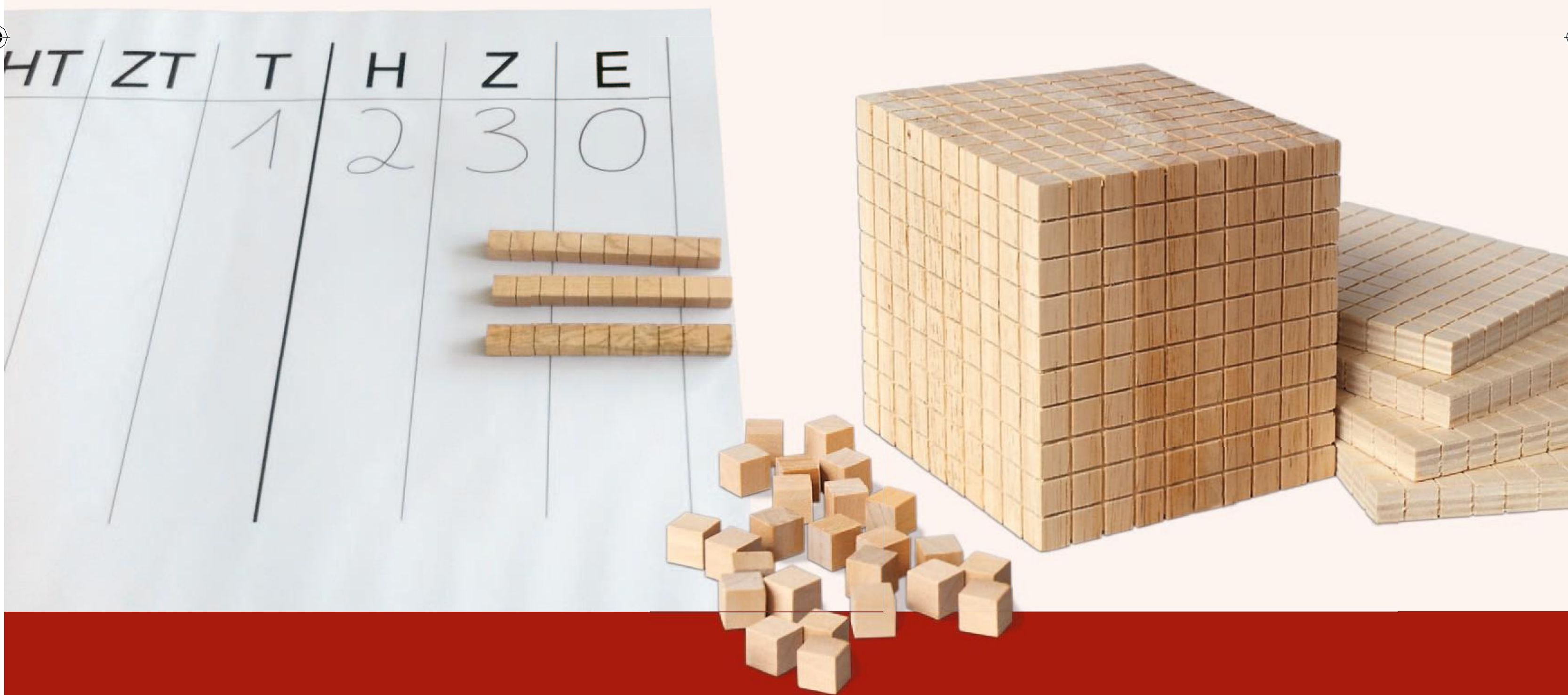
Für Lehrerinnen und Lehrer

Mathe sicher können

Auszug
"N1 – Stellenwerte verstehen" aus:

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen



Natürliche Zahlen

Ermöglicht durch
Deutsche Telekom Stiftung

Cornelsen

Herausgegeben von
Christoph Selter
Susanne Prediger
Marcus Nührenbörger
Stephan Hußmann

9783060049011 U1+U4.indd 1
23.01.14 10:55

So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept

In den 15 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.

15 Basiskompetenzen
gliedern die Bausteine und verbinden Diagnose und Förderung.

Standortbestimmung – Baustein N4 B

Name:

Datum:

Kann ich Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?

1 Mit Division gerecht verteilen

Drei Kinder teilen sich 12 Bonbons.
Jedes Kind bekommt gleich viele.
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?
Schreibe eine passende
Geteilt-Aufgabe auf: ______

Zeichne ein Bild:

Diagnose:
Mit 2 bis 4 Aufgaben in der Standortbestimmung stellen Sie fest, was die Lernenden schon können.

Die Standortbestimmungen befinden sich im hinteren Teil dieser Handreichungen als Kopiervorlage.

1 Mit Division gerecht verteilen

1.1 Bonbons gerecht verteilen

a) Drei Kinder teilen sich 24 Bonbons.
Jedes Kind bekommt gleich viele.
Verteile die Bonbons gerecht.
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?

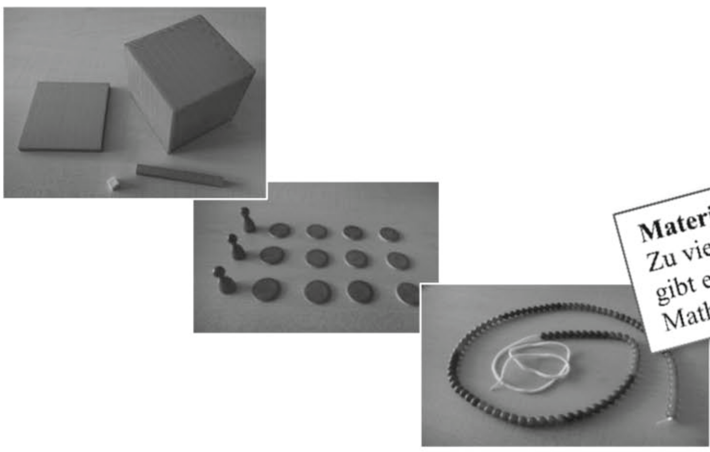
Nimm Plättchen zu Hilfe, wenn du möchtest.

b) Vergleicht eure Lösungen zur Aufgabe a).
Schreibt eine passende Geteilt-Aufgabe auf.

c) Schreibe die passende Geteilt-Aufgabe auf und rechne sie aus.

Förderung:
Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine passende Fördereinheit, die differenziert und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.



Material:
Zu vielen Förderaufgaben gibt es Material, mit dem man Mathe besser verstehen kann.

Tipps zum Material sind in dieser Handreichung.
Viele Materialien befinden sich im zugehörigen Materialkoffer von Cornelsen Experimenta

Mathe sicher können

Handreichungen
für ein Diagnose- und Förderkonzept
zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

Natürliche Zahlen

Herausgegeben von
Christoph Selter
Susanne Prediger
Marcus Nührenbörger
Stephan Hußmann

Entwickelt und Erprobt von
Kathrin Akinwunmi
Theresa Deutscher
Corinna Mosandl
Marcus Nührenbörger
Christoph Selter

Erarbeitet an der Technischen Universität Dortmund
im Rahmen von `Mathe sicher können´, einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung.

technische universität dortmund

Deutsche Telekom Stiftung

Herausgeber: Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger, Stephan Hußmann

Autorinnen und Autoren: Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher, Corinna Mosandl, Marcus Nührenbörger, Christoph Selter

Redaktion: Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger
Illustration der Figuren: Andrea Schink
Alle sonstigen Bildrechte für Illustrationen und technische Figuren liegen bei den Herausgebern.

Umschlaggestaltung: Corinna Babylon

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:
www.mathe-sicher-koennen.de/Material

1. Auflage, 1. Druck 2014

Druck: DBM Druckhaus Berlin-Mitte GmbH

ISBN 978-3-06-004901-1

PEFC
PEFC/04-31-2206

PEFC zertifiziert
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten Quellen.
www.pefc.de

Dieses Dokument enthält folgenden Auszug:

Inhaltsverzeichnis der Handreichung Natürliche Zahlen

N1 A Zahlen mit Material lesen und darstellen – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Die von uns verwendete arabische Zahlschrift zeichnet sich durch ein hohes Maß an Effizienz aus, da es allein mit den zehn Ziffern von 0 bis 9 möglich ist, Zahlen in beliebiger Größe darzustellen. Hintergrund dieser Funktionsweise ist das dekadische Stellenwertsystem. Im Zehnersystem werden jeweils zehn Einheiten einer kleineren Einheit zu genau einer Einheit der nächst größeren zusammengefasst. So werden z.B. zehn Einer zu einem Zehner, zehn Zehner zu einem Hunderter usw. Bei der Erweiterung der Stellenwerte wird immer mit dem Faktor 10 multipliziert.

$\cdot 10$ $\cdot 10$

Hunderter 10^2	Zehner 10^1	Einer 10^0
2	3	4

Dekadische Struktur der (erweiterten) Stellenwerttafel

In den ersten vier Grundschuljahren werden die Zahlen bis in den Millionenraum über die Schuljahre hinweg systematisch erarbeitet, wobei auf die besondere Struktur des Zahlaufbaus eingegangen wird.

Einigen Lernenden ist aber auch nach Beendigung der Grundschulzeit das Prinzip der Stellenwertdarstellung noch unklar, was nicht bedeutet, dass sie über keinerlei Vorwissen in diesem Bereich verfügen. Im Zahlenraum bis Tausend finden sich die meisten Schülerinnen und Schüler aufgrund der Überschaubarkeit der Stellen und der noch vorhandenen Anschaulichkeit der Zahlen zurecht, auch ist das Sprechen der Zahlwörter in diesem Bereich in der Regel zumeist schon geübt und gefestigt. Jedoch muss davon ausgegangen werden, dass diese Einsichten möglicherweise nicht gänzlich hinsichtlich ihrer Übertragbarkeit in höhere Zahlbereiche verstanden worden sind und deshalb dieses Wissen nicht für das weitere Lernen (Erweiterung der Zahlräume auf Dezimal- und Bruchzahlen) genutzt werden kann. Lernende, die Schwierigkeiten in diesem Bereich zeigen, profitieren besonders von der konkreten Thematisierung der Strukturen des Zahlaufbaus und der Arbeit mit strukturiertem Anschauungsmaterial.

Eigenschaften des Stellenwertsystems

Jede Ziffer in einer Zahl vermittelt immer zwei Informationen:

- Die Ziffer selbst zeigt an, wie viele Bündel der entsprechenden Mächtigkeit an dieser Stelle vorhanden sind (Bsp. 20: Es befinden sich genau zwei Bündel an der Zehnerstelle). Daher hat die Null als Anzeige einer nicht besetzten (sozusagen bündellosen) Stelle eine besondere Relevanz.
- Die Position der Ziffer innerhalb der Zahl zeigt an, welche Mächtigkeit (Einer, Zehner, ...) dieses Bündel hat: Beispielsweise ist eine 2 an der Zehnerstelle zehnmal so viel wert wie eine 2 an der Einerstelle.

