Für Lehrerinnen und Lehrer

Mathe sicher können

Auszug
"DB - Ich kann einfache Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln"
aus:

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

Brüche, Prozente, Dezimalzahlen

Ermöglicht durch
Deutsche Telekom Stiftung

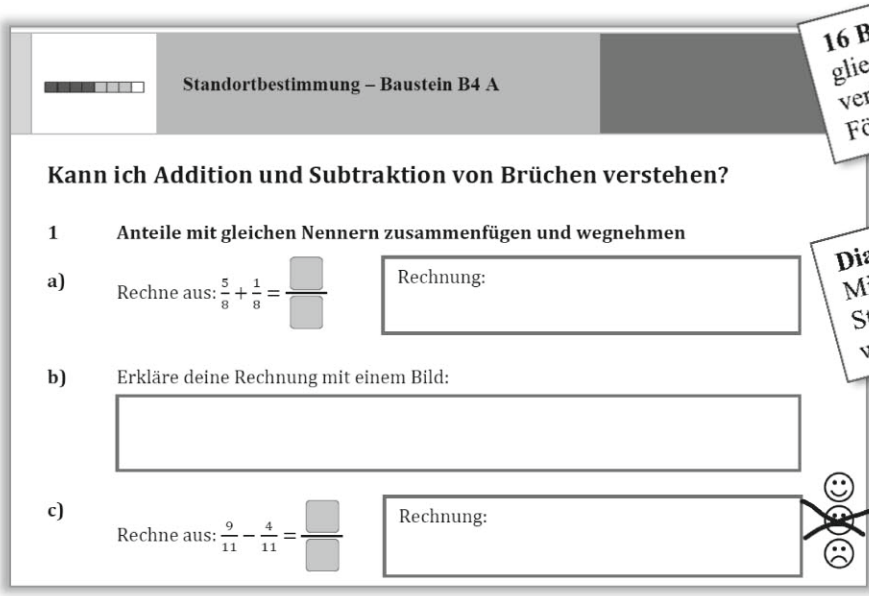
Cornelsen

Herausgegeben von
Susanne Prediger
Christoph Selter
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger

So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept

In den 16 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie
mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.

16 Basiskompetenzen
gliedern die Bausteine und verbinden Diagnose und Förderung.



Standortbestimmung – Baustein B4 A

Kann ich Addition und Subtraktion von Brüchen verstehen?

1 **Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen**

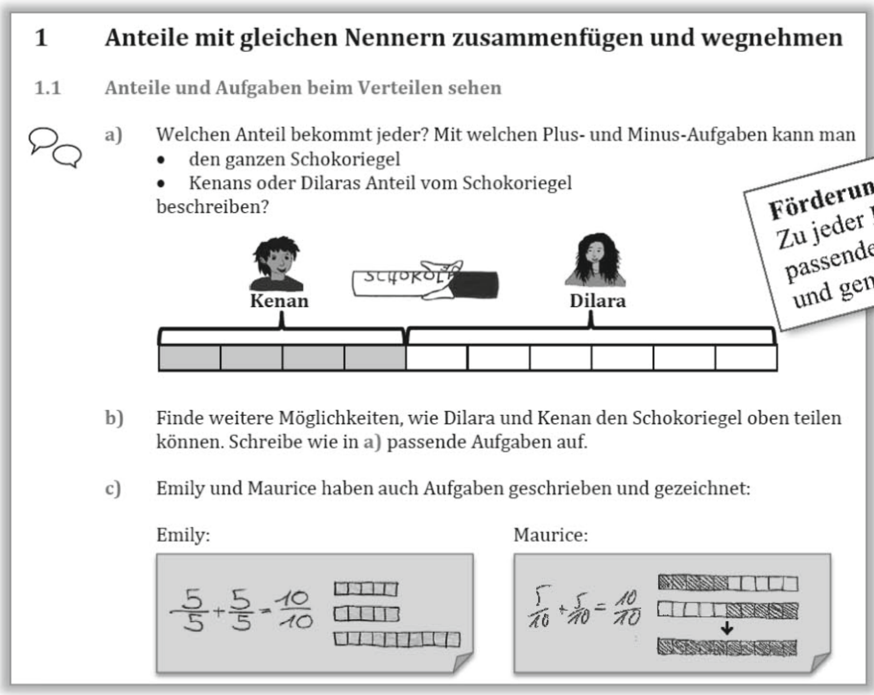
a) Rechne aus: $\frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{\square}{\square}$ Rechnung:

b) Erkläre deine Rechnung mit einem Bild:

c) Rechne aus: $\frac{9}{11} - \frac{4}{11} = \frac{\square}{\square}$ Rechnung:

Diagnose:
Mit 2 bis 4 Aufgaben in der Standortbestimmung stellen Sie fest, was die Lernenden schon können.

Die Standortbestimmungen befinden sich im hinteren Teil dieser Handreichungen als Kopiervorlage.



1 Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen

1.1 Anteile und Aufgaben beim Verteilen sehen

a) Welchen Anteil bekommt jeder? Mit welchen Plus- und Minus-Aufgaben kann man
- den ganzen Schokoriegel
- Kenans oder Dilaras Anteil vom Schokoriegel

beschreiben?

b) Finde weitere Möglichkeiten, wie Dilara und Kenan den Schokoriegel oben teilen können. Schreibe wie in a) passende Aufgaben auf.

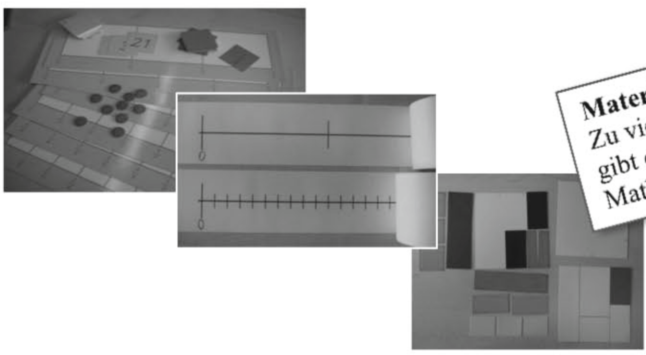
c) Emily und Maurice haben auch Aufgaben geschrieben und gezeichnet:

Emily: $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} = \frac{10}{10}$

Maurice: $\frac{5}{10} + \frac{5}{10} = \frac{10}{10}$

Förderung:
Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine passende Fördereinheit, die differenziert und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.



