:

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen



Brüche, Prozente, Dezimalzahlen

Ermöglicht durch
Deutsche Telekom Stiftung

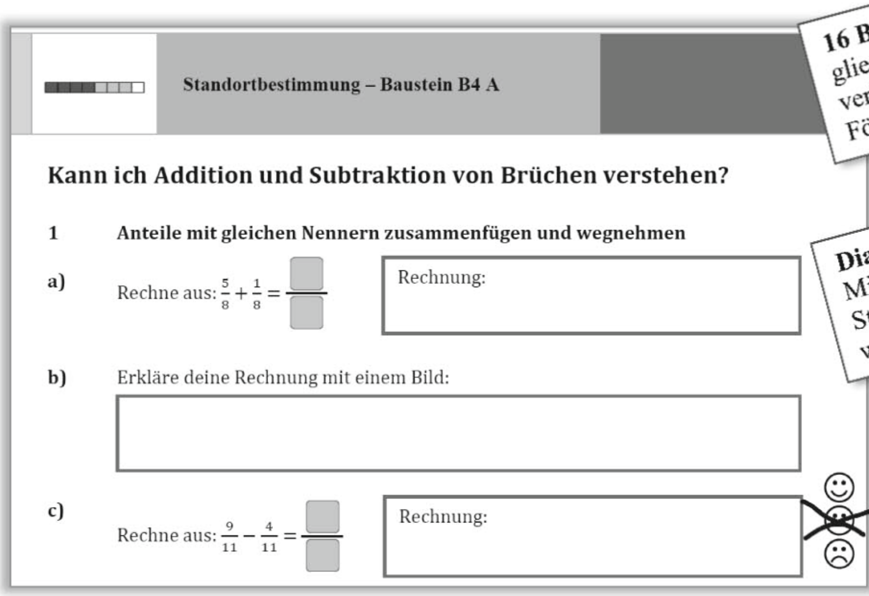
Cornelsen

Herausgegeben von
Susanne Prediger
Christoph Selter
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger

So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept

In den 16 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie
mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.

16 Basiskompetenzen gliedern die Bausteine und verbinden Diagnose und Förderung.



Standortbestimmung – Baustein B4 A

Kann ich Addition und Subtraktion von Brüchen verstehen?

1 Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen

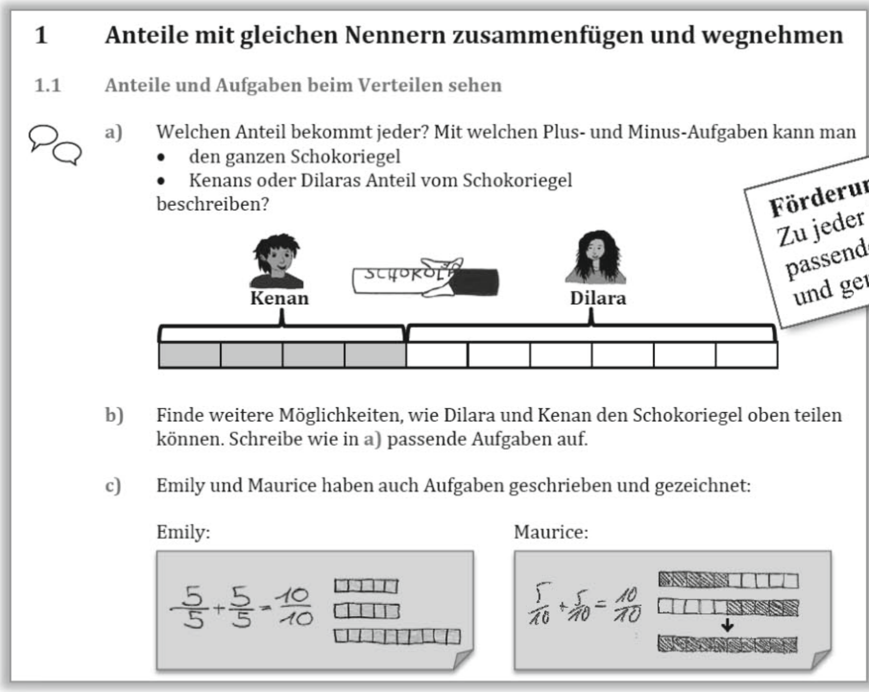
a) Rechne aus: $\frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{\square}{\square}$ Rechnung:

b) Erkläre deine Rechnung mit einem Bild:

c) Rechne aus: $\frac{9}{11} - \frac{4}{11} = \frac{\square}{\square}$ Rechnung:

Diagnose: Mit 2 bis 4 Aufgaben in der Standortbestimmung stellen Sie fest, was die Lernenden schon können.

Die Standortbestimmungen befinden sich im hinteren Teil dieser Handreichungen als Kopiervorlage.



1 Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen

1.1 Anteile und Aufgaben beim Verteilen sehen

a) Welchen Anteil bekommt jeder? Mit welchen Plus- und Minus-Aufgaben kann man
- den ganzen Schokoriegel
- Kenans oder Dilaras Anteil vom Schokoriegel

beschreiben?

b) Finde weitere Möglichkeiten, wie Dilara und Kenan den Schokoriegel oben teilen können. Schreibe wie in a) passende Aufgaben auf.

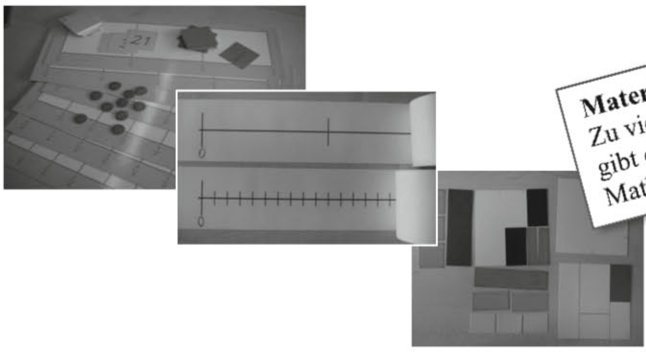
c) Emily und Maurice haben auch Aufgaben geschrieben und gezeichnet:

Emily: $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} = \frac{10}{10}$

Maurice: $\frac{5}{10} + \frac{5}{10} = \frac{10}{10}$

Förderung: Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine passende Fördereinheit, die differenziert und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.



Material: Zu vielen Förderaufgaben gibt es Material, mit dem man Mathe besser verstehen kann.

Tipps zum Material sind in dieser Handreichung.
Viele Materialien befinden sich im zugehörigen Materialkoffer von Cornelsen Experimenta

Mathe sicher können

Handreichungen
für ein Diagnose- und Förderkonzept
zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

Brüche, Prozente und Dezimalzahlen

Herausgegeben von
Susanne Prediger
Christoph Selter
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger

Entwickelt und Erprobt von
Stephan Hußmann
Birte Pöhler
Susanne Prediger
Andrea Schink
Lara Sprenger

Erarbeitet an der Technischen Universität Dortmund
im Rahmen von `Mathe sicher können´, einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung.

technische universität
dortmund

Deutsche
Telekom
Stiftung

Herausgeber: Susanne Prediger, Christoph Selter, Stephan Hußmann, Marcus Nührenbörger
Autorinnen und Autoren: Stephan Hußmann, Birte Pöhler, Susanne Prediger, Andrea Schink, Lara Sprenger

Redaktion: Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger
Illustration der Figuren: Andrea Schink
Alle sonstigen Bildrechte für Illustrationen und technische Figuren liegen bei den Herausgebern.

Umschlaggestaltung: Corinna Babylon

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:
www.mathe-sicher-koennen.de/Material

1. Auflage, 1. Druck 2014

Druck: DBM Druckhaus Berlin-Mitte GmbH

ISBN 978-3-06-006536-3

PEFC zertifiziert
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten Quellen.
www.pefc.de
PEFC/04-31-2206

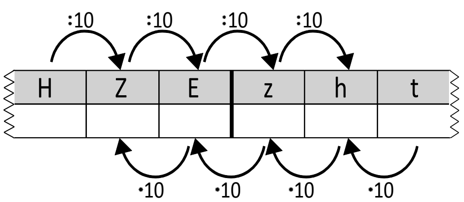
Inhaltsverzeichnis der Handreichungen Brüche, Prozente und Dezimalzahlen

D4 A Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren und dividieren – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Die Multiplikation und Division von Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen (Zehnerpotenzen, also 10, 100, 1000, etc.) sind wichtige Voraussetzung für das Kopfrechnen und halbschriftliche Rechnen. Sie bieten unter anderem eine tragfähige Strategie zum Multiplizieren bzw. Dividieren von Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen (Baustein **D4 B**). Die Multiplikation mit und die Division durch Zehnerzahlen sollte im Unterricht thematisiert werden, um vor allen Dingen der Übergeneralisierung der Regel *Nullen anhängen oder wegstreichen* entgegenzuwirken, die im Bereich der Dezimalzahlen so nicht mehr tragfähig ist.

Wichtiger als die korrekte Ausführung der Multiplikation und Division von Dezimalzahlen mit und durch Zehnerzahlen sind die damit verbundenen Einsichten in das Stellenwertsystem und die erweiterte Stellenwerttafel, welche schon im Bereich der natürlichen Zahlen (Baustein **N6 A**, Förderbausteine Natürliche Zahlen) und beim Dezimalzahlverständnis (Baustein **D1 A**) angebahnt wurde.