Darüber hinaus ist die additive Eigenschaft der Stellenwertsysteme bedeutsam, da diese besagt, dass sich der Gesamtwert der Zahl aus der Summe der einzelnen Stellenwerte ergibt. So lässt sich die Zahl 234 im Term als 200 + 30 + 4 darstellen. Dort wird durch die Anzahl der jeweils vorhandenen Nullen in den Summanden ebenfalls die Mächtigkeit der einzelnen Stellenwerte angezeigt. Eine übliche Fehllösung rechenschwacher Lernender ist die Notation von 234 als 2 + 3 + 4, die anzeigt, dass die Positionseigenschaft noch nicht verstanden worden ist oder das Wissen darüber in diesem Aufgabenformat nicht abgerufen wird.

Um ein tragfähiges und flexibles Zahlverständnis aufzubauen, werden die Eigenschaften der Stellenwerte mittels der Arbeit mit Systemwürfeln und der Stellenwerttafel thematisiert (s.u.). Darüber hinaus wird auch die additive Struktur durch ein entsprechendes Zerlegen der Stellenwerte miteinbezogen. Abschließend sollen diese Handlungen und Überlegungen auch mental vollzogen werden.

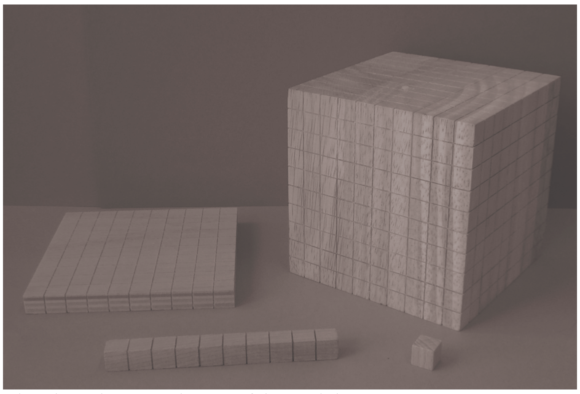
Veranschaulichung und Material

Notations- und Sprechweise

Die Sprechweise von Zahlwerten in der deutschen Sprache weicht von der Notation der Zahlen ab. So werden zum Beispiel bei der dreistelligen Zahl 564 – gesprochen *fünfhundertvierundsechzig* – abweichend von der Schreibweise zunächst die Hunderter, dann die Einer und zuletzt die Zehner genannt. Es kann hier zu Schwierigkeiten kommen, wenn Zahlwerte in diesem Sinne verwechselt werden und beispielsweise zu der gesprochenen Zahl vierundsechzig die Zahl 46 notiert wird. Dies ist vor allem in den ersten Lernjahren eine nicht ungewöhnliche Vorgehensweise, die sich aber, so sie sich verfestigt, als eine größere Hürde für das Notieren höherer Zahlen erweisen kann. Im Laufe der Förderung kann durch eine Thematisierung der Struktur und die wiederholte Übung der Sprechweise von Zahlen darauf eingegangen werden.

Dekadisches Würfelmaterial

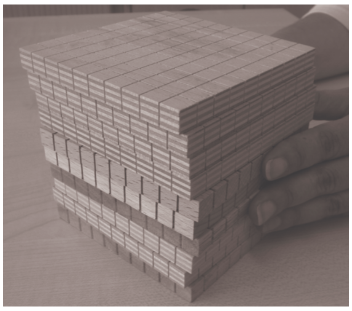
Das auch als *Dienes-Material* oder *Zehnerblöcke* in der Mathematikdidaktik bekannte Würfelmaterial zeichnet in besonderer Weise die Struktur des dezimalen Stellenwertsystems nach. Die Beziehungen zwischen Einern, Zehnern, Hundertern und Tausendern können durch ein Vergleichen der verschiedenen Teile sehr gut veranschaulicht werden: Zehn Einheiten einer kleineren Mächtigkeit lassen sich immer zu einer Einheit der nächst größeren Mächtigkeit zusammenfassen – so können größere Einheiten aus kleineren entsprechend nachgebaut werden.



Einzelne Elemente des Würfelmaterials

Durch den maßstabsgerechten Aufbau kann darüber hinaus ein Gefühl von den dekadischen Zusammenhängen der einzelnen Stellen angelegt bzw. gefestigt werden.

Um mit dem Material sinnvoll arbeiten zu können, muss zunächst dessen besondere Struktur geklärt werden. Insbesondere der Aufbau des Tausenderwürfels ist vielen Lernenden, die Schwierigkeiten in diesem Bereich zeigen, oft nicht klar. Während zwar der Begriff *Tausenderwürfel* bekannt ist, werden bei der Frage nach den dort enthaltenen Einerwürfeln zuweilen nur 600 (6 Hunderterplatten sind zu sehen) bzw. in der ikonischen Darstellung sogar nur 300 (die in der bildlichen Darstellung sichtbaren Hunderterplatten) genannt. Diese Fehlvorstellung wird mit einem sukzessiven Nachbau der einzelnen Teile des Würfelmaterials aufgegriffen.

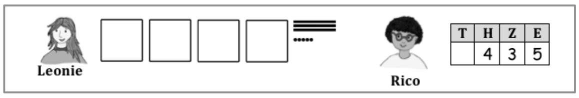


Nachbau eines Tausenderwürfels mit Hunderterplatten

Stellenwerttafel

Die Darstellung von Zahlen in Stellenwerttafeln soll die Arbeit mit dem Systemwürfelmaterial ergänzen und den Weg zur Abstraktion von Zahlvorstellungen ebnen. In der Stellenwerttafel kommt insbesondere der Zahlenwert einer Ziffer deutlich zum Ausdruck, da die in der entsprechenden Spalte notierte Zahl Auskunft darüber gibt, wie viele Bündel es an dieser Stelle gibt. Insofern ist die Stellenwerttafel auch mehr als eine andere Darstellung der Ziffernschreibweise. Bei einer maximalen Bündelung der Stellenwerte sind die Zahlen dort zwar direkt ablesbar, jedoch ist es nicht zwingend notwendig, die Zahlen in der Stellenwerttafel immer so darzustellen. Genauso wie bei der Arbeit mit dem Systemwürfelmaterial zwischenzeitlich mehr als zehn Einheiten einer Mächtigkeit auf dem Tisch liegen können, ist es im Zuge der produktiven Erkundung bei der Arbeit mit der Stellenwerttafel möglich, auch dort Bündelungsangaben größer neun einzutragen. Dieser Aspekt wird jedoch in Baustein **N1 B** genauer thematisiert.

Für den Einstieg in die Thematik *Stellenwerte verstehen* ist an dieser Stelle zunächst die oben genannte Verbindung zwischen der Darstellung von Zahlen mit dem Systemwürfelmaterial und der Darstellung in der Stellenwerttafel bedeutsam.



Die Zahl 435 als Darstellung mit dem Würfelmaterial und in der Stellenwerttafel

Aufbau der Förderung

In **Fördereinheit 1 (Zahlen mit Material darstellen)** wird zunächst eine systematische und handelnd durchgeführte Einführung des Aufbaus des Systemwürfelmaterials durchgeführt. Hier soll vor allem der Zusammenhang der verschiedenen Stellen und der additive Aspekt der Stellenwerte aufgegriffen werden. In einem weiteren Schritt werden die Lernenden dazu aufgefordert, ikonische Darstellungen von Zahlen, die mit Würfelmaterial dargestellt sind, zu lesen und selbst zu zeichnen.

Durch **Fördereinheit 2 (Stellenwerte darstellen)** wird der Zusammenhang der verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten von Zahlen mit dem Würfelmaterial, der Stellenwerttafel, der additiven Zerlegung und der Ziffernschreibweise thematisiert und durch ein ergänzendes Spiel gefestigt. Abschließend folgen dieser Fördereinheit Übungen zum mentalen Operieren mit Zahlen sowie ein Ausblick auf den Baustein **N1 B**, in dem der Aspekt nicht-maximaler Bündelungen angesprochen wird.

Weiterführende Literatur

Häsel-Weide, U. / Nührenbörger, M. (2013): Individuell fördern – Kompetenzen stärken. Fördern im Mathematikunterricht Klasse 3 & 4. In: Bartnitzky, H. / Hecker, U. / Lassek, M. (Hrsg.): Individuell fördern – Kompetenzen stärken. Frankfurt a. M.: Arbeitskreis Grundschule e.V.

Humbach, M. (2008): Arithmetische Basiskompetenzen in der Klasse 10 – Quantitative und qualitative Analysen. Berlin: Verlag Dr. Köster, 21 - 28.

Fritz, A. / Ricken, G / Schmidt, S. (2009): Handbuch Rechenschwäche. Weinheim: Beltz.

Scherer, P. / Moser-Opitz, E. (2010): Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

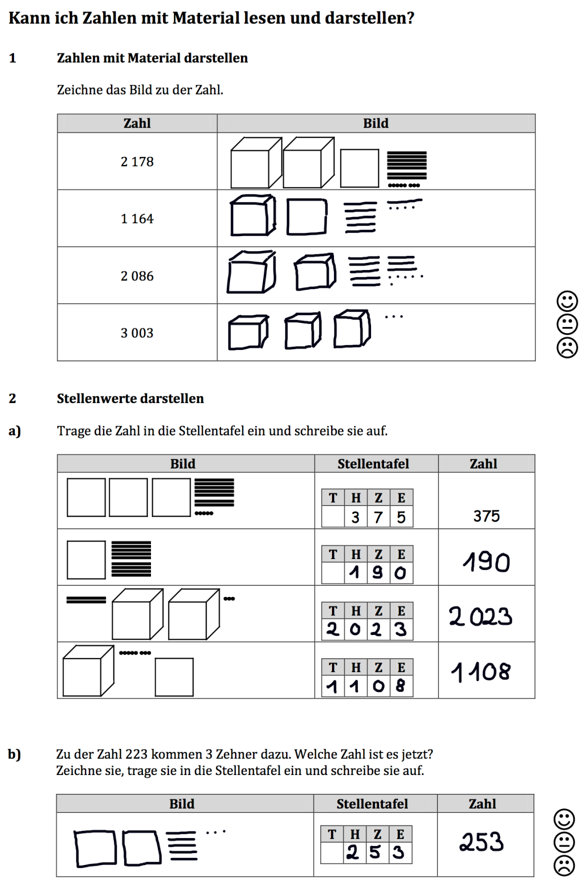
N1 A – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Auch wenn die ikonische Darstellung von Zahlen mit Würfelmaterial in den meisten Grundschullehrwerken behandelt wird, ist diese den Lernenden möglicherweise nicht (mehr) vertraut. In diesem Fall kann und soll auf die Bedeutung der einzelnen Symbole hingewiesen werden. Insbesondere der Tausenderwürfel ist für einige Lernende aufgrund der dreidimensionalen Darstellung schwierig zu zeichnen.