Material:
Zu vielen Förderaufgaben gibt es Material, mit dem man Mathe besser verstehen kann.

Tipps zum Material sind in dieser Handreichung.
Viele Materialien befinden sich im zugehörigen Materialkoffer von Cornelsen Experimenta

Mathe sicher können

Handreichungen
für ein Diagnose- und Förderkonzept
zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

Brüche, Prozente und Dezimalzahlen

Herausgegeben von
Susanne Prediger
Christoph Selter
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger

Entwickelt und Erprobt von
Stephan Hußmann
Birte Pöhler
Susanne Prediger
Andrea Schink
Lara Sprenger

Erarbeitet an der Technischen Universität Dortmund
im Rahmen von `Mathe sicher können´, einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung.

technische universität
dortmund

Deutsche
Telekom
Stiftung

Herausgeber: Susanne Prediger, Christoph Selter, Stephan Hußmann, Marcus Nührenbörger
Autorinnen und Autoren: Stephan Hußmann, Birte Pöhler, Susanne Prediger, Andrea Schink, Lara Sprenger

Redaktion: Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger
Illustration der Figuren: Andrea Schink
Alle sonstigen Bildrechte für Illustrationen und technische Figuren liegen bei den Herausgebern.

Umschlaggestaltung: Corinna Babylon

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:
www.mathe-sicher-koennen.de/Material

Die Links zu externen Webseiten Dritter, die in diesem Lehrwerk angegeben sind, wurden vor Drucklegung sorgfältig auf ihre Aktualität geprüft. Der Verlag übernimmt keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Seiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind.

1. Auflage, 1. Druck 2014

Druck: DBM Druckhaus Berlin-Mitte GmbH

ISBN 978-3-06-006536-3

PEFC/04-31-2206

PEFC zertifiziert
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten Quellen.

www.pefc.de

Dieses Dokument enthält folgenden Auszug:

Inhaltsverzeichnis der Handreichungen Brüche, Prozente und Dezimalzahlen

DB Einfache Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln - Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Tragfähige Vorstellungen zur Größe von Dezimalzahlen und Brüchen und deren Beziehung zueinander sind von großer Bedeutung für viele Anwendungsbereiche. Das wechselseitige Übersetzen zwischen Brüchen und Dezimalzahlen bereitet Schülerinnen und Schülern allerdings immer wieder Probleme, da Brüche und Dezimalzahlen häufig getrennt voneinander als unterschiedliche Zahlen verstanden werden und nicht als verschiedene Schreibweisen für die gleiche Zahl.

Vernetzung von Grundvorstellungen

Entscheidend für die inhaltliche Verknüpfung beider Schreibweisen ist die Vernetzung der Grundvorstellungen: Werden Brüche nur als Anteile und Dezimalzahlen nur als Maßzahlen gedacht, so ist keine Verknüpfung denkbar. Daher müssen die Schülerinnen und Schüler für beide Zahlschreibweisen ein einheitliches Modell entwickeln. Als Brücke dient dazu die Parallelisierung von Bruchstreifen und Zahlenstrahl (s.u.), bei denen 4/10 als Anteil von 1 oder als Maßzahl gedacht werden können. Analog wird 0,4 nicht nur als Maßzahl, sondern auch als Anteil von 1 interpretierbar.

Zehnerbrüche

Dezimalzahlen in Brüche umzuwandeln fällt Lernenden meist leichter als umgekehrt, da alle endlichen Dezimalzahlen als Zehnerbrüche dargestellt werden können, d.h. als Brüche, deren *Nenner Zehnerzahlen* sind (in Baustein **D1 A** wurden Zehnerbrüche als Zahlwörter bereits erarbeitet und als Maßzahlen genutzt):

- eine Nachkommastelle in Zehntel: 1,4 = 14/10
- zwei Nachkommastellen in Hundertstel: 1,43 = 143/100
- drei Nachkommastellen in Tausendstel: 1,435 = 1435/1000
- usw.

Mit jeder Nachkommastelle verzehnfacht sich der Nenner des Bruchs. Analog gilt für das Umwandeln von Zehnerbrüchen in Dezimalzahlen, dass bei Verzehnfachung des Nenners immer eine Nachkommastelle in der Dezimalzahlschreibweise hinzukommt.

Andere Brüche

Nach der Behandlung der Zehnerbrüche erfolgt eine Ausweitung auf Brüche, deren *Nenner Teiler von 100* sind: Sie werden durch vorheriges Erweitern oder Kürzen auf Zehnerbrüche in Dezimalzahlen umgewandelt, denn dies stärkt die inhaltliche Vorstellung der Verknüpfung von Stellenwerten und Anteilen.

Diese Vorgehensweise des Erweiterns bzw. Kürzens ist nicht auf Brüche anwendbar, deren Nenner nicht Teiler der Vielfachen von 10 sind. Für diese Brüche kann – nach Abschluss der vorstellungsbezogenen Arbeit mit diesem Fördermaterial – das rein rechnerische Verfahren (*Teile Zähler durch Nenner*.) erworben werden, das in jedem Schulbuch zu finden ist.

Einige einfache Umwandlungen sollten auch auswendig gelernt werden, da sie im Alltag eine Rolle spielen und geläufig sind (etwa im Zusammenhang mit Größen), z.B. 1/2 = 0,5 oder 1/4 = 0,25.