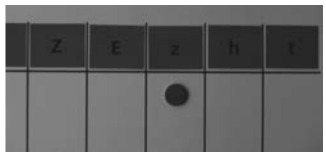
Dekadische Struktur der erweiterten Stellenwerttafel

Bei der Multiplikation mit 10 bzw. der Division durch 10 werden alle Ziffern in der Stellenwerttafel um eine Spalte nach links bzw. nach rechts geschoben, bei 10^n entsprechend um n Stellen (vgl. Padberg 2009, S. 210). Dadurch ergibt sich die Kommaverschiebungsregel, bei der das Komma bei Multiplikation mit bzw. Division durch 10^n um n Stellen nach rechts bzw. links rückt. In der Förderung wird besonders darauf geachtet, dass immer die Stellen der Dezimalzahl verschoben werden und nicht das Komma. Dies ist für ein sicheres Stellenwertverständnis von großer Bedeutung, damit den Lernenden verdeutlicht werden kann, dass das Komma immer an derselben Stelle im Aufbau der Dezimalzahlen bleibt und sich durch Multiplikation mit oder Division durch Zehnerzahlen lediglich die Ziffern der Zahl verschieben.

Veranschaulichung und Material

Erweiterte Stellenwerttafel

Die erweiterte Stellenwerttafel bietet eine gute Veranschaulichung, um die multiplikativen Zusammenhänge des dezimalen Stellenwertsystems zu erarbeiten. Dazu wird in einer großen Stellenwerttafel mit Plättchen gearbeitet, die zunächst jeweils um eine und anschließend auch um mehrere Spalten verschoben werden. Die Lernenden nennen die jeweils passenden Multiplikations- oder Divisionsaufgaben zu diesen Handlungen bzw. erschließen sie sich über die Betrachtung der Veränderungen in Start- und Zielzahl, z.B. liegt 1 Plättchen in der Zehntelspalte, die Dezimalzahl heißt 0,1. Das Plättchen wird dann um eine Spalte nach links geschoben. Die neue Zahl heißt 1. Durch Vergleich von 1 und 0,1 kann die Verzehnfachung entdeckt werden.


Erweiterte Stellenwerttafel mit 1 Plättchen in der Zehntelspalte

Zudem untermalt die Arbeit mit der erweiterten Stellenwerttafel das Verständnis, dass das Komma immer an der gleichen Stelle bleibt.

Aufbau der Förderung

Der Baustein zur Multiplikation und Division von Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen ist in zwei Fördereinheiten unterteilt, die jedoch nicht zwingend nacheinander bearbeitet werden müssen. Es ist durchaus denkbar, **Fördereinheit 1 (Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren)** und **Fördereinheit 2 (Dezimalzahlen durch Zehnerzahlen dividieren)** ineinander zu verschachteln, sodass die Aufgaben auch in der folgenden Reihenfolge bearbeitet werden können: 1.1, 2.1, 1.2, 1.3, 2.2, 1.4, 1.5 und 2.3.

In Fördereinheit 1 wird die Multiplikation mit Zehnerzahlen angesprochen, wobei zunächst mithilfe der erweiterten Stellenwerttafel die multiplikativen Zusammenhänge der einzelnen Stellen erarbeitet werden. Außerdem wird der Hintergrund der Kommaverschiebungsregel thematisiert, um einem verständnislosen Verschieben des Kommas entgegenzuwirken. Neben einigen Übungsaufgaben wird die Regel *Nullen anhängen* aus den natürlichen Zahlen reflektiert, um einem fehlerhaften Transfer in den Bereich der Dezimalzahlen entgegenzuwirken.

Fördereinheit 2 ist analog aufgebaut, hier wird allerdings die Division durch Zehnerzahlen fokussiert und es werden Zusammenhänge zur Multiplikation herausgearbeitet, um die beiden Rechenoperationen als Umkehroperationen zu verstehen.

Weiterführende Literatur

Heckmann, K. (2006): Zum Dezimalbruchverständnis von Schülerinnen und Schülern. Berlin: Logos Verlag, 176 - 180; 189 - 191.

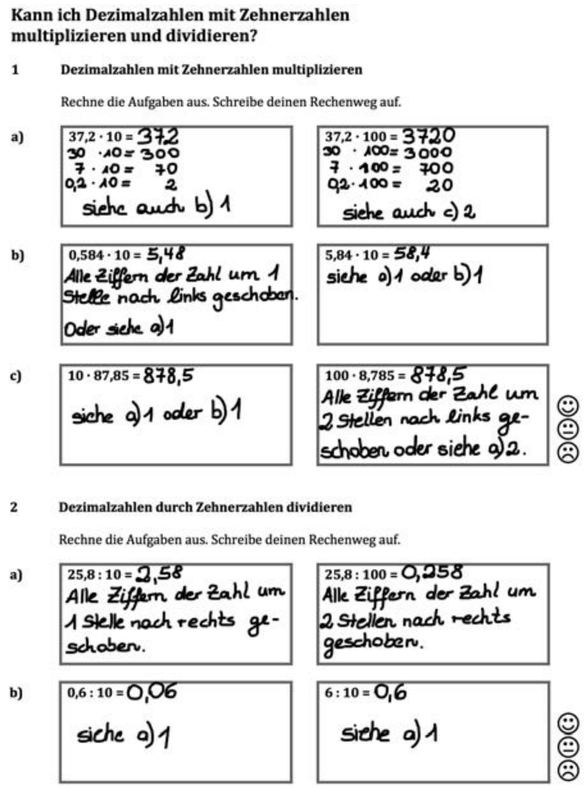
Padberg, F. (2009): Didaktik der Bruchrechnung. Für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 210 - 234.

D4 A – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Lernende darauf hinweisen, dass nicht schriftlich gerechnet werden soll. Die Schülerinnen und Schüler sollten angeregt werden, ihren Rechenweg zu notieren und / oder zu erklären.


Kann ich Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren und dividieren?

1 Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren

Rechne die Aufgaben aus. Schreibe deinen Rechenweg auf.

a)	37,2 · 10 = 372 30 · 10 = 300 7 · 10 = 70 0,2 · 10 = 2 siehe auch b) 1	37,2 · 100 = 3720 30 · 100 = 3000 7 · 100 = 700 0,2 · 100 = 20 siehe auch c) 2
b)	0,584 · 10 = 5,48 Alle Ziffern der Zahl um 1 Stelle nach links geschoben. Oder siehe a)1	5,84 · 10 = 58,4 siehe a)1 oder b)1
c)	10 · 87,85 = 878,5 siehe a)1 oder b)1	100 · 8,785 = 878,5 Alle Ziffern der Zahl um 2 Stellen nach links geschoben oder siehe a)2.

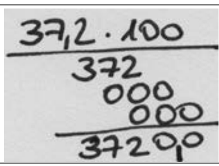
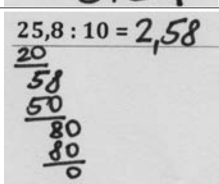
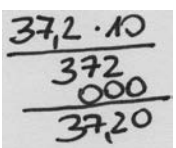
2 Dezimalzahlen durch Zehnerzahlen dividieren

Rechne die Aufgaben aus. Schreibe deinen Rechenweg auf.

a)	25,8 : 10 = 2,58 Alle Ziffern der Zahl um 1 Stelle nach rechts geschoben.	25,8 : 100 = 0,258 Alle Ziffern der Zahl um 2 Stellen nach rechts geschoben.
b)	0,6 : 10 = 0,06 siehe a)1	6 : 10 = 0,6 siehe a)1

Hinweise zur Auswertung:

Übergreifende Fehler

<table>
<tr><th colspan="2">Typische Fehler</th><th>Mögliche Ursache</th><th>Förderung</th></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td></td><td rowspan="2">Es wird ausschließlich das schriftliche Verfahren verwendet, da kein anderer Rechenweg zur Verfügung steht.</td><td rowspan="3">Ggf. mündlich nach anderen Rechenwegen fragen. Erarbeitung des Multiplizierens mit und Dividierens durch Zehnerzahlen (1.1 - 1.5; 2.1 - 2.3).</td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Es wird schriftlich multipliziert / dividiert, aber das Komma falsch gesetzt.
</td><td>Kommasetzung bei den schriftlichen Verfahren zur Multiplikation / Division unklar und durch fehlendes Stellenwertverständnis kann die richtige Position des Kommas nicht ermittelt werden.</td></tr>
</table>

Diagnoseaufgabe 1: Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
37,2 · 10 = 37,20	Die Regel *Nullen anhängen* aus den natürlichen Zahlen wird auf den Bereich der Dezimalzahlen übertragen.	Erarbeitung des Multiplizierens mit Zehnerzahlen unter besonderer Berücksichtigung der Fehlerstrategie *Nullen anhängen* (1.1 - 1.5).
5,84 · 10 = 0,584	Die Ziffern der Zahl bzw. das Komma werden in die falsche Richtung verschoben.	Erarbeitung des Multiplizierens mit Zehnerzahlen (1.1 - 1.5).
0,584 · 10 = 58,4	Die Ziffern der Zahl bzw. das Komma werden um zu viele Stellen verschoben.	
37,2 · 10 = 370,20	Vorstellung, dass das Komma zwei natürliche Zahlen trennt und beide müssen mit 10 multipliziert werden.	
37,2 · 100 = 372	Es werden keine weiteren Nullen hinzugefügt, da das Komma bzw. die Ziffern der Zahl vermeintlich nicht weiter verschoben werden können.	