Bei Aufgabe 2 b) sollen analog zum darüberstehenden Aufgabenteil das Bild, die Notation in der Stellenwerttafel und die Zifferndarstellung der mental veränderten Zahl gezeichnet und notiert werden.



Kann ich Zahlen mit Material lesen und darstellen?

1 Zahlen mit Material darstellen

Zeichne das Bild zu der Zahl.

Zahl	Bild
2 178	
1 164	
2 086	
3 003	

2 Stellenwerte darstellen

a) Trage die Zahl in die Stellentafel ein und schreibe sie auf.

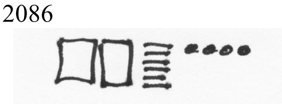
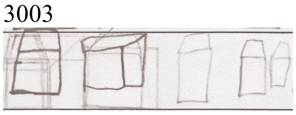
Bild	Stellentafel	Zahl
	T H Z E / 3 7 5	375
	T H Z E / 1 9 0	190
	T H Z E / 2 0 2 3	2023
	T H Z E / 1 1 0 8	1108

b) Zu der Zahl 223 kommen 3 Zehner dazu. Welche Zahl ist es jetzt?
Zeichne sie, trage sie in die Stellentafel ein und schreibe sie auf.

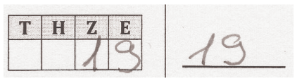
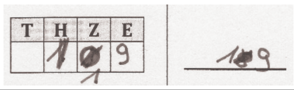
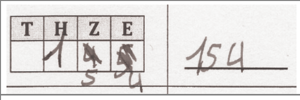
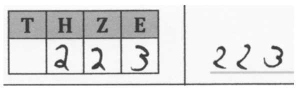
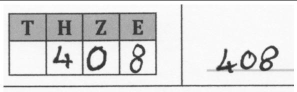
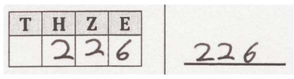
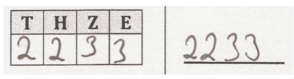
Bild	Stellentafel	Zahl
	T H Z E / 2 5 3	253

Hinweise zur Auswertung:

Diagnoseaufgabe 1: Zahlen mit Material darstellen

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
1)	1164 	Unterscheidung zwischen der ikonischen Darstellung des Tausenderwürfels und der Hunderterplatte ist unklar.	Aufbau des Würfelmaterials, insbesondere der ikonischen Darstellung von Zahlen, erarbeiten. Thematisierung der Wertigkeit der einzelnen Stellen (1.1 - 1.4).
		Darstellung des Tausenders wird nicht berücksichtigt.	
2)	2086 	Die Bedeutung der Null aus der Zifferndarstellung für die ikonische Darstellung ist unklar.	
3)	3003 	Schwierigkeiten bei der Darstellung des Tausenderwürfels, dadurch unvollständige Bearbeitung der Aufgabe.	

Diagnoseaufgabe 2: Stellenwerte darstellen

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
a.1)		Es wird in eine zweistellige Zahl *über-setzt*, da im Bild zwei Stellen darge-stellt wurden.	Vergleich verschiedener Darstel-lungsarten (2.1 - 2.3).
		Vorgehensweise unklar: evtl werden 9 Zehner werden nicht als 9 · 10, sondern als 9 + 10 interpretiert.	Thematisierung der additiven Struk-tur (1.1 - 1.2; 2.1 - 2.2).
		Durch die Fünferstruktur werden die Zehner in zwei Stellen zerlegt.	Erarbeitung der ikonischen Darstel-lung (1.2).
a.2)		Mächtigkeit der Stellendarstellung wird nicht beachtet, Zahlen werden von links nach rechts aufgeschrieben, evtl auch Bedeutung der Null unklar.	Vergleich der verschiedenen Dar-stellungen von Zahlen (2.1).
a.3)		Die Darstellung des Tausenderwürfels wird als 3 Hunderter interpretiert.	Aufbau des Tausenderwürfels erar-beiten (1.2), Üben der ikonischen Darstellung (1.3).
b)	 	Die hinzuzufügenden drei Zehner wer-den als Einer interpretiert. Die Infor-mation, dass es sich um Zehner han-delt, wird entweder nicht wahrgenom-men oder als nicht relevant betrachtet.	Zusammenhang zwischen konkre-tem Handeln und mentalem Operie-ren zeigen und üben (2.4).
	 	Die Ursprungszahl und die dazukom-mende Ziffer werden hintereinander geschrieben, da die Bedeutung für die Zehnerstelle unklar ist.	

1 Zahlen mit Material darstellen

1.1 Erarbeiten (20 - 30 Minuten)

Ziel: Aufbau des dezimalen Würfelmaterials bis 100 verstehen;
Erste Einsichten in das Bündelungsprinzip anlegen;
Additive Schreibweise von Zahldarstellungen üben

Material: MB: Würfelmaterial

Umsetzung: a) UG; b), c) EA oder PA; d) EA oder PA; e) UG

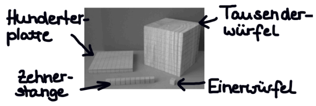
Hintergrund: Die Auseinandersetzung mit den einzelnen Elementen des Würfelmaterials dient der Festigung der korrekten Begriffe. (Einer*würfel*, Zehner*stange* usw.) und soll den besonderen dekadischen Aufbau des Materials herausgestellen.

Zu beachten: Bei der Zahldarstellung mit dem Würfelmaterial ist eine geordnete Sortierung der Stellen von groß nach klein nicht zwingend notwendig (die dargestellte Zahl ändert sich dadurch nicht), aber hilfreich beim Ablesen der Zahl.

1.1 Einerwürfel, Zehnerstange, Hunderterplatte

a) Wie heißen die verschiedenen Teile bei dem Würfelmaterial?

Wie stellt man damit Zahlen dar?

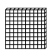


Methode: Bevor die Lösung auf dem Arbeitsblatt eingetragen wird, sollte das konkrete Nachbauen stattgefunden haben, damit nicht bloßes schematisches Wissen abgerufen wird. Bei der Darstellung der Hunderterplatte mit Einerwürfeln reicht allerdings der Ansatz des Nachbaus, da die Markierungen der Einerwürfel auf der Hunderterplatte sichtbar sind und die komplette Herstellung aus Einerwürfeln zu langwierig wäre.

b) Wie viele Einerwürfel brauchst du, um eine Zehnerstange nachzubauen?

Ich brauche 10 Einerwürfel.

c) Wie viele kleinere Teile brauchst du, um eine Hunderterplatte nachzubauen?



Ich brauche 100 Einerwürfel.

Oder ich brauche 10 Zehnerstangen.

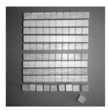
Methode: Thematisierung des flexiblen möglichen Aufbaus der Hunderterplatte und erste Verbindung zur additiven Zerlegung, damit die Lernenden auf operative Weise Beziehungen zwischen den Zehnern und den Einern erfassen und darstellen.

Hinweis: Die passende Aufgabe heißt nicht 9 + 10, da mit neun Zehnerstangen die Zahl 90 gelegt wird und nicht die Zahl 9.

d) Baue eine Hunderterplatte aus Zehnerstangen und Einerwürfeln.

Trage verschiedene Möglichkeiten in die Tabelle ein.
Schreibe auch die passende Aufgabe auf. Findest du alle Lösungen?

Zehnerstangen	Einerwürfel	Aufgabe
9	10	90 + 10
8	20	80+20
7	30	70 +30
6	40	60 +40
5	50	50 +50
4	60	40 +60
3	70	30 +70
2	80	20 +80
1	90	10 +90
0	100	0 +100
10	0	100 + 0



Reflexion: Die systematische Zerlegung der Hunderterplatte in immer weniger Zehnerstangen zeigt schnell, wie viele Lösungen es gibt.

e) Zeige, dass es keine weiteren Möglichkeiten mehr gibt.

1.2 Erarbeiten und Üben (20 - 30 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Aufbau des dezimalen Würfelmaterials bis 1 000 verstehen;
Vertiefende Einsichten in das Bündelungsprinzip anlegen;
Additive Schreibweise von Zahldarstellungen üben

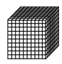
Material: MB: Würfelmaterial

Umsetzung: a) UG, dann EA, b) EA oder PA; c) UG; d) Aufgabengenerator (PA), dann UG

Hintergrund: Analog zur Aufgabe 1.1 b) und c) wird der Aufbau des Tausenderwürfels thematisiert, aufgrund seiner höheren Komplexität und der möglicherweise vorhandenen Fehlvorstellungen in dieser gesonderten Aufgabe.

1.2 Tausenderwürfel

a) Wie viele kleinere Teile brauchst du, um einen Tausenderwürfel nachzubauen?



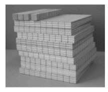
Ich brauche 1 000 Einerwürfel.
Oder ich brauche 100 Zehnerstangen.
Oder ich brauche 10 Hunderterplatten.

Methode: Der Aufbau des Tausenderwürfels in Zehnerstangen und Einerwürfeln soll aufgrund der Fülle des benötigten Materials wiederum nur anfänglich gezeigt werden.
Zu beachten: Analog zur Aufgabe 1.1 d) wird der mögliche Aufbau eines Tausenderwürfels mit gemischten Material thematisiert, wegen der besseren Übersichtlichkeit aber nur mit Hunderterplatten und Zehnerstangen. Auch hier erscheint wieder die Verbindung zur additiven Zerlegung.

b) Baue einen Tausenderwürfel aus Hunderterplatten und Zehnerstangen.

Trage verschiedene Möglichkeiten in die Tabelle ein.
Schreibe auch die passende Aufgabe auf.