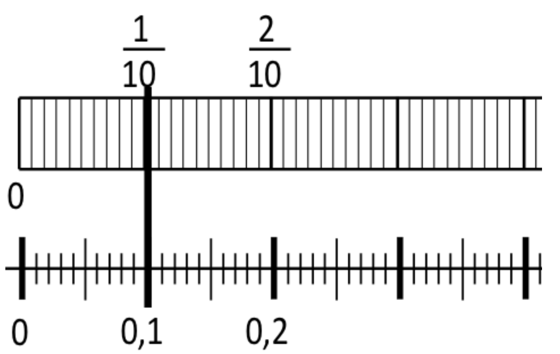
Veranschaulichung und Material

Anschauungsmittel Bruchstreifen

Brüche werden häufig mit Kreis- oder Rechteckbildern veranschaulicht. Die Bausteine **B1** bis **B4** nutzen stattdessen ganz bewusst vorrangig den Bruchstreifen, weil dieser anschlussfähig an die eindimensionale Darstellung des Zahlenstrahls ist, mit der in der oberen Sekundarstufe und für die Dezimalzahlen vorrangig gearbeitet wird.

In dieser Einheit wird ein Übergang vom Bruchstreifen zum Zahlenstrahl auch für die Brüche bewusst gestaltet. Damit treten auch Brüche als Maßzahlen noch deutlicher hervor und Brüche größer 1 können besser angebunden werden. Dabei wird auf die Deutung der Gleichwertigkeit von Brüchen in Bruchstreifen zurückgegriffen, die auf die Dezimalzahlen übertragen wird.

Sollten Schwierigkeiten im Hinblick auf das Konzept der Gleichwertigkeit auftauchen, so kann auf Baustein **B2 A** (Gleichwertige Anteile in Bildern und Situationen finden) zurückgegriffen werden, wo für die Brüche die Gleichwertigkeit inhaltlich in Streifen erarbeitet wird.



Gleichwertigkeit von Brüchen und Dezimalzahlen anschaulich durch Bruchstreifen und Zahlenstrahl dargestellt

Anschauungsmittel Zahlenstrahl

Der Zahlenstrahl wird in diesem Baustein als zentrales Mittel genutzt, um die Verknüpfung von Brüchen und Dezimalzahlen zu veranschaulichen. Damit ist das zentrale Modell etabliert, mit dem die Umwandlungen inhaltlich gestützt werden. Typische Fehler entstehen, wenn Lernende sich nicht auf inhaltliche Vorstellungen beziehen, z.B. 3/4 = 3,4. Meist reicht die Referenz auf den Zahlenstrahl, um solche Fehler zu bearbeiten.

Zusätzlich hilft der Zahlenstrahl bei der Erarbeitung der Umwandlungsverfahren, zum Beispiel um für Brüche, die keine Zehnerbrüche sind, gleichwertige Zehnerbrüche zu finden.

In Aufgabe 1.1 muss der große Zahlenstrahl als Anschauungsmittel flexibel gedeutet werden. Zunächst von 0 bis 1 mit entsprechenden Zehntel- und Hundertstel-Markierungen und in der folgenden Teilaufgabe von 0 bis 10 mit entsprechenden Einer- und Zehntel-Markierungen. So können auch Brüche und Dezimalzahlen größer als 1 an demselben Material visualisiert werden.

Sollten Schwierigkeiten im Umgang mit Dezimalzahlen am Zahlenstrahl auftreten, kann auf Baustein **D1 A** zurückgegriffen werden.

Aufbau der Förderung

Bei der (Wieder-)Erarbeitung des Umwandelns von Brüchen in Dezimalzahlen und umgekehrt werden in **Fördereinheit 1 (Zehnerbrüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln)** die Umwandlungen von Zehnerbrüchen und Dezimalzahlen ineinander thematisiert. Dazu wird gerade zu Beginn besonderer Wert auf die Anschauungsmittel Zahlenstrahl und Bruchstreifen gelegt, damit die Schülerinnen und Schüler, die zunächst die Brüche kennengelernt bzw. aufgearbeitet haben, durch das Untereinanderlegen der beiden Anschauungsmittel die bekannte Struktur des 100er-Streifens auf den Zahlenstrahl übertragen können. Die Bruchstreifen können aneinandergereiht werden und somit auch zur Darstellung von Brüchen größer 1 (größer als ein Ganzes) genutzt werden. So können Zahlen größer 1 sowohl mit Bruchstreifen als auch am Zahlenstrahl dargestellt werden. Durch die Parallelität von Bruchstreifen und Zahlenstrahl wird die Verknüpfung von Brüchen und Dezimalzahlen herausgearbeitet und in den folgenden Aufgaben geübt.

In **Fördereinheit 2 (Andere Brüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln)** werden Umwandlungen von einfachen Brüchen und Dezimalzahlen ineinander angesprochen, wobei einfache Brüche als die Brüche angesehen werden, deren Nenner Teiler einer Zehnerzahl sind. Auch in dieser Fördereinheit wird der Zahlenstrahl als Anschauungsmittel genutzt, an dem gleichwertige Brüche durch geeignete Einteilungen der als Ganzes interpretierten Abschnitte visualisiert werden können. Im Folgenden wird die Umwandlung von Brüchen in Dezimalzahlen und umgekehrt aufgegriffen und geübt. Auch hier sind die Umwandlungen von einfachen Brüchen und Dezimalzahlen größer 1 Thema.

Ergeben sich bei der Suche gleichwertiger Brüche in dieser Fördereinheit Schwierigkeiten beim Umwandeln, sollte der Baustein **B2 A** (Gleichwertige Anteile in Bildern und Situationen finden) thematisiert werden.

Weiterführende Literatur

Marxer, M. / Wittmann, G. (2013): Auch Dezimalbrüche sind Brüche. Mit Dezimalbrüchen flexibel rechnen, um ihre Eigenschaften zu verstehen. In: Praxis der Mathematik in der Schule 55 (52), 30 - 34.

Neumann, R. (2000): Sind gemeine Brüche und Dezimalbrüche zwei verschiedene Arten von Zahlen oder zwei verschiedene Schreibweisen für ein und dieselben Zahlen? In: Der Mathematikunterricht 2/2000, 38 - 49.

Padberg, F. (2009): Didaktik der Bruchrechnung. Für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 186 - 195.