Diagnoseaufgabe 2: Dezimalzahlen durch Zehnerzahlen dividieren

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
25,8 : 10 = 2,508	Die Ziffern der Zahl bzw. das Komma werden richtig verschoben, es wird allerdings zusätzlich eine 0 eingefügt, wahrscheinlich um das Ergebnis kleiner zu machen.	Erarbeitung des Dividierens durch Zehnerzahlen (2.1 - 2.3).
25,8 : 10 = 258	Das Komma wird außer acht gelassen, vermutlich weil nicht sicher ist, wo es gesetzt werden muss.	
6 : 10 = 1,6	Die größere wird durch die kleinere Zahl geteilt, also 10 : 6 und die Nachkommazahl ungefähr abgeschätzt, da in diesem Fall 6 kein Teiler von 10 ist. Vorstellung, dass eine Zahl immer durch eine kleinere dividiert werden muss, ist verhaftet.	
0,6 : 10 = 6	Unklar, dass weitere Nullen hinzugefügt werden müssen, um das Komma bzw. die Ziffern der Zahl in die richtige Richtung verschieben zu können.	
	Die Ziffern der Zahl bzw. das Komma werden in die falsche Richtung verschoben.	

1 Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren

1.1 Erarbeiten (10 - 15 Minuten)

Ziel: Multiplikative Zusammenhänge der verschiedenen Stellenwerte verstehen

Material: MB: Stellenwerttafel, Buchstabenkarten aus Kartensatz D1 A 2.1, Plättchen

Umsetzung: UG

Vorab inhaltliche Bedeutung der einzelnen Spalten der Stellenwerttafel und die Abfolge der Stellenwerte klären (Wiederholung aus **D1 A**).
Methode: Mit Plättchen eine Zahl in der Stellenwerttafel legen, sodass max. 2 Spalten belegt sind.
Impuls bei Nennung einer Additionsaufgabe: Welche Multiplikationsaufgabe würde denn passen?
Hintergrund: Beim Verschieben aller Plättchen um eine Spalte nach links, wird die Ausgangszahl mit 10 multipliziert. Zahlen evtl. notieren lassen, um die Veränderung besser zu sehen.
Zu beachten: Es wird nicht das Komma verschoben, sondern die Ziffern sind eine Spalte nach links geschoben worden.

1.1 Zahlen in der Stellentafel

a) Wie heißt die Zahl in der Stellentafel?
Schiebe alle Plättchen jeweils eine Spalte nach links.
Wie heißt die neue Zahl?
Was hat sich verändert?
Welche Rechenaufgabe würde dazu passen?

Hintergrund: Erklärung analog zu a).
Impuls: Was bedeutet es, wenn man Plättchen um 2 / 3 / 4 Spalten nach links verschiebt? → · 100 / 1000 / 10 000.

b) Schiebe die Plättchen wieder eine Spalte nach links.
Wie heißt die Zahl jetzt?
Was hat sich verändert?

Hintergrund: Es wird zunächst gesagt, was gerechnet werden soll und die Plättchen werden dann um die entsprechende Spaltenzahl verschoben.
Methode: Mehrere Durchläufe anregen, bei denen in verschiedenen Spalten gestartet wird.

c) Lege ein Plättchen in eine Spalte.
Welchen Wert hat das Plättchen?
Ist es 1 Einer oder 1 Zehntel oder 1 Hundertstel?
Wie musst du das Plättchen verschieben, wenn du
· 10
· 100
· 1000 rechnen möchtest?
Welchen Wert hat das Plättchen dann jeweils?
Erkläre, warum das so ist.

1.2 Erarbeiten (5 - 8 Minuten)

Ziel: Verständnis aufbauen, dass beim Multiplizieren mit Zehnerzahlen nicht das Komma, sondern die Ziffern der Zahl verschoben werden

Material: MB: Ggf. Stellenwerttafel

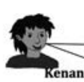
Umsetzung: a) UG; b) EA

Hintergund: Grundlage Kommaverschiebungsregel: Das Komma bleibt immer an der gleichen Stelle, die Ziffern der Dezimalzahl werden durch die Multiplikation verschoben – in der Dezimalzahl sieht es so aus, als würde das Komma verschoben.
Impuls an großer Stellenwerttafel: Wo würde das Komma stehen? Bleibt es immer an der gleichen Stelle? → Es steht immer zwischen E und z.

1.2 Komma oder Ziffern verschieben?

a)

Sarah: Wenn ich 7,63 · 10 rechne, verschiebe ich das Komma einfach um eine Stelle nach rechts.



Kenan: Nein, das Komma bleibt immer an der gleichen Stelle. Bei deiner Aufgabe werden alle Ziffern in der Stellentafel um eine Spalte nach links geschoben.

Erkläre, warum Kenan recht hat und Sarah nicht.

Hintergrund: Schriftliche Sicherung der zuvor in 1.1 und 1.2 a) erarbeiteten Zusammenhänge.
Zu beachten: Nicht das Komma, sondern die Ziffern werden verschoben. Das Komma bleibt immer an der gleichen Stelle.

b) Rechne die Aufgabe **0,87 · 100**.
Erkläre, was mit den Ziffern beim Multiplizieren mit 100 passiert.

0,87 · 100 = 87
Beim Multiplizieren mit 100 werden die Ziffern der Zahl um 2 Spalten nach links geschoben.

1.3 **Üben (8 - 10 Minuten)**

Ziel: Dezimalzahlen aus der Stellenwerttafel ablesen und Zusammenhänge erkennen

Material: -

Umsetzung: a) EA, dann UG; b) UG, dann EA

Lösung: Es fällt auf, dass die Zahl immer größer wird und immer eine Ziffer mehr vor dem Komma steht.

Hintergrund: Die Ziffern werden jeweils um eine Spalte nach links geschoben, dadurch steht das Komma in den Dezimalzahlen immer zwischen verschiedenen Ziffern.

1.3 Ziffern verschieben

a) In der Stellentafel sind verschiedene Zahlen eingetragen. Schreibe die Zahlen aus der Stellentafel direkt dahinter als Dezimalzahl. Was fällt dir auf?

H	Z	E	z	h	t	Dezimalzahl
			4	2	7	→ 0,427
		4	2	7		→ 4,27
	4	2	7			→ 42,7
4	2	7				→ 427

·10
·10
·10

Lösung: Da die Ziffern von Zeile zu Zeile immer um eine Spalte nach links geschoben werden, wird von Dezimalzahl zu Dezimalzahl immer ·10 gerechnet.

b) Wie kommst du von einer Zahl zur nächsten? Erkläre. Schreibe an die gebogenen Pfeile, mit welcher Zahl jeweils multipliziert wird.

1.4 - 1.5 **Erarbeiten und Üben (12 - 15 Minuten zzgl. Aufgabengeneratoren)**

Ziel: Typische Fehler beim Multiplizieren mit Zehnerzahlen reflektieren; Multiplizieren mit Zehnerzahlen üben und Zusammenhänge entdecken

Material: MB: Ggf. Stellenwerttafel

Umsetzung: 1.4 a) UG; b) EA; c) Aufgabengenerator (PA); 1.5 a) EA; b) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Emily überträgt aus den natürlichen Zahlen. Bei den Dezimalzahlen kann beim Multiplizieren mit 10 nicht einfach eine 0 angehängt werden, sondern alle Ziffern der Zahl werden um eine Stelle nach links geschoben, sodass das richtige Ergebnis 34,5 lautet.

Hilfestellung: An großer Stellenwerttafel zeigen.

1.4 Null anhängen

a) Emily und Tim rechnen die Aufgabe **3,45 · 10**.


Emily

Bei Zahlen ohne Komma muss man einfach hinten eine 0 anhängen, z.B. 345 · 10 = 3450. Bei 3,45 · 10 mache ich das genauso, dann ist das Ergebnis 3,450.


Tim

Wenn du die Null hinten anhängst, dann kommt doch das Gleiche raus: 3,450 ist das Gleiche wie 3,45. Musst du hier nicht die Stellen verschieben, wenn du · 10 rechnest?

Was meint Tim damit? Wie muss das Ergebnis richtig heißen? Erkläre.

Impuls: Was fällt euch bei den Päckchen auf?

b) Rechne die folgenden Aufgaben.

0,34 · 10 = 3,4	2,93 · 1 000 = 2930	0,051 · 10 = 0,51
0,34 · 100 = 34	2,93 · 100 = 293	0,051 · 100 = 5,1
0,34 · 1 000 = 340	2,93 · 10 = 29,3	0,051 · 10 000 = 510

c) Stellt euch gegenseitig Multiplikationsaufgaben mit einer Zehnerzahl. Die andere löst diese im Kopf. Wechselt euch ab.

Hintergrund: Gegensinniges Verändern der Faktoren: Die linke Zahl wird immer durch 10 dividiert und die rechte mit 10 multipliziert, dadurch bleibt das Ergebnis gleich.

Impuls: Warum bleiben die Ergebnisse immer gleich?

Hilfestellung: Große Stellenwerttafel dazu nehmen.

1.5 Schöne Päckchen

Löse die Aufgaben. Was fällt dir auf? Erkläre.

a)
15,1 · 10 = 151
1,51 · 100 = 151
0,151 · 1 000 = 151

Mir fällt auf, dass...
das Ergebnis immer 151 ist.

Hintergrund: Lernende anregen, a) als Vorbild zu nehmen. Durch die Produktion sollen Zusammenhänge (z.B. gegensinniges Verändern) zwischen den Aufgaben besser verstanden werden.

b) Finde selbst zwei schöne Päckchen wie in a). Der andere löst die beiden Päckchen.