Hunderterplatten	Zehnerstangen	Aufgabe
9	10	900 + 100
8	20	800 + 200
7	30	700 + 300
6	40	600 + 400
5	50	500 + 500
4	60	400 + 600
3	70	300 + 700
2	80	200 + 800
1	90	100 + 900
0	100	0 + 1000
10	0	1000 + 0



Methode: Im Gespräch ist zu klären, auf welche Weise der Tausenderwürfel (und somit auch die Zahl 1 000) zerlegbar ist. An dieser Stelle kann auch die Null als Platzhalter thematisiert werden, die dann in der Zahldarstellung auftritt, wenn eine bestimmte Stelle nicht besetzt ist (dies wird in der Aufgabe z.B. durch die Formulierung „ohne Hunderterplatten“ dargestellt).

c) Kann man so einen Tausenderwürfel bauen:

- mit Zehnerstangen und Einerwürfeln, aber ohne Hunderterplatten?
- mit Hunderterplatten und Einerwürfeln, aber ohne Zehnerstangen?

Zeige mit dem Material den Anfang, wie man so bauen würde.

Methode: Die Darstellung der Zahlen mit dem Würfelmaterial findet hier aufgrund der verfügbaren Teile innerhalb eines begrenzten Zahlenraums statt.

d) Stellt euch gegenseitig Aufgaben:
Eine Person legt eine Zahl aus 5 Teilen. Die andere Person sagt die Zahl.
Wechselt euch ab.

Reflexion: Die gelegten Zahlen können an keiner Stelle eine Ziffer größer 5 haben, da dies die maximale Anzahl an Teilen ist.

e) Welche Zahlen lassen sich mit 5 Teilen nicht legen? Findet einige.

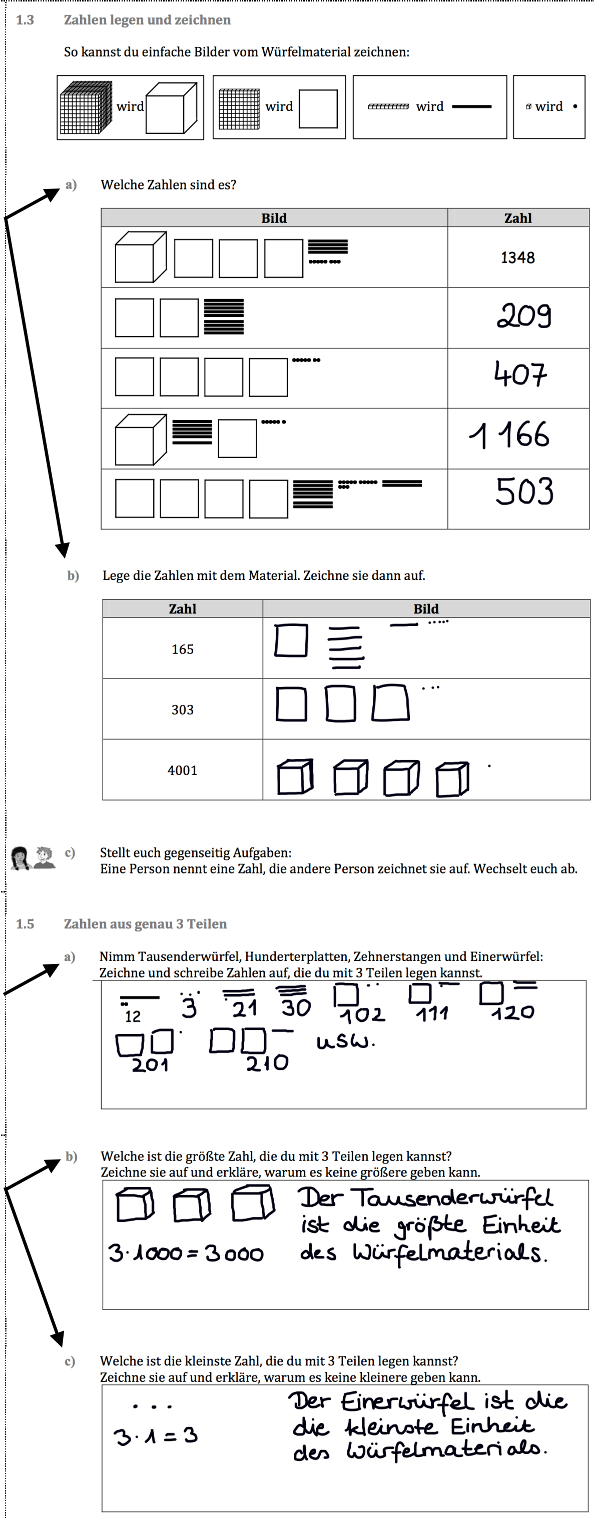
1.3 - 1.4	**Üben (10 - 15 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)**
Ziel:	Üben des Lesens und des Zeichnens der ikonischen Darstellung von Zahlen
Material:	MB: Würfelmaterial
Umsetzung:	1.4 a) EA; b) EA; c) Aufgabengenerator (PA); 1.5 a), b), c) EA

Hintergrund: Eine vereinfachte Darstellung des Würfelmaterials wird eingeführt, damit die Zahldarstellungen auch zeichnerisch von den Lernenden festgehalten werden können (die Nutzung eines Lineals ist dafür nicht erforderlich). Die Darstellung des Tausenderwürfels als dreidimensionales Bild kann für einige Lernende schwierig sein. In diesem Fall gemeinsam mit den Lernenden thematisieren: Welche Seiten sind in der Frontalansicht zu sehen? → Die Abgrenzung zur Hunderterplatte muss auf jeden Fall explizit heraus gestellt werden. Bei der zeichnerischen Darstellung kann nicht verhindert werden, dass bei mehr als 5 Elementen einer Einheit das Ablesen der Werte schwierig werden kann. Daher wird eine Fünferstruktur in der Darstellung genutzt. Es ist zu empfehlen, dass die Lernenden ebenfalls diese Strukturierung verwenden.

Zu beachten: In den beiden letzten Aufgaben von a) sind die Stellenwerte nicht in der üblichen Reihenfolge der Mächtigkeit sortiert dargestellt. Damit soll gezeigt werden, dass es bei der Darstellung mit dem Material (gegenüber zur Zifferndarstellung) unerheblich ist, wie die Werte angeordnet sind. Ein leichteres Lesen wird aber durch eine Sortierung der Werte gewährleistet.

Hintergrund: Für Lernende, die eine vollständige Lösung bevorzugen (nicht zwingend notwendig): es gibt insgesamt 20 Möglichkeiten, Zahlen mit 3 Teilen aus 4 verschiedenen Elementen zu legen, es sind: 3, 12, 21, 30, 102, 111, 120, 201, 210, 300, 1 002, 1 011, 1 020, 1 101, 1 110, 1 200, 2 001, 2 010, 2 100, 3 000.

Hintergrund: Hier werden die Mächtigkeiten der Einheiten des Würfelmaterials noch einmal thematisiert: Steht die größte Anzahl an Teilen in der größten Stelle einer Zahl, so ergibt sich daraus die größte zu bildende Zahl. Steht die größte Anzahl in der kleinsten Stelle, ist dies auch die kleinste Zahl, die man bilden kann.


1.3 Zahlen legen und zeichnen

So kannst du einfache Bilder vom Würfelmaterial zeichnen:

wird | wird | wird | wird

a) Welche Zahlen sind es?

Bild	Zahl
	1348
	209
	407
	1 166
	503

b) Lege die Zahlen mit dem Material. Zeichne sie dann auf.

Zahl	Bild
165	
303	
4001	

c) Stellt euch gegenseitig Aufgaben:
Eine Person nennt eine Zahl, die andere Person zeichnet sie auf. Wechselt euch ab.

1.5 Zahlen aus genau 3 Teilen

a) Nimm Tausenderwürfel, Hunderterplatten, Zehnerstangen und Einerwürfel:
Zeichne und schreibe Zahlen auf, die du mit 3 Teilen legen kannst.

12 3 21 30 102 111 120 201 210 usw.

b) Welche ist die größte Zahl, die du mit 3 Teilen legen kannst?
Zeichne sie auf und erkläre, warum es keine größere geben kann.

$3 \cdot 1000 = 3000$
Der Tausenderwürfel ist die größte Einheit des Würfelmaterials.

c) Welche ist die kleinste Zahl, die du mit 3 Teilen legen kannst?
Zeichne sie auf und erkläre, warum es keine kleinere geben kann.

$3 \cdot 1 = 3$
Der Einerwürfel ist die die kleinste Einheit des Würfelmaterials.

2 Stellenwerte darstellen

2.1 Erarbeiten (5 - 8 Minuten)

Ziel: Zusammenhang zwischen den verschiedenen Darstellungsmitteln einer Zahl thematisieren

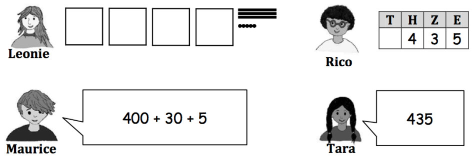
Material: -

Umsetzung: UG

Methode: Die Lernenden sollen im Austausch miteinander klären, wie die verschiedenen Darstellungen deutlich machen, dass der Zahlaufbau letztendlich immer dem gleichen Prinzip folgt und die einzelnen Stellenwerte nur unterschiedlich dargestellt sind.

2.1 Zahlen verschieden dargestellt

Die Kinder stellen die Zahl 435 unterschiedlich dar. Beschreibe, wie sie das tun.



2.2 - 2.3 Üben (10 - 15 Minuten zzgl. Spiel / Aufgabengenerator)

Ziel: Üben der verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten

Material: MB: Quartettspiel

Umsetzung: 2.2 EA; 2.3 Spiel (PA oder GA)

Zu beachten: Bei der gemeinsamen Besprechung der Aufgabe bietet sich auch noch einmal die Gelegenheit, die Besonderheit der Null in der Stellenwerttafel, in der Zifferndarstellung und in der bildlichen Darstellung zu thematisieren.

2.2 Zahlen darstellen

Bild	Stellentafel (T H Z E)	Aufgabe	Zahl
	3 1 2	300 + 10 + 2	312
	3 3 1	300 + 30 + 1	331
	4 0 9	400 + 9	409
	2 1 2 7	2000 + 100 + 20 + 7	2127
	1 0 8 6	1000 + 80 + 6	1086
	2 0 0 2	2000 + 2	2002

Hintergrund: Die Aufgabe dient der Festigung der Erkenntnisse aus 2.1 und 2.2 und soll die schnelle Erfassung von zusammengehörigen Darstellungen üben.

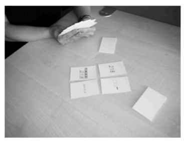
Methode: Das Spiel folgt den normalen Quartett-Regeln, diese können aber je nach Gruppenzusammenstellung auch variiert werden.