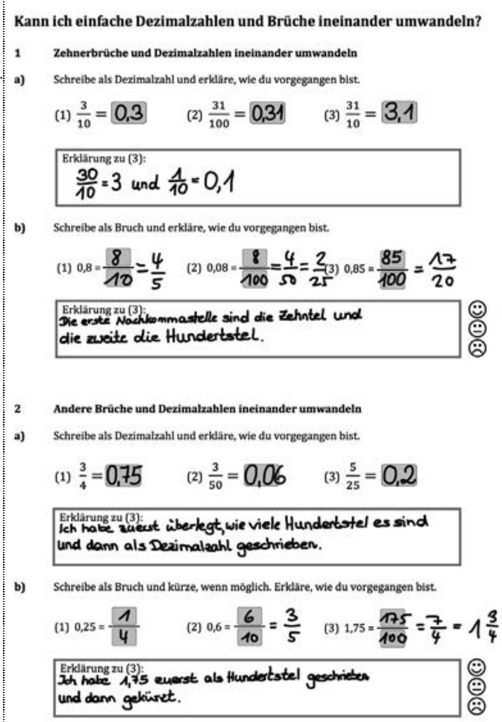
Schmassmann, M. (2009): „Geht das hier ewig weiter?“ In: Fritz, A. / Schmidt, S. (Hrsg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sek I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden. Weinheim: Beltz Praxis, 167 - 185.

DB – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Lernende sind mit dem Erklären und Begründen oft nicht vertraut. Dies kann zu Irritationen führen.
Oft hilft es schon, sie zum Aufschreiben ihrer Ideen zu motivieren.



Kann ich einfache Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln?

1 **Zehnerbrüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln**

a) Schreibe als Dezimalzahl und erkläre, wie du vorgegangen bist.

(1) $\frac{3}{10}$ = 0,3 (2) $\frac{31}{100}$ = 0,31 (3) $\frac{31}{10}$ = 3,1

Erklärung zu (3):
$\frac{30}{10} = 3$ und $\frac{1}{10} = 0{,}1$

b) Schreibe als Bruch und erkläre, wie du vorgegangen bist.

(1) 0,8 = $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ (2) 0,08 = $\frac{8}{100} = \frac{4}{50} = \frac{2}{25}$ (3) 0,85 = $\frac{85}{100} = \frac{17}{20}$

Erklärung zu (3):
Die erste Nachkommastelle sind die Zehntel und die zweite die Hundertstel.

2 **Andere Brüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln**

a) Schreibe als Dezimalzahl und erkläre, wie du vorgegangen bist.

(1) $\frac{3}{4}$ = 0,75 (2) $\frac{3}{50}$ = 0,06 (3) $\frac{5}{25}$ = 0,2

Erklärung zu (3):
Ich habe zuerst überlegt, wie viele Hundertstel es sind und dann als Dezimalzahl geschrieben.

b) Schreibe als Bruch und kürze, wenn möglich. Erkläre, wie du vorgegangen bist.

(1) 0,25 = $\frac{1}{4}$ (2) 0,6 = $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ (3) 1,75 = $\frac{175}{100} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

Erklärung zu (3):
Ich habe 1,75 zuerst als Hundertstel geschrieben und dann gekürzt.

Hinweise zur Auswertung:

Übergreifende Fehler

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
1.a), 2.a)	z.B. $\frac{3}{4} = 3{,}4$; $\frac{3}{10} = 3{,}10$	Lernende sehen Zähler und Nenner als getrennte Zahlen und separieren sie in der Dezimalzahlschreibweise durch das Komma statt durch den Bruchstrich. (Keine Aktivierung inhaltlicher Vorstellungen)	Etablierung inhaltlicher Vorstellungen zur Umwandlung von Brüchen in Dezimalzahlen an Bruchstreifen und Zahlenstrahl (1.1 - 1.4; 2.1 - 2.5).
1.b), 2.b)	z.B. $0{,}8 = \frac{1}{8}$; $1{,}75 = \frac{1}{75}$	Siehe oben. Die Null vor dem Komma wird allerdings als 1 im Zähler des Bruchs gedeutet. Ist die Zahl vor dem Komma größer als 0, so wird diese im Zähler übernommen.	

Diagnoseaufgabe 1: Zehnerbrüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
a.2), a.3)	z.B. $\frac{31}{100} = 0{,}031$; $\frac{31}{10} = 0{,}31$	Die richtige Nachkommastelle (im Beispiel Hundertstel bzw. Zehntel) wird identifiziert und die Ziffern von dort aus nach rechts weiter geschrieben. Fehlerhaftes Stellenwertverständnis.	Umwandlung von Zehnerbrüchen in Dezimalzahlen erarbeiten (1.1, 1.3, 1.4). Ggf. Wiederholung des Stellenwertverständnisses bei Dezimalzahlen (**D1 A**).
b.3)	z.B. $0{,}85 = \frac{85}{10}$	Da die 8 die Zehntelstelle belegt, werden die Zehntel als Nenner angegeben bzw. Stellenwerte werden symmetrisch zum Komma interpretiert: „Eintel“, Zehntel, usw. Fehlerhaftes Stellenwertverständnis.	Umwandlung von Dezimalzahlen in Zehnerbrüche erarbeiten (1.1, 1.2, 1.4). Ggf. Wiederholung des Stellenwertverständnisses bei Dezimalzahlen (**D1 A**).

Diagnoseaufgabe 2: Andere Brüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
a)	Es werden keine Faktoren gefunden, um die Brüche auf Zehnerbrüche zu erweitern.	Kein Verständnis der Gleichwertigkeit von Brüchen bzw. keine Aktivierung dieser Vorstellung.	Umwandlung von Brüchen in Dezimalzahlen erarbeiten (2.1 - 2.5). Ggf. Wiederholung der Gleichwertigkeit von Brüchen / des Kürzens und Erweiterns (**B2 A** / **B2 B**).
	$\frac{3}{4} = 0{,}3$ / $\frac{3}{50} = 0{,}3$ / $\frac{5}{25} = 0{,}5$	Lediglich der Zähler wird betrachtet, der Nenner allerdings nicht berücksichtigt. Fehlendes Verständnis von Anteilen.	
	$\frac{3}{4} = 0{,}03$ / $\frac{3}{50} = 0{,}03$ / $\frac{5}{25} = 0{,}05$	Nur der Nenner wird auf eine Zehnerzahl erweitert, der Zähler bleibt unverändert, z.B. 3/4 = 3/100 = 0,03.	
b)	Fehlerhaftes Kürzen	Es wird kein gemeinsamer Teiler gefunden / es wird mit unterschiedlichen Zahlen gekürzt.	Umwandlung von Dezimalzahlen in Brüche erarbeiten (2.1 - 2.5). Ggf. Wiederholung der Gleichwertigkeit von Brüchen / des Kürzens und Erweiterns (**B2 A** / **B2 B**).
b.3)	$1{,}75 = \frac{75}{10}$	Unklar, wie Dezimalzahlen größer 1 als Brüche dargestellt werden.	