2 Dezimalzahlen durch Zehnerzahlen dividieren

2.1 Erarbeiten (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Multiplikative Zusammenhänge der verschiedenen Stellenwerte verstehen

Material: MB: Stellenwerttafel, Buchstabenkarten aus Kartensatz D1 A 2.1, Plättchen

Umsetzung: a), b), c) UG; d) Aufgabengenerator (PA)

Impuls um Nähe zu 1.1 zu verdeutlichen: Man kann die Plättchen in der Stellenwerttafel nicht nur nach links, sondern auch nach rechts schieben.

Methode: Mit Plättchen eine Zahl in der Stellenwerttafel legen, sodass max. 2 Spalten belegt sind.

Impuls bei Nennung einer Subtraktionsaufgabe: Welche Divisionsaufgabe würde denn passen?

Hintergrund: Beim Verschieben aller Plättchen um eine Spalte nach rechts, wird die Ausgangszahl durch 10 dividiert. Zahlen evtl. notieren lassen, um die Veränderung besser zu sehen.

Zu beachten: Es wird nicht das Komma verschoben, sondern die Ziffern sind eine Spalte nach rechts geschoben worden.

2.1 Zahlen in der Stellentafel

a) Überlege an der großen Stellentafel.
Was passiert, wenn du die Plättchen alle um eine Spalte nach rechts schiebst?
Welche Rechenaufgabe würde dazu passen?

Hintergrund: Verschieben um 2 / 3 Spalten heißt, dass die Ausgangszahl durch 100 / 1000 dividiert wird. Sie wird immer kleiner.

b) Was passiert, wenn du die Plättchen alle um 2 Spalten nach rechts schiebst?
Und bei Verschiebung um 3 Spalten?

Hintergrund: Es wird zunächst gesagt, was gerechnet werden soll und die Plättchen werden dann um die entsprechende Spaltenzahl verschoben.

Methode: Mehrere Durchläufe anregen, bei denen in verschiedenen Spalten gestartet wird.

c) Lege ein Plättchen in eine Spalte.
Welchen Wert hat das Plättchen?
Ist es 1 Einer oder 1 Zehntel oder 1 Hundertstel?
Wie musst du das Plättchen verschieben, wenn du
: 10
: 100
:1000 rechnen möchtest?
Welchen Wert hat das Plättchen dann jeweils? Erkläre, warum das so ist.

Methode: Anregen, dass Plättchen sowohl nach rechts als auch nach links verschoben werden können, sodass sowohl multipliziert als auch dividiert werden muss.

d) Legt jetzt selbst Plättchen in die Stellentafel und schiebt sie in eine andere Spalte.
Die andere nennt die Startzahl und sagt, welche Rechenaufgabe dazu passt.
Wechselt euch ab.

2.2 - 2.3 **Üben (18 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengeneratoren)**

Ziel: Dezimalzahlen aus der Stellenwerttafel ablesen und Zusammenhänge erkennen; Dividieren durch Zehnerzahlen und multiplizieren mit Zehnerzahlen üben

Material: -

Umsetzung: 2.2 a) EA und UG; b) EA; 2.3 a) EA; b), c) Aufgabengeneratoren (PA)

Hintergrund: Da die Pfeile jetzt von unten nach oben zeigen, wird von Zeile zu Zeile analog zu 1.3 immer : 10 gerechnet. Die Ziffern der Zahlen werden immer um eine Spalte nach rechts geschoben.

2.2 Ziffern verschieben

a) Das ist die Stellentafel aus Aufgabe 1.3. Schreibe an die gebogenen Pfeile, durch welche Zahl jeweils dividiert werden muss. Erkläre.

H	Z	E	z	h	t	Dezimalzahl	
			4	2	7	→ 0,427	:10
		4	2	7		→ 4,27	:10
	4	2	7			→ 42,7	:10
4	2	7				→ 427	

Was ist der Unterschied zu Aufgabe 1.3? Erkläre.

Die Pfeile zeigen jetzt von unten nach oben, deshalb wird immer :10 gerechnet.

Impuls: Was fällt euch bei den Päckchen auf? → Hier sollten Veränderungen und Zusammenhänge beschrieben und ggf. begründet werden.

b) Rechne die folgenden Aufgaben.

281,7 : 10 = 28,17 45,6 : 1 000 = 0,0456 923 : 10 = 92,3
281,7 : 100 = 2,817 45,6 : 100 = 0,456 923 : 100 = 9,23
281,7 : 1 000 = 0,2817 45,6 : 10 = 4,56 923 : 10 000 = 0,0923

367,1 : 10 000 = 0,003671 87,9 : 10 = 8,79 64 : 10 = 6,4
367,1 : 1 000 = 0,3671 87,9 : 100 = 0,879 64 : 100 = 0,64
367,1 : 10 = 36,71 87,9 : 1 000 = 0,0879 64 : 1 000 = 0,064

Hintergrund: Gleichsinniges Verändern der Faktoren: Die linke und die rechte Zahl werden jeweils immer mit 10 multipliziert, dadurch bleibt das Ergebnis gleich.

Impuls: Warum bleiben die Ergebnisse immer gleich?
Hilfestellung: Große Stellenwerttafel dazu nehmen.

2.3 Schöne Päckchen

a) Löse die Aufgaben. Was fällt dir auf? Erkläre.

0,78 : 10 = 0,078
7,8 : 100 = 0,078
78 : 1 000 = 0,078

Mir fällt auf, dass... das Ergebnis immer 0,078 ist.

Hintergrund: Lernende anregen, a) als Vorbild zu nehmen. Durch die Produktion sollen Zusammenhänge (z.B. gleichsinniges Verändern) zwischen den Aufgaben besser verstanden werden.

b) Finde selbst zwei schöne Päckchen wie in a). Der andere löst die beiden Päckchen.

c) Stellt euch gegenseitig eine Multiplikations- oder eine Divisions-Aufgabe mit einer Zehnerzahl. Der andere löst diese im Kopf. Wechselt euch ab.

D4 B Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Die Multiplikation mit und die Division durch natürliche Zahlen bereitet vielen Schülerinnen und Schülern große Schwierigkeiten, weshalb meist die schriftlichen Verfahren angewendet werden. Doch durch ein fehlendes Stellenwertverständnis kann die Ermittlung des richtigen Ergebnisses behindert werden, da die richtige Position des Kommas nicht gefunden wird. Dies macht die Bedeutung eines tragfähigen Operationsverständnisses der Multiplikation und der Division und eines tragfähigen Stellenwertverständnisses umso wichtiger.

Bei der Multiplikation mit und der Division durch natürliche Zahlen im Bereich der Dezimalzahlen müssen die Lernenden vor allen Dingen die Vorstellungen revidieren, dass eine Multiplikation immer vergrößert und eine Division immer verkleinert. Das Produkt von zwei Dezimalzahlen muss jetzt nicht mehr kleiner sein als seine Faktoren und der Quotient ist nicht mehr unbedingt kleiner als der Dividend (vgl. Schmassmann 2009, S. 168).

Multiplikation

In den deutschen Lehrbüchern besitzt der erste Faktor meist die Rolle des Multiplikators (Wie viele Gruppen?) und der zweite Faktor die Rolle des Multiplikanden (Wie viele Elemente in jeder Gruppe?).

Bei der Multiplikation im Bereich der Dezimalzahlen fällt es den Lernenden meist leichter, Aufgaben der Art *natürliche Zahl · Dezimalzahl* zu rechnen statt umgekehrt. Deshalb sollte die Kommutativität in diesem Baustein (Aufgabe 1.4) kurz angesprochen werden. Bei Unklarheit der Kommutativität sollte diese im Bereich der natürlichen Zahlen aufgearbeitet werden (Baustein **N4 A**, Förderbausteine Natürliche Zahlen).

Division

Ein tragfähiges Operationsverständnis der Division beinhaltet bei den natürlichen Zahlen (Baustein **N4 B**, Förderbausteine Natürliche Zahlen) zwei Grundvorstellungen: das Verstehen der Division als *Aufteilen* und als *Verteilen* (vgl. KIRA o.J.; Padberg / Benz 2009, S. 152 - 156). Gerade für die Division von natürlichen Zahlen durch Dezimalzahlen ist die Grundvorstellung des Aufteilens von großer Bedeutung, da die Interpretation der Aufgabe 3 : 0,5 = 6 als „Wie oft passt die 0,5 in die 3?“ eine gute Strategie zum Lösen dieser Aufgaben bietet.

Verteilen: Bekannt ist bei Verteil-Situationen die zu verteilende Gesamtmenge sowie die Anzahl der Gruppen, welchen die einzelnen Objekte zugeordnet werden. Unbekannt ist hingegen, wie viele Objekte sich in einer Gruppe befinden. Eine Verteil-Situation kann gelöst werden, indem sukzessive die Objekte den Gruppen zugeordnet werden. Im Bereich der Dezimalzahlen spielt diese Grundvorstellung allerdings eine untergeordnete Rolle, da sie nur schwer interpretiert werden kann. Bei Aufgaben des Typs *natürliche Zahl : Dezimalzahl* sind die jeweiligen Gruppen, an die verteilt würde, nicht ganzzahlig, bei Aufgaben des Typs *Dezimalzahl : natürliche Zahl* die Gesamtmenge nicht. Eine Interpretation als Verteil-Situation ist daher nur schwer vorstellbar. Das Verteilen spielt in diesem Baustein nur dann eine Rolle, wenn zu einem gegebenen Bild am Zahlenstrahl passende Aufgaben gefunden werden müssen.