2.3 Stellenwerte- Quartett

a) Lies die Spielregeln durch und spiele Quartett mit 3 oder 4 Spielern.

Spielregeln „Quartett“

1) Die Karten werden gemischt und komplett an die Mitspielenden verteilt.



2) Die Spielerin, die links vom Kartengeber sitzt, beginnt und fragt einen Spieler ihrer Wahl nach einer Karte, die ihr zu einem Quartett fehlt:
⇒ „Hast du die 386 als Würfelbild?“ oder
⇒ „Hast du die 216 in der Stellentafel?“ oder
⇒ „Hast du die 1016 als Aufgabe?“ oder
⇒ „Hast du die 218 als Zahl?“

3) Hat der Spieler die Karte, muss er sie der Fragerin geben. Die Fragerin darf weiter fragen, bis ein Spieler die gewünschte Karte nicht besitzt. Dieser ist nun an der Reihe. Hat ein Spieler ein vollständiges Quartett, legt er es offen vor sich auf dem Tisch ab. Wer am Ende keine Karten mehr auf der Hand hat, gewinnt.

Hintergrund: Die Gestaltung eigener Karten soll dazu beitragen, sich mit den verschiedenen Darstellungsarten aktiv auseinander zu setzen.

b) Erstellt eigene Quartett-Karten und spielt damit.

2.4	**Üben (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)**
Ziel:	Mentales Operieren mit Stellenwerten üben; Ablösung vom konkreten Material anlegen; Ausblick auf nicht-maximale Bündelungen geben
Material:	MB: Würfelmaterial
Umsetzung:	a), b) EA, c) UG; d) Aufgabengenerator (PA)

Zu beachten: Bei der Besprechung der Aufgabe darauf hinweisen, dass nicht 5 *Einer*, sondern 5 *Zehner* gemeint sind und sich die Stellenwerttafel dementsprechend an dieser Stelle ändern muss. Methode: Evtl. mit dem Würfelmaterial die Aufgabe nachlegen.

2.4 Sich Zahlen vorstellen

a) Zu der Zahl 3 333 kommen 5 Zehner dazu.
Welche Zahl ist es jetzt? An welcher Stelle verändert sich die Stellentafel?
Zeichne die neue Zahl, trage sie in die Stellentafel ein und schreibe sie auf.

Bild	Stellentafel	Zahl
	T H Z E: 3 3 8 3	3 383

Zu beachten: Die vorgegebene Subtraktion hat eine Veränderung von zwei Stellen der Zahl zur Folge.

b) Von der Zahl 1 069 werden 2 Zehner und 1 Einer weggenommen.
Welche Zahl ist es jetzt? An welchen Stellen verändert sich die Stellentafel?
Zeichne die neue Zahl, trage sie in die Stellentafel ein und schreibe sie auf.

Bild	Stellentafel	Zahl
	T H Z E: 1 0 4 8	1 048

Zu beachten: An dieser Stelle findet eine Thematisierung von flexiblen Bündelungsdarstellungen und somit Überleitung zum Baustein N1 B statt.
Die Zahl 200 kann in der Darstellung mit dem Würfelmaterial und in der Stellenwerttafel auf verschiedene Art und Weise dargestellt werden, die hier vorgestellten sind beide mathematisch korrekt (die Darstellung als 200 Einer wäre es ebenfalls).

c) Leonie: 2 Hunderter und 20 Zehner- das sind gleich viel!

Erkläre, was Leonie meint.
Lege zuerst die Zahlen mit dem Würfelmaterial.
Dann zeichne die Zahlen und trage sie in die Stellentafel ein.

2 Hunderter: =200

T	H	Z	E
	2	0	0

20 Zehner:

T	H	Z	E
		20	

Methode: Der Aufgabengenerator bildet einen zeitlich flexiblen Abschluss dieser Fördereinheit. Aufgrund der Übersichtlichkeit ist es an dieser Stelle sinnvoll, bei der Bündelung von Einern zu Zehnern und von Zehnern zu Hunderten zu beschränken, dies ist aber nicht zwingend.

d) Denke dir weitere Beispiele aus, wie man Zahlen unterschiedlich darstellen kann und schreibe sie auf. Vergleicht eure Lösungen.

Name:

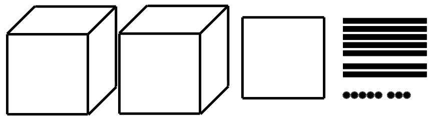
Datum:

Kann ich Zahlen mit Material lesen und darstellen?

1 Zahlen mit Material darstellen

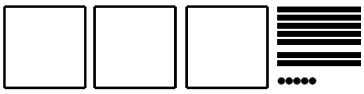
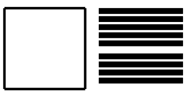
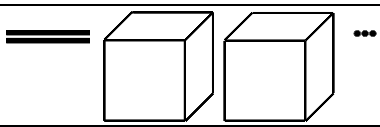
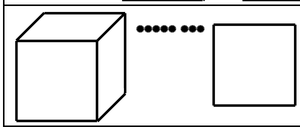
Zeichne das Bild zu der Zahl.

Tausender | Hunderter | Zehner | Einer

Zahl	Bild
2 178	
1 164	
2 086	
3 003	

2 Stellenwerte darstellen

a) Trage die Zahl in die Stellentafel ein und schreibe sie auf.

Bild	Stellentafel	Zahl
	T H Z E 3 7 5	375
	T H Z E	
	T H Z E	
	T H Z E	

b) Zu der Zahl 223 kommen 3 Zehner dazu. Welche Zahl ist es jetzt?
Zeichne sie, trage sie in die Stellentafel ein und schreibe sie auf.

Bild	Stellentafel	Zahl
	T H Z E	

N1 B Bündeln und Entbündeln – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Wie bereits in Baustein **N1 A** dargestellt, liegt unserem Zahlsystem das dezimale Stellenwertsystem zugrunde. Um das Wissen über den Aufbau von Zahlen, dass die Schülerinnen und Schüler im Bereich der natürlichen Zahlen erworben haben, auf tragfähige Weise auf die Dezimalzahlen erweitern zu können, ist es notwendig, dass die Lernenden die Eigenschaften unseres Zahlsystems *grundlegend* verstanden haben.

Eigenschaften des dezimalen Stellenwertsystems

Das *dezimale Stellenwertsystem* setzt sich aus vier Prinzipien zusammen (vgl. Ross 1989):

- *Stellenwertprinzip:* Der Wert einer Ziffer in einer mehrstelligen Zahl ist durch die Position dieser Ziffer in der Zahl bestimmt. In der Zahl 486 steht die 4 für Hunderter und nicht bspw. für 4 Einer.
- *Additives Prinzip:* Der Gesamtwert der Zahl ergibt sich aus der Summe der Werte der einzelnen Stellen. Die Zahl 486 ist die Summe von 400 + 80 + 6.
- *Multiplikatives Prinzip:* Jede Ziffer in einer Zahl gibt an, wie viele Bündel mit dieser Mächtigkeit vorhanden sind. So steht die 8 in der Zahl 486 für acht Zehnerbündel.
- *Bündelungsprinzip:* Das dezimale Stellenwertsystem basiert auf der Grundzahl 10, d.h. es werden jeweils zehn Elemente einer Einheit zu einem Element der nächst größeren Einheit zusammengefasst. Die Werte der Stellen steigen somit von rechts nach links jeweils um das Zehnfache an.

Bei der Entbündelung von Zahlen wird der Vorgang des Bündelns umgekehrt, um eine größere Einheit in zehn Elemente der nächsten kleineren Einheit zu tauschen. Dies kann notwendig sein, wenn beispielsweise von einer größeren Einheit kleinere Einheiten weggenommen werden sollen, bei der Arbeit mit Anschauungsmaterial z.B. als folgende Anweisung: „Nimm von einer Zehnerstange drei Einerwürfel weg". Diese Handlungen zeichnen das Subtrahieren mit Übergängen nach und können deshalb auch helfen, ein Verständnis für diese operative Veränderung anzulegen (dieses wird vertieft in Baustein **N3 A** aufgegriffen).

Übungen zum Bündeln und Entbündeln finden sich in vielen Lehrwerken der Grundschule im Zusammenhang mit der Zahlraumerweiterung. Zumeist wird das Bündelungsprinzip am konkreten Anschauungsmaterial sichtbar gemacht, wenn beispielsweise zehn Zehnerstangen in eine Hunderterplatte getauscht werden sollen. Die Abstraktion auf eine symbolische Schreibweise oder die Darstellung in der Stellenwerttafel sind seltener zu finden, da eventuell vermieden werden soll, dass Lernende durch diese Darstellung in ihrem Lernprozess verunsichert werden.

Nach Scherer und Steinbring (2004, S. 166) können aber gerade nicht standardisierte Zahldarstellungen in der Stellenwerttafel (so genannte *Zauberzahlen*) dazu beitragen, dass Lernende einen vertieften Einblick in den Aufbau von Zahlen bekommen und über die Anregung zur neuen Deutung dezimaler Strukturen über diese reflektieren können (vgl. auch Häsel-Weide / Nührenbörger 2013, Scherer / Moser Opitz 2010).

T	H	Z	E
2	4	5	12

Zauberzahl in der Stellenwerttafel

Veranschaulichung und Material

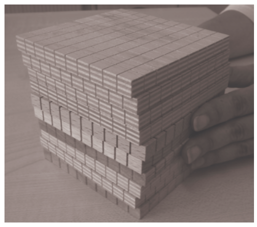
Notations- und Sprechweise

Eine besondere Herausforderung stellt sich den Lernenden bei der Interpretation von mehrstelligen Zehner- und Hunderterzahlen in der Stellentafel oder in der symbolischen Darstellung. So ist es möglich, dass beispielsweise 24 Zehner als Zahl 24 (statt als 240) gedeutet werden, da die zweistellige Anzahl der Bündel suggeriert, dass es sich bei dem Ergebnis ebenfalls um eine zweistellige Zahl handeln muss.

Dekadisches Würfelmaterial

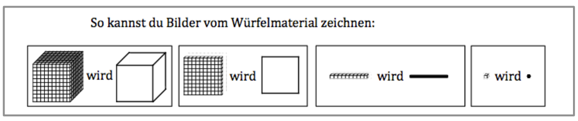
Mit dem dekadischen Würfelmaterial lassen sich aufgrund der Stimmigkeit der Relationen zwischen den Elementeinheiten die Prinzipien des Bündelns und Entbündelns besonders gut darstellen.