1 Zehnerbrüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln

1.1 Erarbeiten (25 - 30 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Beziehung von Zehnerbrüchen und Dezimalzahlen mithilfe von 100er-Streifen und Zahlenstrahl verstehen

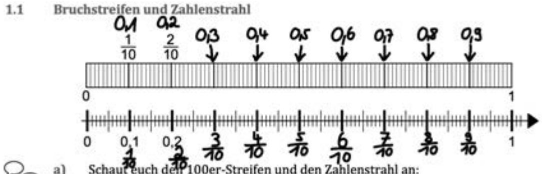
Material: MB: Hundertstel-Zahlenstrahl, 100er-Streifen, Kartensatz DB Aufgabe 1.1, Folienstift, Büroklammern o.ä. zum Anheften der Karten

Umsetzung: a), b), c), d) jeweils PA, dann UG; e) Aufgabengenerator (PA)

Zu beachten: Die Dezimalzahlen sollen am 100er-Streifen und die Brüche am Zahlenstrahl eingetragen werden, damit die Verknüpfung mit der ungewohnten Darstellung gelingt. Brüche werden so als Maßzahlen und Dezimalzahlen als Anteile interpretierbar.

Lösung: 0,1 und 1/10 (0,2 und 2/10 etc.) sind das Gleiche. Die Dezimalzahlen und die Brüche können analog am 100er-Streifen und am Zahlenstrahl eingetragen werden.

1.1 Bruchstreifen und Zahlenstrahl



a) Schaut euch den 100er-Streifen und den Zahlenstrahl an:
- Wo kannst du 0,1 am 100er-Streifen und wo $\frac{1}{10}$ am Zahlenstrahl zeigen ? Was fällt dir auf?
- Wie ist es bei

0,2 und $\frac{2}{10}$? 0,3 und $\frac{3}{10}$? 0,4 und $\frac{4}{10}$?

- Wie geht es weiter? Beschrifte den 100er-Streifen und den Zahlenstrahl.

Lösung: Feinere Einteilung am Zahlenstrahl bzw. 100er-Streifen nutzen, damit auch Hundertstel eingetragen werden können.

b) Wo kannst du $\frac{25}{100}$ am Zahlenstrahl zeigen? Und 0,25 am 100er-Streifen? Erkläre. Zeige genauso
- $\frac{60}{100}$ und $\frac{75}{100}$ am Zahlenstrahl.
- 0,6 und 0,75 am 100er-Streifen.

Methode: Großen Zahlenstrahl von 0 bis 1 und die Karten für alle sichtbar auslegen. Abwechselnd die Karten mit Büroklammern o.ä. an die richtigen Stellen am Zahlenstrahl heften und zu Beginn erklären lassen, warum die Zahl jeweils dort liegt. Beziehung zwischen Bruch und Dezimalzahl thematisieren, z.B. bei 0,25 und 25/100.

c) Nehmt den großen Zahlenstrahl dazu. Heftet die Bruchzahlen und die Dezimalzahlen an die richtigen Stellen am Zahlenstrahl.

Zu beachten: Umskalierung: Großer Zahlenstrahl zeigt jetzt den Ausschnitt von 0 bis 10 an, sodass die Einer und Zehntel sichtbar werden.

Methode: Bruchstreifen nacheinander so oberhalb des Zahlenstrahls hinlegen, dass sie bündig mit den Einern am Zahlenstrahl abschließen. Verdeutlichung, dass mit mehreren Bruchstreifen auch Zahlen größer 1 vom Zahlenstrahl übertragen werden können. Thematisieren, dass der Bruchstreifen zwar als 1 Ganzes gesehen werden kann, nun aber mehrere Ganze aneinandergereiht werden müssen.

Impuls: Wir beschriften den Zahlenstrahl jetzt neu: statt der 1 steht hier am Ende eine 10. Wo kann man jetzt die Einer eintragen? Und die Zehntel?

Lösung: Dezimalzahlen: 0,1; 0,9; 1; 1,1; 2,1; 3,1

d) Emily hat über dem großen Zahlenstrahl von 1 bis 10 mehrere 100er-Streifen aneinander gelegt, also mehrere Ganze.
Lege das nach und erkläre:
Wie kann man $\frac{1}{10}, \frac{9}{10}, \frac{10}{10}, \frac{11}{10}, \frac{21}{10}, \frac{31}{10}$ mit den Bruchstreifen zeigen?
Wie heißen die Dezimalzahlen?

e) Denkt euch selbst Zahlen wie in c) aus.
Der eine nennt eine Zahl, der andere zeigt die Zahl auf dem Zahlenstrahl und nennt den passenden Bruch oder die passende Dezimalzahl. Wechselt euch ab.

1.2 - 1.3 **Üben (20 - 25 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)**

Ziel: Umwandeln und Zusammenhänge zwischen Aufgaben erfassen, um Zahlgefühl zu entwickeln

Material: -

Umsetzung: 1.2 jeweils EA, dann UG; 1.3 a), b), c), d) jeweils EA, dann UG; e) Aufgabengenerator (PA)

1.2 Dezimalzahlen in Brüche umwandeln

a) Schreibe als Bruch und setze fort. Was fällt dir auf?