Aufteilen: Bei Aufteil-Situationen ist neben der Gesamtmenge die Anzahl der Objekte pro Gruppe bekannt, während nach der Anzahl der Gruppen gefragt ist. Aufteil-Situationen können insbesondere durch wiederholte Subtraktion oder Addition gelöst werden, linear am Zahlenstrahl durch Zeichnen von Bögen mit gegebener Länge des Divisors. Die Aufgaben können durch die Frage „Wie oft passt ... in ...?“ gut interpretiert werden.

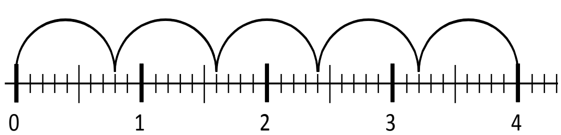
Eine weitere Strategie, die sich für das Lösen von Aufgaben der Art *natürliche Zahl : Dezimalzahl* anbietet, ist das Vereinfachen. Dazu werden sowohl Dividend als auch Divisor mit der gleichen Zehnerzahl multipliziert, sodass beide Zahlen natürliche Zahlen sind. Durch das gleichsinnige Verändern ändert sich der Wert des Quotienten nicht.

Veranschaulichung und Material

Zahlenstrahl

Für die Erarbeitung der Multiplikation und Division wird in diesem Baustein zunächst der Zahlenstrahl genutzt, an dem sowohl die Multiplikation als auch die Division als Reihe gleichgroßer Sprünge darstellbar ist. Dieses Verständnis ist schon bei der Multiplikation und Division natürlicher Zahlen bedeutsam und wird dort bereits aufgegriffen (Bausteine **N4 A** und **N4 B**, Förderbausteine Natürliche Zahlen).

Multiplikation: Für die Multiplikation am Zahlenstrahl ist es wichtig, dass die Rollen von erstem und zweitem Faktor klar sind. Der erste Faktor gibt an, wie oft ein Bogen derselben Größe gezeichnet wird, der zweite Faktor, wie lang dieser Bogen ist. Deshalb passt zu dem aufgeführten Bild am Zahlenstrahl zwar die Aufgabe 5 · 0,8 = 4, nicht aber die Aufgabe 0,8 · 5 = 4.



Darstellung der Aufgabe 5 · 0,8 am Zahlenstrahl

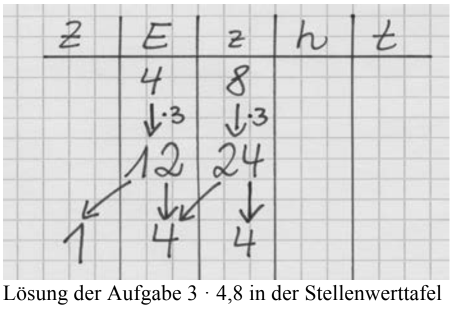
Division: Für die Division sind aufteilende und verteilende Strategien dann möglich, wenn zu einem Bild am Zahlenstrahl passende Aufgaben gesucht werden sollen. Soll allerdings zu einer Aufgabe ein passendes Bild gezeichnet werden, bietet sich lediglich die aufteilende Strategie durch das Einzeichnen von Bögen mit Länge des Divisors an. Für eine verteilende Strategie müsste das Ergebnis und somit die Anzahl der zu zeichnenden Bögen bereits bekannt sein und kann nicht durch die Zeichnung ermittelt werden. Für die Erarbeitung ist ein grundlegendes Verständnis des Zahlenstrahls Voraussetzung (Baustein **D1 A**).

Multiplikation und Division: In diesem Baustein ist es, wie auch schon in Baustein **D4 A**, wichtig, den Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division als Umkehroperation zu erwähnen. Zu jedem Bild am Zahlenstrahl, zu dem eine Multiplikationsaufgabe passt, passen auch zwei Divisionsaufgaben, für das Beispiel oben:

- 5 · 0,8 = 4
- 4 : 0,8 = 5 (Im Sinne des Aufteilens)
- 4 : 5 = 0,8 (Im Sinne des Verteilens)

Erweiterte Stellenwerttafel

Die erweiterte Stellenwerttafel bietet in diesem Baustein eine gute Veranschaulichung, um Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen zu multiplizieren. Dazu wird der zweite Faktor der Zahl in die Stellenwerttafel eingetragen und jeder Stellenwert wird mit dem ersten Faktor multipliziert.



Lösung der Aufgabe 3 · 4,8 in der Stellenwerttafel

Hierbei ist es wichtig auf richtige Bündelungen in den einzelnen Stellen zu achten. Das Verständnis der erweiterten Stellenwerttafel sowie der Bündelungen ist eine Voraussetzung für einen verständnisbasierten Umgang mit der Multiplikation (Baustein **D1 A** für die Dezimalzahlen, Baustein **N1 B**, Förderbausteine Natürliche Zahlen für die natürlichen Zahlen).

Für die Division kann die Stellenwerttafel genutzt werden, um die Kommaverschiebungsregel und somit die Multiplikation mit und die Division durch Zehnerzahlen (Baustein **D4 A**) zu wiederholen.

Aufbau der Förderung

Der Baustein zur Multiplikation und Division von Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen ist in zwei Fördereinheiten unterteilt, die jedoch nicht zwingend nacheinander bearbeitet werden müssen. Es ist durchaus denkbar, **Fördereinheit 1 (Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren)** und **Fördereinheit 2 (Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen dividieren und umgekehrt)** ineinander zu verschachteln, sodass die Aufgaben auch in der folgenden Reihenfolge bearbeitet werden können: 1.1, 2.1, 1.2, 2.2, 1.3, 2.3, 1.4, 2.4 und 2.5.

In Fördereinheit 1 wird die Multiplikation mit natürlichen Zahlen zuerst am Zahlenstrahl visualisiert und dann an der Stellenwerttafel erläutert, wobei Bündelungen und die inhaltliche Bedeutung der einzelnen Stellenwerte von großer Bedeutung sind (siehe auch Baustein **D1 A**).

Aufgabe 1.3 thematisiert, wie Multiplikationsergebnisse mit Alltagssituationen überprüft werden können. Als Übung zur Multiplikation folgen strukturierte Päckchen, an denen unter anderem die Gleichwertigkeit der Ergebnisse bei gegensinnigem Verändern der Faktoren entdeckt und thematisiert werden können.

Fördereinheit 2 ist analog aufgebaut, hier wird allerdings die Division durch natürliche Zahlen und umgekehrt fokussiert. Als Hilfe wird die Kommaverschiebungsregel erläutert, die durch Multiplikation mit einer Zehnerzahl und späterer Korrektur des Ergebnisses anhand der Division durch die gleiche Zehnerzahl, eine Divisionsaufgabe ohne Dezimalzahlen generiert, die den Schülerinnen und Schülern meist leichter fallen. Diese Kommaverschiebungsregel wird vor allem deshalb explizit gemacht, um gerade Lernenden mit einem fehlenden Verständnis der Division einer Dezimalzahl durch eine natürliche Zahl aufzuzeigen, wie und warum man das Komma verschieben kann.

Des Weiteren wird in dieser Einheit neben verschiedenen Übungsaufgaben auch das Dividieren von natürlichen Zahlen durch Dezimalzahlen in 2.4 thematisiert. Hier werden den Lernenden nach eigenem Ausführen einer solchen Division ebenfalls zwei Strategien vorgestellt, die einen Zugang zur Division durch Dezimalzahlen bieten.

In beiden Fördereinheiten sollte am Zahlenstrahl immer wieder begründet werden, warum die Bilder zu den jeweiligen Multiplikations- und Divisionsaufgaben passen, um zu verstehen, wo die Zahlen aus den Rechenaufgaben am Zahlenstrahl zu sehen sind, sodass die Lernenden sicher einen Darstellungswechsel in beide Richtungen vollziehen zu können.

Weiterführende Literatur

Padberg, F. (2009): Didaktik der Bruchrechnung. Für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 210 - 234.

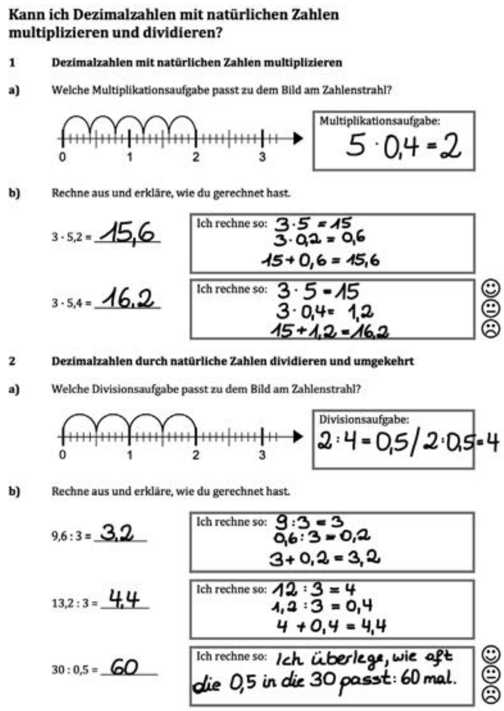
Schmassmann, M. (2009): „Geht das hier ewig weiter?“ In: Fritz, A. / Schmidt, S. (Hrsg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sek I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden. Weinheim: Beltz Praxis, 167 - 185.

D4 B – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Lernende darauf hinweisen, dass nicht schriftlich gerechnet werden soll. Die Schülerinnen und Schüler sollten in 1 b) und 2 b) angeregt werden, ihren Rechenweg zu notieren und / oder zu erklären.


Kann ich Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren?

1 Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren

a) Welche Multiplikationsaufgabe passt zu dem Bild am Zahlenstrahl?

0 1 2 3

Multiplikationsaufgabe: 5 · 0,4 = 2

b) Rechne aus und erkläre, wie du gerechnet hast.