Immer zehn Elemente einer kleineren Einheit lassen sich exakt zu einer größeren Einheit zusammenfassen, was von den Lernenden selbst durch ein schrittweises Nachbauen nachvollzogen werden kann. Am konkreten Material ist es für die Schülerinnen und Schüler oft rasch einsichtig, warum beispielsweise zwanzig Zehnerstangen genau den gleichen Wert wie zwei Hunderterplatten besitzen.



Nachbau einer Hunderterplatte bzw. eines Tausenderwürfels

Neben der Arbeit mit dem konkreten Anschauungsmaterial wird wie in **N1 A** eine Möglichkeit zur Notation von Würfelmengen eingeführt. Die einzelnen Elemente des Würfelmaterials werden symbolisch dargestellt, sodass von den Lernenden ein relativ schnelles Nachzeichnen erreicht werden kann.



Auszug aus der Förderung zur Einführung der Würfelmaterialsymbole

Stellenwerttafel

Die Darstellung von Zahlen in der Stellenwerttafel soll die Arbeit mit dem Würfelmaterial ergänzen und den Weg zur Abstraktion von Zahlvorstellungen ebnen.

Dabei wird die oben beschriebene Notation von mehrstelligen *Zauberzahlen* an den einzelnen Stellen ausdrücklich thematisiert, um die Einsichten in die Bündelungsstruktur, die die Lernenden anhand des Würfelmaterials gewonnen haben, übertragbar zu machen. So soll gewährleistet werden, dass dieser Aspekt des Stellenwertverständnisses auch für andere Zahlbereiche, die nicht mit dem Würfelmaterial dargestellt werden können (z.B. Dezimalzahlen), angewandt werden kann.

Aufbau der Förderung

Die Förderung zum Bündeln und Entbündeln mit Material besteht aus zwei Einheiten. In **Fördereinheit 1 (Würfelmaterial bündeln und entbündeln)** wird eine systematische und handelnd durchgeführte Einführung des Bündelns vorgenommen, indem zunächst Einerwürfel und nachfolgend Zehnerstangen zusammengefasst werden sollen, um eine bessere Überschaubarkeit des Materials zu erlangen. Die Handlungen werden durch die Notation der Bündel in einer Stellenwerttafel unterstützt. Darüber hinaus folgen weitere Übungen zum Entbündeln, die mit einer ikonischen Darstellung des Würfelmaterials durchgeführt werden. Auch der Aspekt der Entbündelung wird zunächst handelnd mit dem Würfelmaterial durchgeführt und im gemeinsamen Gespräch reflektiert.

In **Fördereinheit 2 (Zahlen bündeln und entbündeln)** wird der Zusammenhang zwischen der Darstellung einer Zahl mit dem Würfelmaterial und in der Stellenwerttafel weiter und tiefgehender thematisiert, indem das Bündeln an verschiedenen Stellen der Stellenwerttafel erarbeitet und auch auf mögliche Fehlvorstellungen eingegangen wird. Abschließend erfolgt ein Ausblick auf den Zusammenhang zwischen der Bündelung und Entbündelung von Zahlen auf symbolische Bündelungs- bzw. Entbündelungshandlungen mittels einfacher Additions- und Subtraktionsaufgaben. Die Fördereinheit schließt mit einem „Paare finden“- Spiel zur weitergehenden Übung des Erkennens gleichwertiger gebündelter und ungebündelter ikonischer Würfelmaterial-Darstellungen.

Weiterführende Literatur

Häsel-Weide, U. / Nührenbörger, M. (2013): Individuell fördern – Kompetenzen stärken. Fördern im Mathematikunterricht Klasse 3 & 4. In: Bartnitzky, H. / Hecker, U. / Lassek, M. (Hrsg.): Individuell fördern – Kompetenzen stärken. Frankfurt a. M.: Arbeitskreis Grundschule e. V.

Humbach, M. (2008): Arithmetische Basiskompetenzen in der Klasse 10 – Quantitative und qualitative Analysen. Berlin: Verlag Dr. Köster, 21 - 28.

Scherer, P. / Moser-Opitz, E. (2010): Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Scherer, P. / Steinbring, H. (2004): Übergang von halbschriftlichen Rechenstrategien zu schriftlichen Algorithmen – Addition im Tausenderraum. In: Scherer, P. / Bönig, D. (Hrsg.): Mathematik für Kinder – Mathematik von Kindern. Frankfurt am Main: Grundschulverband, 163 - 173.

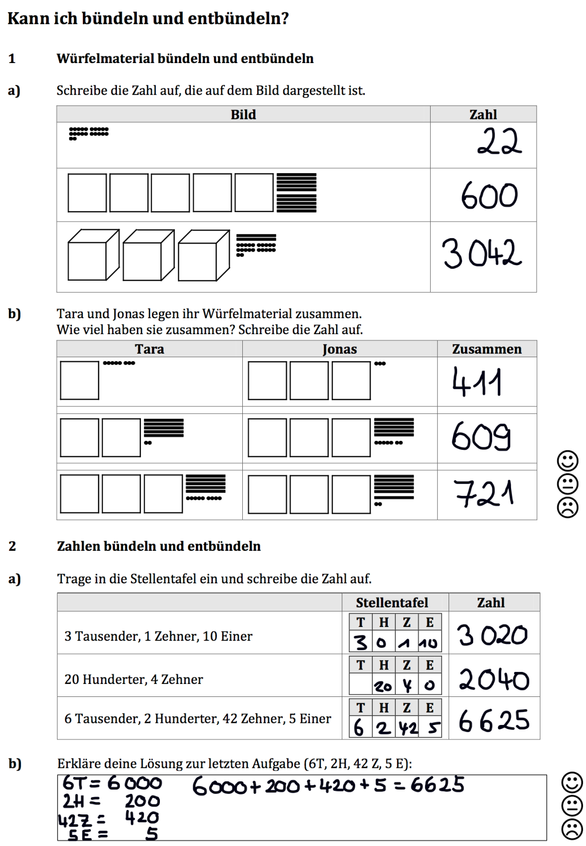
N1 B – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Auch wenn die ikonische Darstellung von Zahlen mit Würfelmaterial in den meisten Grundschullehrwerken behandelt wird, ist diese den Lernenden möglicherweise nicht (mehr) vertraut. In diesem Fall kann und soll auf die Bedeutung der einzelnen Symbole hingewiesen werden.

Bei Aufgabe 2 b) soll die Lösung zur letzten Teilaufgabe aus a) schriftlich oder symbolisch erläutert werden.



Kann ich bündeln und entbündeln?

1 Würfelmaterial bündeln und entbündeln

a) Schreibe die Zahl auf, die auf dem Bild dargestellt ist.

Bild	Zahl
	22
	600
	3042

b) Tara und Jonas legen ihr Würfelmaterial zusammen.
Wie viel haben sie zusammen? Schreibe die Zahl auf.

Tara	Jonas	Zusammen
		411
		609
		721

2 Zahlen bündeln und entbündeln

a) Trage in die Stellentafel ein und schreibe die Zahl auf.

	Stellentafel (T H Z E)	Zahl
3 Tausender, 1 Zehner, 10 Einer	3 0 1 10	3 020
20 Hunderter, 4 Zehner	20 4 0	2040
6 Tausender, 2 Hunderter, 42 Zehner, 5 Einer	6 2 42 5	6625

b) Erkläre deine Lösung zur letzten Aufgabe (6T, 2H, 42 Z, 5 E):

6T = 6000
2H = 200
42Z = 420
5E = 5
6000 + 200 + 420 + 5 = 6625

Hinweise zur Auswertung:

Diagnoseaufgabe 1: Würfelmaterial bündeln und entbündeln

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
a)	Ungebündelte Einheiten können nicht interpretiert bzw. zusammengefasst werden: z.B. 12 statt 22 Einer.	Bündelungsprinzipien unklar	Erarbeitung des Darstellungswechsels zwischen Würfelmaterial und Zahldarstellung (1.1 - 1.4).
	Stellen werden hintereinander geschrieben, z.B. 500100 statt 600.		
	Falsche Interpretation der Stellen, z.B. 3222 statt 3042.	Bündelungsprinzipien unklar, zusätzlich ist hier die Zehnerstelle durch ungebündelte Einer belegt.	
	3402 statt 3042	Evtl. Funktion der Null unklar.	
b)	Auslassung der zu bündelnden Stelle, z.B. 509 statt 609.	Bündelungsprinzipien unklar	Thematisierung des Bündelns allgemein (1.1 - 1.4), insbesondere bei Vereinigung von zwei Teilmengen (1.3).
	Nur teilweise Zusammenfassung von Stellen, z.B. 621 statt 721.		
	Fehlerhafte Bündelung, z.B. von Einern zu Hundertern, z.B. 502 statt 412.		

Diagnoseaufgabe 2: Zahlen bündeln und entbündeln

<table>
<tr><th colspan="2">Typische Fehler</th><th>Mögliche Ursache</th><th>Förderung</th></tr>
<tr><td rowspan="2">a.1)</td><td>3110</td><td>Stellen werden hintereinander geschrieben.</td><td rowspan="3">Zusammenhang der Darstellung Würfelmaterial und Stellenwerttafel thematisieren (1.1; 2.1 - 2.2).</td></tr>
<tr><td>320</td><td>Zehner und Einer werden addiert, statt Tausendern werden Hunderter eingetragen.</td></tr>
<tr><td>a.2)</td><td>240</td><td>20 Hunderter werden als 200 interpretiert.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">a.3), b)</td><td>Notierte Zahl: 6607
„Man muss aufpassen bei den Hundertern und den Zehnern.“</td><td>Schwierige Stelle erkannt, Vorgehensweise unklar.</td><td rowspan="4">Thematisierung von Vorgehensweisen beim Bündeln in der Stellenwerttafel (2.1) unter besonderer Berücksichtigung von Ursachen fehlerhafter Vorgehensweisen (2.2 b).</td></tr>
<tr><td>Notierte Zahl: 62 425
„Es sind 6T, 2H, 42Z, 5E = 62 425“</td><td>Stellen werden hintereinander geschrieben.</td></tr>
<tr><td>Notierte Zahl: 6247
„Also die 6 zum T, die 2 zum H, die 42 muss man teilen, also 4 zum Z und 2 + 5 zum E.“</td><td>Zerlegung der 42 Zehner in vier Zehner und 2 Einer.</td></tr>
<tr><td>Notierte Zahl: 6620
„42 Z sind 420.“</td><td>Einer werden nicht beachtet.</td></tr>
</table>

1 Zahlen mit Material darstellen

1.1 Erarbeiten (20 - 30 Minuten)

Ziel: Einsicht in die Vorteile der Zehnerbündelung bekommen;
Erste Verbindung zur Notation der Bündel in eine Stellenwerttafel thematisieren

Material: MB: Würfelmaterial

Umsetzung: a) UG; b), c) jeweils EA, dann UG

Hintergrund: Einstieg in die Thematik durch die Darstellung einer ungeordneten Menge. Kann mit realem Anschauungsmaterial (37 Einerwürfel) nachgelegt werden.