$0{,}2 = \frac{2}{10}$	$0{,}8 = \frac{8}{10}$
$0{,}02 = \frac{2}{100}$	$0{,}88 = \frac{88}{100}$
$0{,}002 = \frac{2}{1000}$	$0{,}888 = \frac{888}{1000}$

Lösung: Wenn in der Dezimalzahl eine Nachkommastelle mehr hinzukommt, verzehnfacht sich der Nenner des Bruchs bzw. wenn der Nenner pro Spalte gleich gewählt wird, dann wird der Zähler jeweils durch 10 geteilt. Muster fallen eher auf, wenn jeweils eine dieser Strategien durchgängig genutzt wird und z.B. 0,2 nicht als 20/100 geschrieben wird.

b) Schreibe die Dezimalzahlen als Brüche. Wo ist das leichter, wo ist es schwerer?

$0{,}123 = \frac{123}{1000}$	$0{,}056 = \frac{56}{1000}$
$0{,}12 = \frac{12}{100}$	$0{,}56 = \frac{56}{100}$
$0{,}1 = \frac{1}{10}$	$5{,}6 = \frac{56}{10}$

Lösung: Leichter, wenn die Zahl keine Einer hat, da dann echte Brüche (Zähler < Nenner) als Ergebnisse auftauchen bzw. ist es leichter, echte Brüche in Dezimalzahlen umzuwandeln.
Bei 5,6 (oder 23/10 in 1.3 c)) schwerer, weil eine Dezimahlzahl > 1 und umgekehrt ein unechter Bruch (Zähler > Nenner) umgewandelt werden muss (gilt auch für 1.3 c)). Schwerer fällt Umwandlung z.T. auch, wenn nach dem Komma zunächst eine Null steht, wie bei 0,056.

1.3 Brüche in Dezimalzahlen umwandeln

a) Wie viele Nachkommastellen hat $\frac{1}{10}$? Und $\frac{1}{100}$? Was verändert sich?
Wie viele Nachkommastellen hat dann $\frac{1}{1000}$?
Welche Striche guckst du dir jeweils am Zahlenstrahl an?
Was hat das mit den Nachkommastellen zu tun? Erkläre.

Lösung: Verzehnfacht sich der Nenner, kommt in der zugehörigen Dezimalzahl eine Nachkommastelle direkt nach dem Komma hinzu: 1/10 = 0,1; 1/100 = 0,01; 1/1000 = 0,001 usw.

Hintergrund: Die Zahl wird kleiner und braucht eine immer feinere Einteilung am Zahlenstrahl zur Darstellung: 1/100 liegt am Zahlenstrahl zwischen zwei Zehntel-Strichen (0 und 0,1).

b) Schreibe als Dezimalzahl und setze fort. Was fällt dir auf?

$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{3}{10} = 0{,}3$
$\frac{1}{10} = 0{,}1$	$\frac{33}{100} = 0{,}33$
$\frac{1}{100} = 0{,}01$	$\frac{333}{1000} = 0{,}333$

c) Schreibe als Dezimalzahlen. Wo ist das leichter, wo ist es schwerer?

$\frac{23}{1000} = 0{,}023$	$\frac{45}{100} = 0{,}45$
$\frac{23}{100} = 0{,}23$	$\frac{45}{10} = 4{,}5$
$\frac{23}{10} = 2{,}3$	$\frac{45}{1} = 45$

d) Schau dir die Päckchen aus c) nochmal an. Was verändert sich bei den Ergebnissen jeweils? Erkläre.

Lösung: Ziffern bleiben immer gleich, nur das Komma verschiebt sich, da die Nenner verschieden groß sind.

e) Stellt euch gegenseitig Aufgaben: Eine Person nennt einen Bruch oder eine Dezimalzahl, die andere wandelt diese um. Wechselt euch ab.

1.4 **Üben (10 - 15 Minuten)**

Ziel: Umwandeln und typische Fehler bearbeiten

Material: -

Umsetzung: a) EA; b) UG

1.4 Fehler

a) Schreibe als Dezimalzahl oder als Bruch.

$\frac{5}{1000} = 0{,}005$ $\qquad \frac{5}{100} = 0{,}05$ $\qquad \frac{5}{10} = 0{,}5$

b) Kenan hat Brüche als Dezimalzahlen geschrieben.

Was hat Kenan falsch gemacht?
Erkläre Kenan, wie du einen Bruch in eine Dezimalzahl umwandelst.

Zehntel	0,10
hundertstel	0,100
tausenstel	0,1000

Zu beachten: Brüche sind hier als Stellenwerte ausgeschrieben (Zehntel = 1/10, etc.).

Lösung: Kenan hat 10, 100 und 1000 hinter das Komma geschrieben ohne zu merken, dass er immer die gleiche Zahl notiert hat. Wenn diese Gleichwertigkeit von Dezimalzahlen nicht klar ist, auf Zahlenstrahl zeichnen lassen oder in **D1 A** erarbeiten.

2 Andere Brüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln

2.1 **Erarbeiten (10 - 12 Minuten)**

Ziel: Brüche am Zahlenstrahl eintragen, um Vorstellungsgrundlage zu schaffen

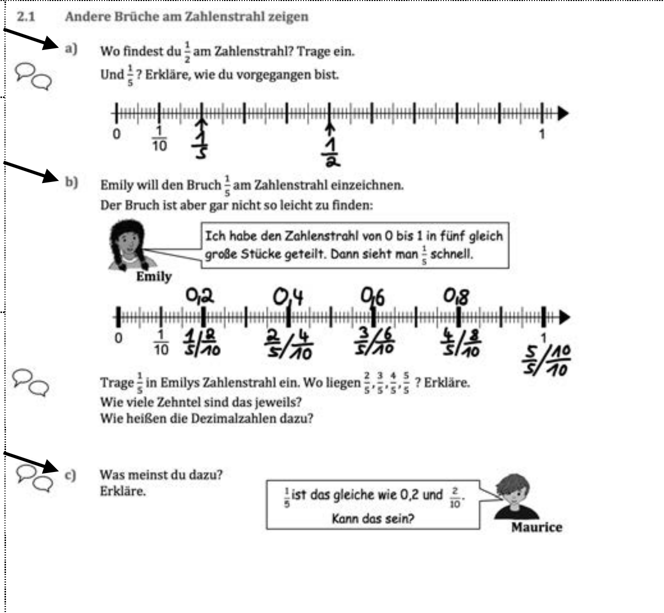
Material: -

Umsetzung: jeweils EA, dann UG

Methode: Individuelle Erklärungen und Vorgehensweisen zulassen und thematisieren.