3 · 5,2 = 15,6 — Ich rechne so: 3 · 5 = 15; 3 · 0,2 = 0,6; 15 + 0,6 = 15,6

3 · 5,4 = 16,2 — Ich rechne so: 3 · 5 = 15; 3 · 0,4 = 1,2; 15 + 1,2 = 16,2

2 Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen dividieren und umgekehrt

a) Welche Divisionsaufgabe passt zu dem Bild am Zahlenstrahl?

0 1 2 3

Divisionsaufgabe: 2 : 4 = 0,5 / 2 : 0,5 = 4

b) Rechne aus und erkläre, wie du gerechnet hast.

9,6 : 3 = 3,2 — Ich rechne so: 9 : 3 = 3; 0,6 : 3 = 0,2; 3 + 0,2 = 3,2

13,2 : 3 = 4,4 — Ich rechne so: 12 : 3 = 4; 1,2 : 3 = 0,4; 4 + 0,4 = 4,4

30 : 0,5 = 60 — Ich rechne so: Ich überlege, wie oft die 0,5 in die 30 passt: 60 mal.

Hinweise zur Auswertung:

Übergreifende Fehler

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
	Lösung durch wiederholte Addition / Subtraktion, sowohl am Zahlenstrahl, als auch in den formalen Aufgaben.	Es wird ausschließlich die wiederholte Addition / Subtraktion verwendet, da die Multiplikation / Division mit Dezimalzahlen nicht geläufig ist.	Ggf. mündlich nach anderen Rechenwegen fragen. Erarbeitung des Multiplizierens mit und Dividierens durch natürliche Zahlen (1.1 - 1.4; 2.1 - 2.5).
1.a), 2.a)	z.B. 0,4 · 0,8 · 1,2 ·1,6 · 0,8 · 2,0 / 0,5 : 1 : 1,5 : 2	Zwischenschritte werden am Zahlenstrahl abgelesen und mit einer Rechenoperation verbunden. Vermutlich fehlendes Verständnis des Zahlenstrahls und von Rechenoperationen am Zahlenstrahl.	Erarbeitung des Darstellungswechsels von Bildern am Zahlenstrahl zu formalen Multiplikations- / Divisionsaufgaben (1.1; 2.1). Evtl. Wiederholung des Dezimalzahlverständnis und des Zahlenstrahls (**D1 A**).
	z.B. 4 · 5 / 2 : 5	Es wird mit falschen Stellenwerten gerechnet. Vermutlich fehlendes Verständnis des Zahlenstrahls.	
1.b), 2.b)	3 · 5,4 = 15,12 da 3 · 5 = 15 und 3 · 4 = 12	Fehlerhafte Vorstellung, dass das Komma zwei natürliche Zahlen trennt. Keine Berücksichtigung der Stellenwerte und Bündelungen. Bei der Division hier jedoch korrekt, da keine Bündelungen auftreten.	Erarbeitung des Multiplizierens mit und Dividierens durch natürliche Zahlen (1.1 - 1.4; 2.1 - 2.5). Evtl. Wiederholung des Dezimalzahlverständnis (**D1 A**).
	9,6 : 3 = 3,2 da 9 : 3 = 3 und 6 : 3 = 2		
	Es wird schriftlich multipliziert / dividiert.	Es wird ausschließlich das schriftliche Verfahren verwendet, da kein anderer Rechenweg zur Verfügung steht.	Ggf. mündlich nach anderen Rechenwegen fragen. Erarbeitung des Multiplizierens mit und Dividierens durch natürliche Zahlen (1.1 - 1.4; 2.1 - 2.5).

Diagnoseaufgabe 1: Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren

<table>
<tr><th colspan="2">Typische Fehler</th><th>Mögliche Ursache</th><th>Förderung</th></tr>
<tr><td>b)</td><td>z.B. 3 · 5,2 = 15,2</td><td>Es wird nur mit der Zahl vor dem Komma multipliziert, die Nachkommastellen bleiben unberücksichtigt bzw. werden in das Ergebnis übernommen.</td><td>Erarbeitung des Multiplizierens von Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen (1.1 - 1.4).
Evtl. Wiederholung des Dezimalzahlverständnis (D1 A).</td></tr>
</table>

Diagnoseaufgabe 2: Dezimalzahlen durch Zehnerzahlen dividieren und umgekehrt

<table>
<tr><th colspan="2">Typische Fehler</th><th>Mögliche Ursache</th><th>Förderung</th></tr>
<tr><td>b)</td><td>9,6 : 3 = 32
9
06
6
0</td><td>Es wird schriftlich dividiert, dass Komma allerdings falsch oder gar nicht gesetzt, da die Kommasetzung beim schriftlichen Verfahren zur Division unklar ist und durch fehlendes Stellenwertverständnis die richtige Position des Kommas nicht ermittelt werden kann.</td><td rowspan="2">Erarbeitung des Dividierens von Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen (2.1 - 2.3).
Evtl. Wiederholung des Dezimalzahlverständnis (D1 A).</td></tr>
<tr><td>b.2)</td><td>13,2 : 3 = 5
2 : 3 = 1
13 : 3 = 4</td><td>Zusätzlich zur fehlerhaften Vorstellung, dass das Komma zwei natürliche Zahlen trennt, wird die größere durch die kleinere Zahl geteilt. Die Teilergebnisse werden addiert.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">b.3)</td><td>Nicht bearbeitet.</td><td>Keine Vorstellung, was es heißt, eine natürliche Zahl durch eine Dezimalzahl zu dividieren.</td><td rowspan="2">Erarbeitung der Division von natürlichen zahlen durch Dezimalzahlen (2.4 - 2.5).</td></tr>
<tr><td>30 : 0,5 = 6</td><td>Es wird mit den falschen Stellenwerten gerechnet. Division mit natürlichen Zahlen ohne die Dezimalzahl zu berücksichtigen.</td></tr>
</table>

1 Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren

1.1 Erarbeiten (15 - 18 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Multiplikationsaufgaben zu Bildern am Zahlenstrahl finden und umgekehrt

Material: KV: Zahlenstrahlen

Umsetzung: a), b), c) jeweils EA, dann UG; d) Aufgabengenerator (PA); e) EA

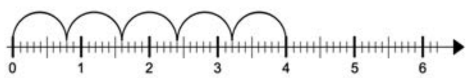
Lösung: Es sind 5 Bögen, die jeweils 0,8 lang sind. Es passen demnach diese beiden Aufgaben, da die eine die richtige Multiplikation angibt, die aber auch als wiederholte Addition verstanden werden kann.

Hintergrund: Der erste Faktor gibt an wie oft eine Zahl multipliziert wird, dies entspricht am Zahlenstrahl der Anzahl der Bögen. Der zweite Faktor gibt an, welche Größe multipliziert wird, dies entspricht der Länge der Bögen am Zahlenstrahl. Deshalb passt die Aufgabe 0,8 · 5 hier nicht zum Bild.

Impuls: Wie müsste das Bild zu 0,8 · 5 aussehen? → 0,8 Bögen der Größe 5.

1.1 Multiplikationsaufgaben am Zahlenstrahl

a)

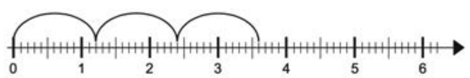


Welche Aufgaben passen zu dem Bild am Zahlenstrahl? Kreise ein und erkläre.

5 · 0,8 5 + 0,8 0,8 · 5 0,8 + 0,8 + 0,8 + 0,8 + 0,8

Lösung: Erklärungen analog zu a).
Methode: Eventuell vorkommende Unterschiede ansprechen und klären.

b)

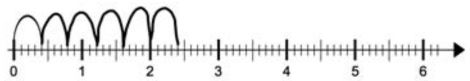


Welche Aufgaben passen zu dem Bild am Zahlenstrahl? Erkläre.

Multiplikationsaufgabe:	Additionsaufgabe:
3 · 1,2	1,2 + 1,2 + 1,2

Methode: Auf individuelle Vorgehensweisen der Lernenden eingehen.

c)



Ergänze die Bögen am Zahlenstrahl so, dass das Bild zu der Aufgabe **6 · 0,4** passt.
Erkläre, wie du vorgegangen bist.

Methode: Kopiervorlage mit leeren Zahlenstrahlen dazu nehmen. Lernende können die Bilder dort direkt einzeichnen. Anregen, dass Multiplikationsaufgaben der Art *natürliche Zahl · Dezimalzahl* genannt werden.

d) Eine Person nennt eine Aufgabe, die andere zeichnet sie am Zahlenstrahl ein und nennt das Ergebnis. Wechselt euch ab.

Impuls: Welche Aufgaben passen denn zu dem Bild? → Additions- / Subtraktionsaufgaben, da die Bögen dabei nicht alle gleich groß sein müssen.

e)

Erkläre, warum zu diesem Zahlenstrahl keine Multiplikationsaufgabe passt.

Hier passt keine Multiplikationsaufgabe, weil die Bögen nicht alle die gleiche Länge haben.

1.2 **Erarbeiten und Üben (12 - 15 Minuten)**

Ziel: Multiplikation einer Dezimalzahl mit einer natürlichen Zahl in der Stellenwerttafel verstehen

Material: -

Umsetzung: a) UG; b) EA und UG; c) EA

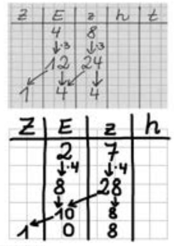
Lösung: Der zweite Faktor wird in die Stellenwerttafel eingetragen und die einzelnen Stellen werden mit dem ersten Faktor multipliziert.