Zu beachten: Um sicherzustellen, dass es sich um Zehner-Päckchen handelt, ist eine geordnete Darstellung, z.B. mit Fünfergliederung sinnvoll.

Methode: Im Gespräch kann reflektiert werden, dass Zählvorgänge durch die Zehnerbündelung vereinfacht werden können, anschließend werden die Anzahlen in der Stellenwerttafel notiert.

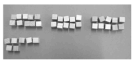
1.1 Wie viele?

a) Jonas hat mehrere Einerwürfel vor sich auf dem Tisch liegen.
Er will wissen, wie viele das sind.

So eine Unordnung.
Ich verzähle mich andauernd.

Jonas

Tara macht einen Vorschlag:



Lege doch
Zehner-Päckchen.

Tara

Warum kann man die Würfel jetzt besser zählen?

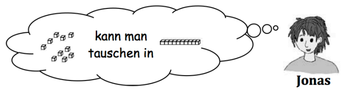
Trage die Anzahl von Jonas' Würfeln in die Tabelle ein.
Wie viele Zehner-Päckchen, wie viele übrige Einerwürfel hat er?

Zehner	Einer
3	7

Wie viele Einerwürfel sind es insgesamt? 37

Reflexion: Thematisierung des Tauschaspektes: Zehn Einer lassen sich in eine Zehnerstange umtauschen, da so nicht mehr abgezählt werden muss. Das vereinfacht die Anzahlerfassung, der Wert der Zahl (ob nur mit Einerwürfeln oder mit Zehnerstangen gelegt) bleibt aber identisch.

b) Jonas überlegt:

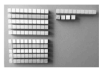


Lege die Zahl 37 auf zwei unterschiedliche Arten:
- Verwende nur Einerwürfel.
- Verwende Einerwürfel und auch Zehnerstangen.

An welchem Bild kannst du die 37 besser erkennen? Warum?

Methode: Übertragung des Prinzips der ungebündelten Einer auf Bündelung der Zehnerstangen und anschließende Notation der noch ungebündelten Form in die Stellenwerttafel.
Im Gespräch ist zu klären, wie daraus die Anzahl ermittelt werden kann (z.B. $11 \cdot 10 + 4 \cdot 1$ berechnen).
Reflexion: Hier ist die bessere Überschaubarkeit durch bereits gebündeltes Material gemeint. Eine Hunderterplatte ist schneller zu erfassen als 10 Zehnerstangen.

c)



Welche Zahl liegt hier?
Trage Zehner und Einer in die Tabelle ein und schreibe die Zahl auf.

Zehner	Einer
11	4

Die Zahl heißt: 114

Wie kann man hier tauschen, damit man die Zahl besser lesen kann?

1.2 **Üben (15 - 20 Minuten)**

Ziel: Weitere Einsichten in Aspekte der Bündelung anlegen;
Üben des Zeichnens der ikonischen Darstellung von Zahlen

Material: MB: Evtl. Würfelmaterial

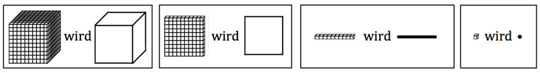
Umsetzung: a), b), c) EA; d) UG

Methode: Wie im Baustein **N1 A** soll hier das gelegte Material in einer Kurzschrift dokumentiert werden können. Die verschiedenen Aufgaben sollen die Knackpunkte des Bündels ansprechen. Wird die Zahl 359 um 1 vergrößert, so kann man die Zahl entweder mit 3 Hunderten, 5 Zehnern und 10 Einern darstellen oder (so wie es hier Intention ist) die 10 Einer zu einer weiteren Zehnerstange bündeln.

Zu beachten: Bei dieser Darstellung kann nicht verhindert werden, dass bei größeren Anzahlen der Elemente das Ablesen der Werte schwierig werden kann. Daher wird sowohl bei der Darstellung der Zehner als auch der Einer eine Fünferstruktur genutzt.

1.2 Zahlen zeichnen

So kannst du Bilder vom Würfelmaterial zeichnen:



a) Die Zahl wird in jeder Zeile um **1** größer. Zeichne sie und schreibe als Zahl.

Bild	Zahl
	358
	359
	360

Methode: Die Zahl 284 soll in zwei Schritten um jeweils 10 vergrößert werden, so dass der nächste Hunderter erreicht wird. An der Einerstelle ändert sich nichts.

b) Die Zahl wird in jeder Zeile um **10** größer. Zeichne sie und schreibe als Zahl.

Bild	Zahl
	284
	294
	304

Methode: Die Aufgabenstellung thematisiert die für einige Lernende noch unklare Unterscheidung zwischen Hundertern und Tausendern.
Insbesondere die Darstellung des Tausenderwürfels als dreidimensionales Bild kann für einige Lernende sehr herausfordernd sein. In diesem Fall empfiehlt es sich, dies mit den Lernenden gemeinsam zu thematisieren (welche Seiten sieht man?), wichtig ist an dieser Stelle die Abgrenzung zur Hunderterplatte explizit herauszustellen.

c) Die Zahl wird um **1 000** größer. Zeichne sie und schreibe als Zahl.

Bild	Zahl
	111
	1111

Reflexion: Immer zehn Einheiten eines kleineren Wertes lassen sich zu einer Einheit eines größeren Wertes zusammenfassen. Dies gilt für den gesamten (dekadischen) Zahlenraum.

d) Ab wann kann man Teile zusammenfassen?
Welche Regel gilt beim Bündeln?

1.3 - 1.4 **Üben (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)**

Ziel: Aspekt der Zusammenlegung von Mengen thematisieren; Üben des Lesens der ikonischen Darstellung von Zahlen; Fortsetzbarkeit der Bündelung thematisieren

Material: MB: Würfelmaterial

Umsetzung: 1.3 a) EA; b) UG; c) Aufgabengenerator (PA); 1.4 UG

Hintergrund: Der Aspekt des Bündelns tritt auch auf, wenn Zahlen zusammengefügt (im Grunde *addiert*) werden. In der folgenden Aufgabe betrifft dies verschiedene Stellen. Es ist zu erwarten, dass die Verbindung von Einern dabei für die Lernenden problemlos ist, da hier einfach *weitergezählt* werden kann.
Bei der unteren Aufgabe ist die Zusammenführung der beiden Mengen schwieriger, da hier zwei verschiedene Stellen gebündelt werden müssen.

Impuls: Wie kann man vorgehen? Werden die einzelnen Mächtigkeiten getrennt zusammengefasst, die Mengen in Zahlen übersetzt und dann im Kopf addiert oder wird weitergezählt?

1.3 Zusammenlegen

a) Tara und Jonas legen ihr Material zusammen.
Wie viel haben sie zusammen? Schreibe die Zahl auf.

Tara	Jonas	Zusammen
		31
		343
		590
		1040

Methode: Die umgekehrte Überlegung (Bestimmung der Differenz) wird im Gespräch thematisert. An dieser Stelle soll dies möglichst losgelöst vom Material geschehen, kann aber bei Bedarf mit Material nachvollzogen werden.

b) Tara legt die Zahl 240 mit ihrem Material.
Zusammen mit Jonas kann sie die Zahl 300 legen.
Wie viel Material ist von Jonas dazu gekommen?

Methode: Durch das Zusammenlegen sollen wieder Einheiten, wenn möglich, gebündelt werden. Um die Aufgabe zu begrenzen bzw. zu differenzieren, kann die Vorgabe des Materials begrenzt werden.

c) Jeder nimmt sich Würfelmaterial. Welche Zahlen können zusammen gelegt werden?

Hintergrund: Hier wird der Gedanke aus 1.2 d) aufgegriffen, denn alle Einheiten können weitergedacht werden. Dies funktioniert auch mit der Veranschaulichung durch das Würfelmaterial: 10 Tausenderwürfel können eine *Zehntausenderstange* ergeben (analog zur Zehnerstange), 100 Tausenderwürfel eine *Hunderttausenderplatte* usw. Die Dreiteilung unseres Zahlaufbaus ist demnach teilweise in den Zahlennamen für größere Zahlen sichtbar.

1.4 Tausender bündeln?

Tara überlegt:

Welche Zahlen könnte man mit 10, 100 oder 1 000 Tausenderwürfeln legen?

1.5 **Üben (8 - 10 Minuten)**

Ziel: Thematisierung des Entbündelns mit dem Würfelmaterial

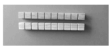
Material: MB: Würfelmaterial

Umsetzung: UG

Methode: Zunächst die Aufgabe besprechen, dann mit Material nachlegen und eine Zehnerstange in zehn Einerwürfel tauschen. Es ist möglich, die Ähnlichkeit des Prinzips des Tauschens von Geldscheinen in Münzen anzusprechen, auch wenn aufgrund der anderen Bündelung bei den Geldwerten (keine durchgehende dekadische Strukturierung durch bspw. 20 Cent-Stück, 5 Euro-Schein etc.) diese Vorstellung nicht vollständig übertragbar ist.

1.5 Tauschen und weglegen

Von 2 Zehnerstangen sollen 4 Einerwürfel weggenommen werden.



Das geht doch gar nicht!
Ich kann doch an der Zehnerstange nichts absägen!

Jonas

Tara

Aber du kannst wieder tauschen!

Wie kann Jonas tauschen, damit er die Aufgabe lösen kann?
Lege die Aufgabe mit dem Material nach. Wie heißt das Ergebnis?

1.6 **Üben (10 - 15 Minuten)**

Ziel: Üben des Lesens und des Zeichnens der ikonischen Darstellung von Zahlen

Material: MB: Würfelmaterial

Umsetzung: a) EA, b) UG

Methode: Die Aufgabe kann durch Handeln mit dem Würfelmaterial unterstützt werden. Teilweise sind mehrere Entbündelungsschritte notwendig (wenn z.B. von einer Hunderterplatte ein Einer weggenommen werden soll).

Reflexion: Je mehr Entbündelungsschritte notwenig sind, desto mehr Neunen sind im Ergebnis zu finden.

1.6 Eine Stelle verändern

a) Lege mit dem Material und tausche. Schreibe das Ergebnis auf.