Hintergrund: Durch die Einteilung in fünf gleich große Stücke kann an den dicken Strichen 1/5, 2/5, 3/5, usw. eingetragen werden. Am Zahlenstrahl sieht man auch die passenden Zehnerbrüche 2/10, 4/10, 6/10, usw.: Hinführung zum Nutzen der Gleichwertigkeit.

Lösung: 1/5 kann zuerst auf 2/10 erweitert werden und dann als Dezimalzahl 0,2 geschrieben werden, deshalb sind es drei Schreibweisen für die gleiche Zahl.
Impuls: Evtl. zuerst den Fokus auf die beiden Brüche legen: Was fällt dir auf, wenn du dir 1/5 und 2/10 anschaust? → Zähler und Nenner von 1/5 werden beim Erweitern mit der gleichen Zahl multipliziert, das ergibt 2/10.



2.2 **Erarbeiten (10 - 12 Minuten)**

Ziel: Beziehung von Brüchen und Dezimalzahlen erarbeiten

Material: MB: Ggf. Zahlenstrahl

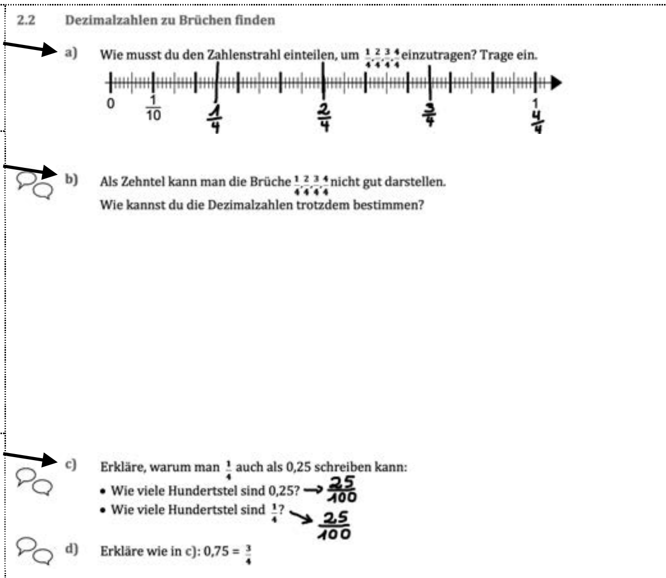
Umsetzung: a) EA; b), c), d) UG

Lösung: Den Zahlenstrahl bis 1 in vier gleich große Stücke unterteilen, dazu evtl. erst halbieren und dann die beiden Hälften nochmals halbieren.

Lösung: Zuerst als Hundertstel schreiben und dann in Dezimalzahlen umwandeln. Wird in c) aufgegriffen. Dezimalzahlen: 0,25; 0,5; 0,75; 1.

Weitere Aufgabe: Welche Brüche kann man leicht in Dezimalzahlen umwandeln?
Hintergrund: Durch weitere Aufgabe den Fokus auf die Zehnerbrüche aus Fördereinheit 1 lenken und Beziehung zu Brüchen thematisieren.

Lösung: 0,25 und 1/4 können beide auch als 25/100 geschrieben werden, deswegen kann man 1/4 auch als 0,25 schreiben (Erklärung in d) analog).
Hilfestellung: Evtl. Zahlenstrahl dazu nehmen.



2.3 **Erarbeiten und Üben (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)**

Ziel: Dezimalzahlen in Brüche umwandeln und umgekehrt

Material: -

Umsetzung: a) UG; b), c), d) jeweils EA, dann UG; e) Aufgabengenerator (PA)

Lösung: Jonas erweitert den Anteil 3/20 zunächst auf 15/100 und kann die Dezimalzahl dann ablesen. Am Zahlenstrahl kann man verschiedene Einteilungen vornehmen, damit man die Gleichwertigkeit der beiden Brüche sieht, einmal 20 gleich große Stücke und einmal 100, dann liegen 3/20 und 15/100 an der gleichen Stelle.

2.3 Dezimalzahlen zu Brüchen berechnen und umgekehrt

a) Jonas will den Bruch $\frac{3}{20}$ als Dezimalzahl schreiben. Er macht das so:

$$\frac{3}{20} \overset{\cdot 5}{=} \frac{15}{100} = 0{,}15$$


Jonas

Beschreibe, was Jonas macht.
Warum klappt das so?
Wie sieht man das am Zahlenstrahl?

Methode: Für die Entdeckung der Auffälligkeiten ist es sinnvoll, die Lernenden zunächst die gegebenen Brüche beschreiben zu lassen, sodass Beobachtungen möglich sind, die auf die Zusammenhänge hinweisen, z.B. bei (1): Der Nenner bleibt gleich, der Zähler erhöht sich jeweils um 1.

Lösung:
(1): Es kommt immer das Gleiche (1 im Zähler / 1/25 bzw. 0,04 bei der Dezimalzahl) hinzu: 0,04; 0,08; 0,12; 0,16.
(2): Der Zähler bleibt immer gleich, der Nenner verdoppelt sich, d.h. der Bruch halbiert sich. Die Dezimalzahl halbiert sich entsprechend jeweils: 0,8; 0,4; 0,2 und 0,16; 0,08.
(3): Alle Brüche sind gleichwertig. Sie stellen dieselbe Dezimalzahl (0,2) dar.

b) Rechne wie Jonas: Schreibe diese Brüche auch als Dezimalzahlen.

(1) $\frac{1}{25}, \frac{2}{25}, \frac{3}{25}, \frac{4}{25}$ (2) $\frac{4}{5}, \frac{4}{10}, \frac{4}{20}, \frac{4}{25}, \frac{4}{50}$ (3) $\frac{1}{5}, \frac{2}{10}, \frac{4}{20}, \frac{5}{25}$

Was fällt dir jeweils auf?

Lösung: „Nein, das geht nicht. Sarah muss den Bruch erst auf einen Zehnerbruch erweitern."

Impuls: Wie muss 1/8 erweitert werden, damit man die Dezimalzahl ablesen kann?
→ 1/8 = 125/1000 = 0,125.