Hintergrund: Auf Bündelungen bei Zahlen > 9 in der Stellenwerttafel achten, damit die Dezimalzahl direkt abgelesen werden kann. Bei Schwierigkeiten Dezimalzahlverständnis in **D1 A** thematisieren.

Methode: Es geht hier v.a. darum, dass der Rechenweg nachvollzogen, verstanden und anhand der Aufgaben nochmals angewendet wird und nicht nur um die Notation des Ergebnisses.

1.2 Multiplikation in der Stellentafel

a) Kenan rechnet die Aufgabe **3 · 4,8** in der Stellentafel.
Erkläre Kenans Rechenweg.
Warum kann man aus 12 Einern und 24 Zehnteln die Zahl nicht direkt ablesen?



b) Rechne die Aufgabe **4 · 2,7** wie Kenan.
Worauf musst du achten?
Zeichne dir als Hilfe eine Stellentafel.

c) Rechne auch diese Aufgaben so wie Kenan. Schreibe ins Heft.

(1) 5 · 6,9 = 34,5 (2) 2 · 8,5 = 17 (3) 9 · 1,3 = 11,7
(4) 7 · 2,6 = 18,2 (5) 4 · 0,4 = 1,6 (6) 8 · 5,2 = 41,6

1.3 - 1.4 **Erarbeiten und Üben (12 - 15 Minuten zzgl. Aufgabengeneratoren)**

Ziel: Ergebnisse von Multiplikationsaufgaben im Kontext überprüfen; Multiplikationsaufgaben lösen und Zusammenhänge erkennen

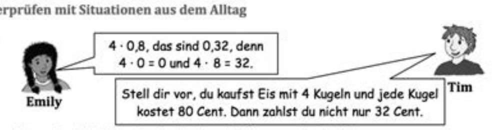
Material: MB: Ggf. Stellenwerttafel

Umsetzung: 1.3 a) UG; b) Aufgabengenerator (PA); 1.4 a) EA; b) UG; c) Aufgabengenerator (PA)

Typische Schwierigkeit: Das Komma trennt zwei natürliche Zahlen, beide werden mit dem ersten Faktor multipliziert. Komma bleibt bestehen ohne die verschiedenen Stellenwerte zu berücksichtigen.
Hintergrund: Alltagssituation hilft, um den Fehler aufzudecken. Lernende anregen, bei Unsicherheit ihre Ergebnisse mit Alltagssituationen zu überprüfen.
Hilfestellung: Evtl. mit Stellenwerttafel zeigen.

1.3 Überprüfen mit Situationen aus dem Alltag

a)



Was meint Tim? Wo hat Emily einen Fehler gemacht? Erkläre.

Methode: Anregen, dass Aufgaben der Art *natürliche Zahl · Dezimalzahl* genannt werden.

b) Stellt euch gegenseitig eine Multiplikationsaufgabe. Der andere löst sie im Kopf oder mithilfe der Stellentafel. Wechselt euch ab.

Hintergrund: Faktoren dürfen vertauscht werden, wenn die Rechnung dann leichter fällt (Kommutativität).

1.4 Schöne Päckchen

a) Rechne die folgenden Aufgaben.

2 · 3 = 6	60 · 4 = 240	0,2 · 8 = 1,6
1 · 3 = 3	6 · 4 = 24	0,4 · 4 = 1,6
0,5 · 3 = 1,5	0,6 · 4 = 2,4	0,8 · 2 = 1,6

Lösung: (1) / (2): Das Ergebnis wird jeweils halbiert / gezehntelt, da der erste Faktor halbiert / gezehntelt wird und der zweite gleich bleibt.
(3): Das Ergebnis bleibt gleich, da gegensinnig verändert wird.

b) Schau dir die Aufgaben und Ergebnisse aus a) nochmal an. Was fällt dir auf?

Hintergrund: Lernende anregen, a) als Vorbild zu nehmen. Durch die Produktion sollen Zusammenhänge (z.B. gegensinniges Verändern) zwischen den Aufgaben besser verstanden werden.

c) Stellt euch gegenseitig Päckchen wie in a). Erklärt auch die Muster.

2 Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen dividieren und umgekehrt

2.1 **Erarbeiten (15 - 18 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)**

Ziel: Multiplikationsaufgaben zu Bildern am Zahlenstrahl finden und umgekehrt

Material: KV: Zahlenstrahlen

Umsetzung: a), b), c) jeweils EA, dann UG; d) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Im Sinne der Grundvorstellungen zur Division passen hier beide Divisionsaufgaben:
Aufteilen: 4 : 0,8 = 5
Wie viele Bögen braucht man? Größe *eines* Bogens ist bekannt. Das Ergebnis gibt an, wie viele Bögen gebraucht werden.
Verteilen: 4 : 5 = 0,8
Wie groß ist *ein* Bogen? Anzahl der Bögen ist bekannt. Das Ergebnis gibt an, wie groß *ein* Bogen sein muss.
Die Division kann auch als wiederholte Subtraktion verstanden werden.

Lösung: Erklärungen analog zu a).

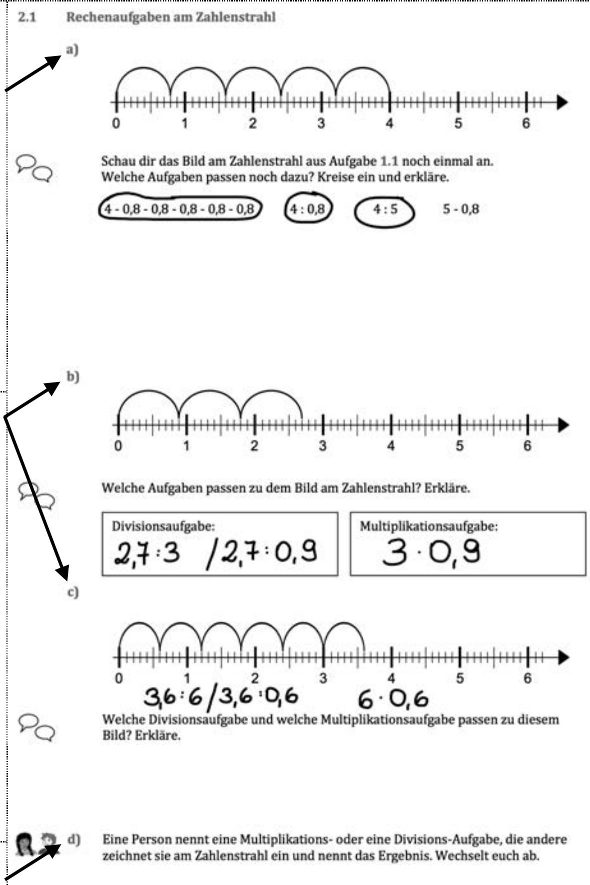
Methode: Nähe zu 1.1 b) aufzeigen. Dort wurde die Multiplikationsaufgabe zu diesem Bild schon gefunden. Verdeutlichen, dass zu diesen Bildern immer eine Divisions- und eine Multiplikationsaufgabe passen.

Impuls: Wo siehst du die Zahlen deiner Aufgabe in dem Bild? → Dividend (Zielzahl), Divisor / Quotient (Anzahl der Bögen), Quotient / Divisor (Länge der Bögen).
Zu beachten: Verdeutlichen, dass Dividend, Divisor und Quotient in dem Bild zu sehen sind.

Methode: Kopiervorlage mit leeren Zahlenstrahlen dazu nehmen. Lernende können die Bilder dort direkt einzeichnen.

Zu beachten: Alle drei passenden Aufgaben (zwei Divisions- und eine Multiplikationsaufgabe) sollen genannt und wie in a) erklärt werden.

Impuls: Welche Aufgaben passen noch zu deinem Bild? Wie kannst du das sehen?



2.2 Erarbeiten und Üben (15 - 18 Minuten)

Ziel: Division einer Dezimalzahl durch eine natürliche Zahl mit der Kommaverschiebungsregel verstehen

Material: -

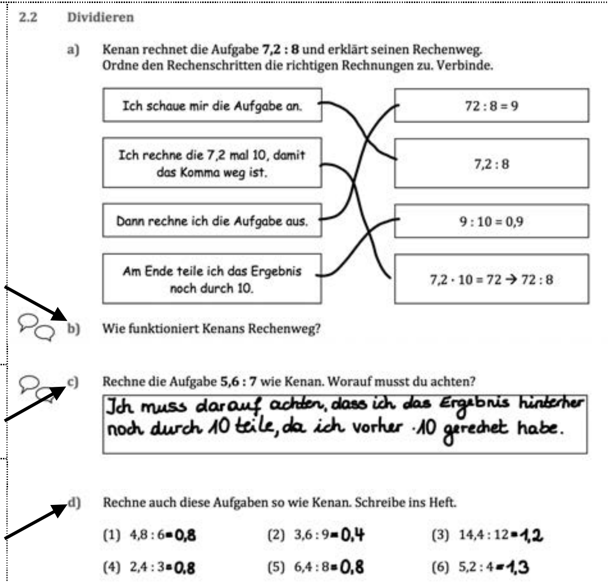
Umsetzung: a) EA; b) UG; c) EA, dann UG; d) EA

Hintergrund: Dezimalzahl mit der passenden Zehnerzahl multiplizieren, damit das Komma nicht mehr auftaucht. Nach der Division muss das Ergebnis durch die gleiche Zehnerzahl dividiert werden, damit es zu der Ausgangsaufgabe passt.