Es liegt	Nimm weg	Ergebnis
1 Zehnerstange	1 Einerwürfel	9
1 Hunderterplatte	1 Zehnerstange	90
1 Hunderterplatte	1 Einerwürfel	99
1 Tausenderwürfel	1 Hunderterplatte	900
1 Tausenderwürfel	1 Zehnerstange	990
1 Tausenderwürfel	1 Einerwürfel	999

b) Wann kommt die 9 einmal, zweimal oder dreimal vor?

1.7 **Üben (5 - 8 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)**

Ziel: Thematisierung des Aspekts des Halbierens ungerader Hunderter- und Tausenderzahlen

Material: MB: Würfelmaterial

Umsetzung: a), b) UG); c) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Auch bei der Halbierung von ungeraden Hundertern und Tausendern muss eine Einheit entbündelt werden.

Reflexion: Bei der Zerlegung von geraden Anzahlen der Bündel muss nicht getauscht werden. Eine Zahl mit einer ungeraden Anzahl an Einerwürfeln kann nicht halbiert werden.

1.7 Halbieren

a) Lege mit dem Material die Zahl 300.
Wie musst du tauschen, damit du die Hälfte wegnehmen kannst?

b) Stelle dir die Zahl 7 000 mit Material vor.
Wie müsstest du tauschen, damit du die Hälfte wegnehmen kannst?

c) Stellt euch gegenseitig Aufgaben.
Die eine Person legt eine Zahl mit dem Material. Die andere legt die Hälfte weg.
Wann muss man tauschen, wann kann man gar nicht die Hälfte wegelegen?

2 Zahlen bündeln und entbündeln

2.1 Erarbeiten (20 - 25 Minuten)

Ziel: Zusammenhang zwischen den verschiedenen Darstellungsmitteln einer ungebündelten Zahl verstehen

Material: MB: Evtl. Würfelmaterial; KV: Stellentafel (optional)

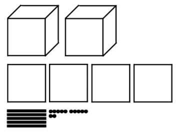
Umsetzung: a) UG, dann EA; b) UG; c) EA

Hintergrund: Die Aufgabe greift einen typischen Umsetzungsfehler auf: Während der Wert einer Zahl, die (ungebündelt) mit Material gelegt wird, zumeist durch Zählen problemlos ermittelt werden kann, ist die Übertragung in die Stellenwerttafel oft noch unklar. Zwar können die real vorkommenden Anzahlen direkt eingetragen werden, jedoch kann dann die Zahl nicht einfach durch ein Abschreiben der Zahlenwerte ermittelt werden.

2.1 In die Stellentafel eintragen

Jonas hat Würfelmaterial und möchte herausfinden, welche Zahl er damit legen kann.

Ich habe:
2 Tausenderwürfel
4 Hunderterplatten
5 Zehnerstangen
12 Einerwürfel



Tara trägt die Anzahlen in die Stellentafel ein und schreibt auf:

T	H	Z	E
2	4	5	12

Die Zahl heißt:
24 512

Methode: Mit Material nachlegen lassen und auf die multiplikativen Zusammenhänge hinweisen. Die Notation der Anzahl der Einheiten in der Stellenwerttafel bedeutet als Term ausgedrückt:
$2 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 12 \cdot 1$

a) Lies Taras Zahl laut vor. Wie ist sie bei der Lösung vorgegangen? Welchen Fehler hat sie gemacht?

Schreibe deine Lösung zu Jonas' Zahl auf.

Die Zahl heißt: 2 462

Hintergrund: Hier soll eine für die Lernenden hilfreiche Unterstützung bei der Eintragung von ungebündelten Anzahlen in der Stellenwerttafel formuliert werden (z.B. bei Notation der Zahl mit der kleinsten Einheit beginnen und dann von rechts nach links bündeln).

b) Wie bist du vorgegangen?
Welchen Tipp kannst du Tara geben, damit sie die Zahl aus der Stellentafel ablesen kann?

Zu beachten:: Während die Bündelung von 22 Einern zu 2 Zehnern und 2 Einern oft problemlos gelingt, kann für einige Lernende die Vorstellung von mehrstelligen Anzahlen ab der Zehnerstelle ungewohnt sein. Das Prinzip funktioniert genauso, jedoch sollte darauf geachtet werden, dass es nicht zu einer schematischen Vorgehensweise führt („Das muss man einfach in die Spalte links daneben schieben."), sondern verstanden wird, wie kleinere Einheiten zu einer größeren zusammengefasst werden können.

Hilfestellung: Aufgabe mit dem Würfelmaterial unterstützen.

Weitere Aufgabenstellungen: Weitere Übungen mit ungebündelten Darstellungen in der Stellenwerttafel, dazu Kopiervorlage im Anhang der Förderbausteine nutzen.

c) Schreibe als Zahl auf.

T	H	Z	E
3	4	5	22

Zahl: 3 472

T	H	Z	E
3	4	25	2

Zahl: 3 652

T	H	Z	E
3	24	5	2

Zahl: 5 452

2.2 **Üben (10 - 15 Minuten)**

Ziel: Üben der verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten

Material: -

Umsetzung: a) EA; b) UG; c) UG

Methode: Die in 2.1 besprochenen verschiedenen Darstellungsarten und ihr Zusammenhang werden hier auf symbolischer Ebene weiter geübt.

Reflexion: Besonderheit der Null in der Stellenwerttafel, aber auch in der Zifferndarstellung thematisieren.

Reflexion: Thematisierung von (individuellen) hilfreichen Vorgehensweisen beim Bündeln.

Impuls: Welche Vorgehensweise ist zu sehen? Welchen Tipp könnte man dem Lernenden geben?

2.2 Zahlen in der Stellentafel bündeln

a) Trage in die Stellentafel ein und schreibe als Zahl daneben.

	Stellentafel T	H	Z	E	Zahl
3 Hunderter, 6 Zehner, 10 Einer		3	6	10	370
30 Hunderter, 5 Zehner		30	5	0	3 050
2 Tausender, 3 Hunderter, 61 Zehner, 4 Einer	2	3	61	4	2 914
12 Tausender, 4 Einer	12	0	0	4	12 004
1 Tausender, 10 Hunderter, 10 Einer	1	10	0	10	2 010
2 Hunderter, 20 Zehner, 20 Einer		2	20	20	420

b) Beschreibe, wie du vorgehst, wenn du Zahlen aus der Stellentafel bündelst.

c) Erkläre folgenden Fehler und berichtige ihn:

6 Tausender, 2 Hunderter, 42 Zehner, 5 Einer	6	2	4	7	Die Zahl ist 6247

2.3 **Üben (10 - 15 Minuten)**

Ziel: Zusammenhang zwischen enaktivem (am Material vorgenommenen) und symbolischem Bündeln und Entbündeln (addieren und subtrahieren) verstehen

Material: MB: Würfelmaterial

Umsetzung: a), b) UG, dann EA

Hintergrund: Symbolische Formulierung (und Erweiterung) der Aufgabe 1.6.

Hilfestellung: Aufgaben können mit Material unterstützt werden, um die Veränderung der Stellen besser deutlich zu machen.

2.3 Bündeln und entbündeln in Aufgaben

Erkläre bei den Aufgaben, wie man sie mit Material darstellen würde. Wie müsste man tauschen? Schreibe auch die Ergebnisse auf.

a)
1 000 – 1 = 999   1 000 – 5 = 995
1 000 – 10 = 990   1 000 – 50 = 950
1 000 – 100 = 900   1 000 – 500 = 500

b)
900 + 1 = 901   * 999 + 1 = 1 000
900 + 10 = 910   999 + 10 = 1 009
900 + 100 = 1000   999 + 100 = 1099

2.4 **Üben (10 - 15 Minuten)**

Ziel: Üben des Erkennens gleichwertiger Zahlen durch gebündelte und ungebündelte Darstellung

Material: MB: „Paare finden“- Spiel

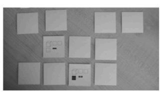
Umsetzung: PA

Methode: Es gelten die üblichen bzw.in der Gruppe ausgehandelten Spielregeln, evtl. ist es hilfreich, zu Beginn nicht alle Karten zu verwenden. In einem anschließenden Schritt können eigene Karten von den Lernden gestaltet werden.
Reflexion: Wie kann man zusammengehörige Darstellungen gut erkennen?

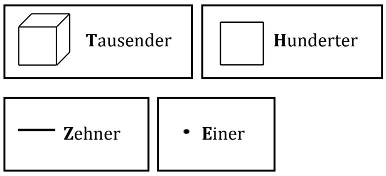
2.4 Was passt zusammen?

Spielt "Paare finden".

Erstellt auch eigene Paare.

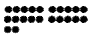
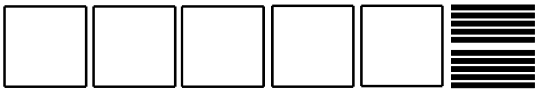
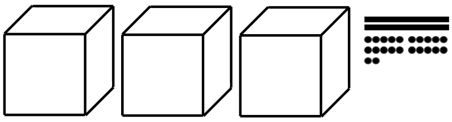


Kann ich bündeln und entbündeln?

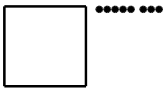
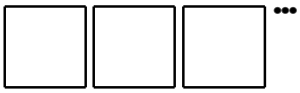
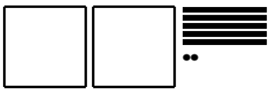
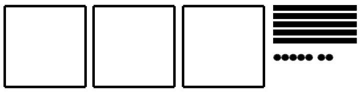
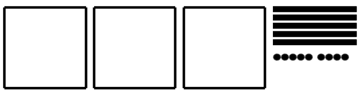
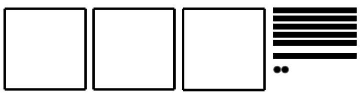


1 Würfelmaterial bündeln und entbündeln

a) Schreibe die Zahl auf, die auf dem Bild dargestellt ist.

Bild	Zahl
	
	
	

b) Tara und Jonas legen ihr Würfelmaterial zusammen.
Wie viel haben sie zusammen? Schreibe die Zahl auf.

Tara	Jonas	Zusammen
		
		
		

2 Zahlen bündeln und entbündeln

a) Trage in die Stellentafel ein und schreibe die Zahl auf.

	Stellentafel	Zahl
3 Tausender, 1 Zehner, 10 Einer	T | H | Z | E	
20 Hunderter, 4 Zehner	T | H | Z | E	
6 Tausender, 2 Hunderter, 42 Zehner, 5 Einer	T | H | Z | E	

b) Erkläre deine Lösung zur letzten Aufgabe (6T, 2H, 42 Z, 5 E):