Hintergrund: Sarahs Dezimalzahl wäre als Bruch 18/10 oder 9/5. Die Umwandlung von Dezimalzahlen größer 1 wird in Aufgabe 2.4 erarbeitet. Aufgabe ggf. dann noch einmal aufgreifen.

c) Sarah schreibt als Dezimalzahl:

$\frac{1}{8} = 1{,}8$

Den Bruchstrich kann man auch als Komma schreiben.


Sarah

Was meinst du dazu? Wie würdest du Sarahs Dezimalzahl als Bruch schreiben?

Lösung: Jonas würde zunächst als Zehnerbruch schreiben und dann kürzen.

Lösung: (1) 1/5; 2/5; 3/5. (2) 1/2; 11/20; 111/200. (3) 3/1000; 33/1000; 333/1000.

Methode: Lernende anregen, weitere gleichwertige Brüche zu finden.

d) Jetzt umgekehrt: Schreibe als Bruch. Wie würde Jonas das machen?

(1) 0,2 0,4 0,6 (2) 0,5 0,55 0,555 (3) 0,003 0,033 0,333

e) Stellt euch selbst Aufgaben wie in d): Eine Person nennt eine Dezimalzahl, die andere wandelt sie in einen Bruch um. Wechselt euch ab.

2.4 **Erarbeiten (10 - 12 Minuten)**

Ziel: Brüche und Dezimalzahlen größer 1 ineinander umwandeln

Material: -

Umsetzung: a) EA, dann UG; b), c) EA

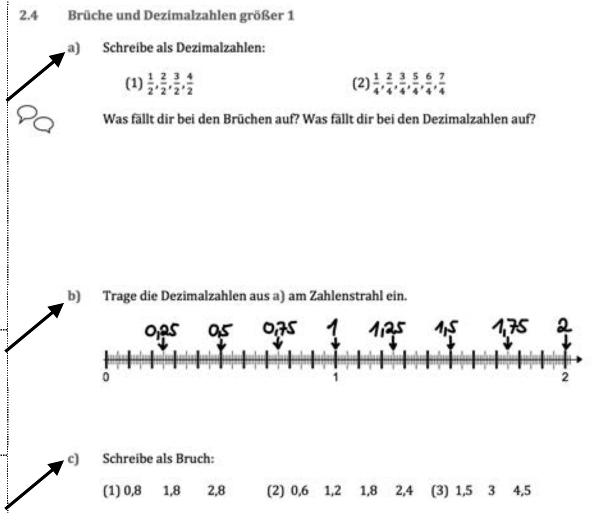
Hintergrund: Bei den Brüchen wird in der Reihe der Zähler irgendwann größer als der Nenner – genau dann wird die Dezimalzahl größer als 1.

Lösung: (1) 0,5; 1; 1,5; 2.
(2) 0,25; 0,5; 0,75; 1,25; 1,5; 1,75.

Weitere Aufgabe: Was ist besonders, wenn Zähler und Nenner gleich sind? → Dann lässt sich der Bruch als natürliche Zahl schreiben.

Zu beachten: Ggf. thematisieren, dass für die Anteile das Ganze nicht der ganze sichtbare Streifen ist, sondern 1.

Methode: An 2.3 anknüpfen: Zunächst als Zehnerbruch schreiben und dann die Dezimalzahl ablesen.
Lösung: (1) 4/5; 9/5; 14/5. (2) 3/5; 6/5; 9/5; 12/5.
(3) 3/2; 6/2; 9/2.



2.5 **Üben (10 - 15 Minuten)**

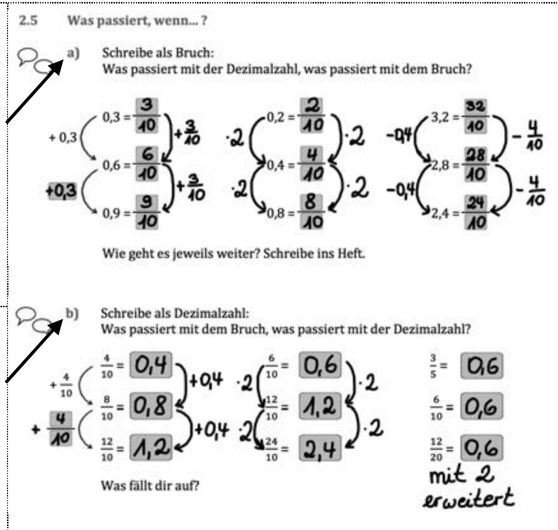
Ziel: Brüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln; Zusammenhänge erkennen

Material: -

Umsetzung: a), b) jeweils EA, dann UG

Zu beachten: Fortsetzen der Päckchen im Heft.

Hintergrund: Das letzte Päckchen zeigt die Gleichwertigkeit der drei Brüche, d.h. wenn Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multipliziert – also die Brüche erweitert – werden, bleibt die passende Dezimalzahl gleich.



Kann ich einfache Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln?

1 Zehnerbrüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln

a) Schreibe als Dezimalzahl und erkläre, wie du vorgegangen bist.

(1) $\frac{3}{10} = \square$ (2) $\frac{31}{100} = \square$ (3) $\frac{31}{10} = \square$

Erklärung zu (3):

b) Schreibe als Bruch und erkläre, wie du vorgegangen bist.

(1) $0{,}8 = \frac{\square}{\square}$ (2) $0{,}08 = \frac{\square}{\square}$ (3) $0{,}85 = \frac{\square}{\square}$

Erklärung zu (3):

2 Andere Brüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln

a) Schreibe als Dezimalzahl und erkläre, wie du vorgegangen bist.

(1) $\frac{3}{4} = \square$ (2) $\frac{3}{50} = \square$ (3) $\frac{5}{25} = \square$

Erklärung zu (3):

b) Schreibe als Bruch und kürze, wenn möglich. Erkläre, wie du vorgegangen bist.

(1) $0{,}25 = \frac{\square}{\square}$ (2) $0{,}6 = \frac{\square}{\square}$ (3) $1{,}75 = \frac{\square}{\square}$

Erklärung zu (3):