Hintergrund: Gleichzeitig Wiederholung der Multiplikation mit / Division durch Zehnerzahlen (**D4 A**).

Zu beachten: Das Ergebnis muss am Ende durch die richtige Zehnerzahl dividiert werden.

Methode: Lernende dazu auffordern, zunächst so kleinschrittig wie Kenan zu rechnen, um die Zusammenhänge nachzuvollziehen und zu verstehen.
Zu beachten: Es geht hier v.a. darum, dass der Rechenweg reflektiert, verstanden und anhand der Aufgaben nochmals angewendet wird und nicht nur um die Notation des Ergebnisses.


2.2 Dividieren

a) Kenan rechnet die Aufgabe **7,2 : 8** und erklärt seinen Rechenweg. Ordne den Rechenschritten die richtigen Rechnungen zu. Verbinde.

Ich schaue mir die Aufgabe an.	72 : 8 = 9
Ich rechne die 7,2 mal 10, damit das Komma weg ist.	7,2 : 8
Dann rechne ich die Aufgabe aus.	9 : 10 = 0,9
Am Ende teile ich das Ergebnis noch durch 10.	7,2 · 10 = 72 → 72 : 8

b) Wie funktioniert Kenans Rechenweg?

c) Rechne die Aufgabe **5,6 : 7** wie Kenan. Worauf musst du achten?

Ich muss darauf achten, dass ich das Ergebnis hinterher noch durch 10 teile, da ich vorher ·10 gerechet habe.

d) Rechne auch diese Aufgaben so wie Kenan. Schreibe ins Heft.

(1) 4,8 : 6 = 0,8 (2) 3,6 : 9 = 0,4 (3) 14,4 : 12 = 1,2

(4) 2,4 : 3 = 0,8 (5) 6,4 : 8 = 0,8 (6) 5,2 : 4 = 1,3

2.3 Üben (5 - 8 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Ergebnisse von Divisionsaufgaben im Kontext überprüfen; Divisionsaufgaben im Kopf lösen

Material: MB: Ggf. Stellenwerttafel

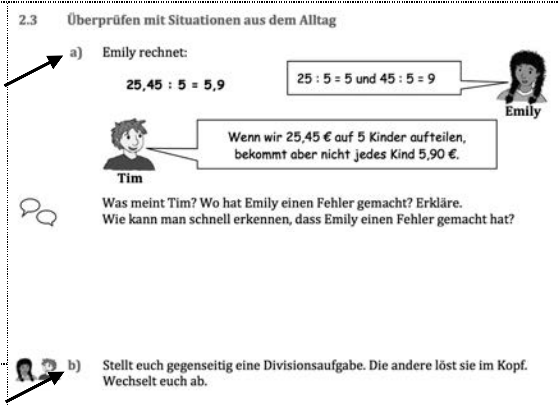
Umsetzung: a) UG; b) Aufgabengenerator (PA)

Typische Schwierigkeit: Das Komma trennt zwei natürliche Zahlen, beide werden durch den Divisor dividiert. Komma bleibt bestehen ohne die verschiedenen Stellenwerte zu berücksichtigen.

Hintergrund: Alltagssituation hilft, um den Fehler aufzudecken. Lernende anregen, bei Unsicherheit ihre Ergebnisse mit Alltagssituationen zu überprüfen.

Hilfestellung: Evtl. mit Stellenwerttafel zeigen.

Methode: Anregen, dass Aufgaben der Art *Dezimalzahl : natürliche Zahl* genannt werden, die ohne Rest gelöst werden können.


2.3 Überprüfen mit Situationen aus dem Alltag

a) Emily rechnet:

25,45 : 5 = 5,9

Was meint Tim? Wo hat Emily einen Fehler gemacht? Erkläre.
Wie kann man schnell erkennen, dass Emily einen Fehler gemacht hat?

b) Stellt euch gegenseitig eine Divisionsaufgabe. Die andere löst sie im Kopf. Wechselt euch ab.

2.4 Erarbeiten und Üben (15 - 18 Minuten)

Ziel: Division natürlicher Zahlen durch Dezimalzahlen verstehen; Rechenstrategien *Vereinfachen* und *Passen in* nachvollziehen, verstehen und anwenden

Material: -

Umsetzung: a) EA, dann UG; b) UG; c) EA

Methode: Individuelle Erklärungen zulassen – wenn kein Lösungsvorschlag gemacht wird, dann zu b), um Strategien kennenzulernen.

2.4 Durch Dezimalzahlen dividieren

a) Rechne aus und erkläre deinen Rechenweg.

20 : 0,5 = 40

Hintergrund:
Vereinfachen (Kenan): Durch das gleichsinnige Verändern von Dividend und Divisor ändert sich das Ergebnis nicht und es kann eine Division im Bereich der natürlichen Zahlen durchgeführt werden.
Passen in / Aufteilen (Emily): Fragestellung, wie oft die Dezimalzahl in die natürliche Zahl passt. Kann z.B. durch ausmessen veranschaulicht werden. Wie viele Stangen der Länge 0,5 m passen in einen 3 m langen Raum? (Evtl. auch am Zahlenstrahl verdeut-lichen)

b)

Kenan

Ich rechne beide Zahlen zuerst · 10, dann kann ich statt 20 : 0,5 auch 200 : 5 rechnen.

Emily

Ich überlege mir: Wie oft passt die 0,5 in die 20?

Wie lösen Kenan und Emily die Aufgabe? Erkläre, was sie sich gedacht haben.

Impuls: Was fällt dir bei den Päckchen auf?
Hintergrund: Über die Zusammenhänge der Zahlen kommunizieren und z.B. entdecken, dass 24 · 2 und 24 : 0,5 das gleiche Ergebnis haben.

c) Rechne die folgenden Aufgaben.

2 : 0,5 = 4	24 : 2 = 12	15 : 1 = 15
4 : 0,5 = 8	24 · 2 = 48	15 : 0,1 = 150
8 : 0,5 = 16	24 : 0,5 = 48	15 : 0,01 = 1500

2.5 Üben (5 - 8 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Divisionsaufgaben lösen und Zusammenhänge erkennen

Material: -

Umsetzung: a) EA; b) UG; c) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Zum Dividieren durch eine Dezimalzahl die Strategien aus 2.4 anregen:

- Vereinfachen / gleichsinniges Verändern
- Wie oft passt die 0,5 in die 3? (Passen in / Aufteilen)

2.5 Schöne Päckchen

a) Rechne die Aufgaben in den Päckchen. Wie könnte es weitergehen?

3 : 0,5 = 6	0,5 : 0,1 = 5	1,8 : 2 = 0,9
6 : 0,5 = 12	5 : 0,1 = 50	3,6 : 4 = 0,9
9 : 0,5 = 18	50 : 0,1 = 500	7,2 : 8 = 0,9
12 : 0,5 = 24	500 : 0,1 = 5 000	144 : 16 = 0,9
15 : 0,5 = 30	5000 : 0,1 = 50 000	28,8 : 32 = 0,9

Lösung:
(1) / (2): Das Ergebnis verdoppelt / verzehnfacht sich jeweils, da der Dividend verdoppelt / verzehnfacht wird und der Divisor gleich bleibt.
(3): Das Ergebnis bleibt gleich, da gleichsinnig verändert wird.

b) Schau dir die Aufgaben und deine Ergebnisse aus a) nochmal an.
Was fällt dir auf?

Hintergrund: Lernende anregen, a) als Vorbild zu nehmen. Durch die Produktion sollen Zusammen-hänge (z.B. gleichsinniges Verändern) zwischen den Aufgaben besser verstanden werden.

c) Findet selbst jeweils zwei schöne Päckchen wie in a). Der andere löst diese.

Kann ich Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren und dividieren?

1 Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren

Rechne die Aufgaben aus. Schreibe deinen Rechenweg auf.

a) **37,2 · 10 =** | **37,2 · 100 =**

b) **0,584 · 10 =** | **5,84 · 10 =**

c) **10 · 87,85 =** | **100 · 8,785 =**

☺ 😐 ☹

2 Dezimalzahlen durch Zehnerzahlen dividieren

Rechne die Aufgaben aus. Schreibe deinen Rechenweg auf.

a) **25,8 : 10 =** | **25,8 : 100 =**

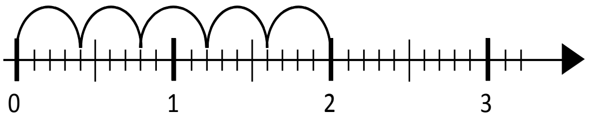
b) **0,6 : 10 =** | **6 : 10 =**

☺ 😐 ☹

Kann ich Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren?

1 Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren

a) Welche Multiplikationsaufgabe passt zu dem Bild am Zahlenstrahl?



Multiplikationsaufgabe:

b) Rechne aus und erkläre, wie du gerechnet hast.

3 · 5,2 = ____________

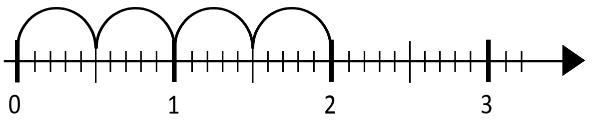
Ich rechne so:

3 · 5,4 = ____________

Ich rechne so:

2 Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen dividieren und umgekehrt

a) Welche Divisionsaufgabe passt zu dem Bild am Zahlenstrahl?



Divisionsaufgabe:

b) Rechne aus und erkläre, wie du gerechnet hast.

9,6 : 3 = __________

Ich rechne so:

13,2 : 3 = _________

Ich rechne so:

30 : 0,5 = ___________

Ich rechne so: