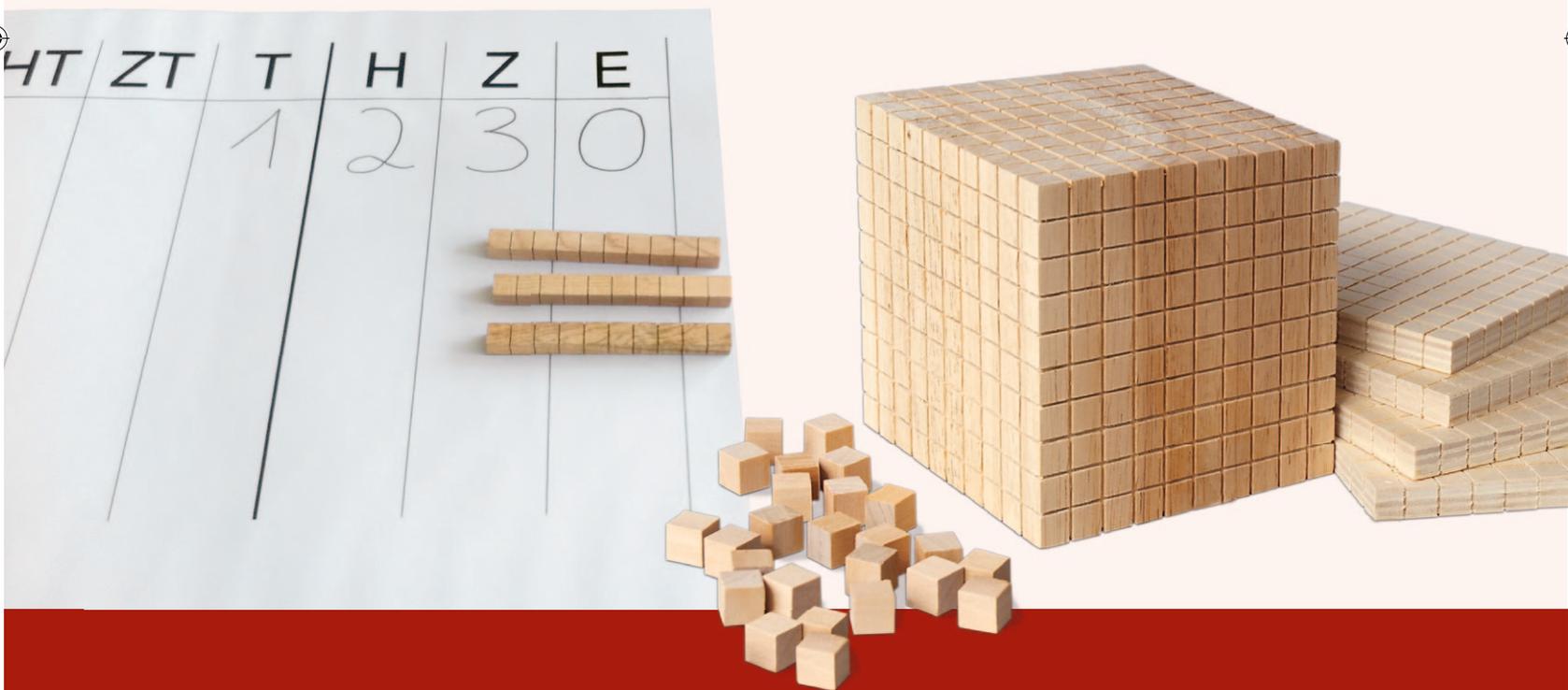


# Mathe sicher können

Auszug  
"N6 B - Ich kann sicher  
multiplizieren und  
meine Rechenwege  
erklären" aus:

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept  
zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen



## Natürliche Zahlen

Ermöglicht durch

Deutsche  
Telekom  
Stiftung



**Cornelsen**

Herausgegeben von  
Christoph Selter  
Susanne Prediger  
Marcus Nührenböcker  
Stephan Hußmann

## So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept

In den 15 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.



Standortbestimmung – Baustein N4 B

Name: \_\_\_\_\_

Datum: \_\_\_\_\_

**15 Basiskompetenzen**  
gliedern die Bausteine und verbinden Diagnose und Förderung.

**Diagnose:**  
Mit 2 bis 4 Aufgaben in der Standortbestimmung stellen Sie fest, was die Lernenden schon können.

**Kann ich Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?**

**1 Mit Division gerecht verteilen**

Drei Kinder teilen sich 12 Bonbons.  
Jedes Kind bekommt gleich viele.  
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?  
Schreibe eine passende Geteilt-Aufgabe auf: \_\_\_\_\_

Zeichne ein Bild:



Die Standortbestimmungen befinden sich im hinteren Teil dieser Handreichungen als Kopiervorlage.

**1 Mit Division gerecht verteilen**

**1.1 Bonbons gerecht verteilen**

a) Drei Kinder teilen sich 24 Bonbons.  
Jedes Kind bekommt gleich viele.  
Verteile die Bonbons gerecht.  
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?

Nimm Plättchen zu Hilfe, wenn du möchtest.

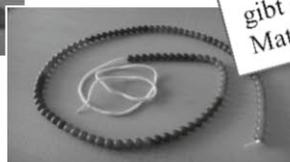
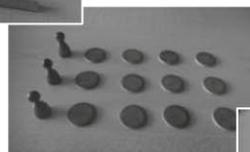
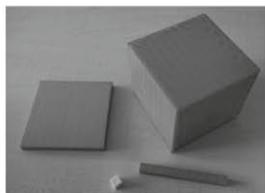
b)  Vergleicht eure Lösungen zur Aufgabe a).  
Schreibt eine passende Geteilt-Aufgabe auf.

c) Schreibe die passende Geteilt-Aufgabe auf und rechne sie aus.



**Förderung:**  
 Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine passende Fördereinheit, die differenziert und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.



**Material:**  
 Zu vielen Förderaufgaben gibt es Material, mit dem man Mathe besser verstehen kann.

Tipps zum Material sind in dieser Handreichung.  
Viele Materialien befinden sich im zugehörigen Materialkoffer von Cornelsen Experimenta

# Mathe sicher können

## Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

### Natürliche Zahlen

**Herausgegeben von**  
Christoph Selter  
Susanne Prediger  
Marcus Nührenbörger  
Stephan Hußmann

**Entwickelt und Erprobt von**  
Kathrin Akinwunmi  
Theresa Deutscher  
Corinna Mosandl  
Marcus Nührenbörger  
Christoph Selter

Erarbeitet an der Technischen Universität Dortmund  
im Rahmen von `Mathe sicher können`, einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung.

Herausgeber: Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger, Stephan Hußmann

Autorinnen und Autoren: Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher, Corinna Mosandl, Marcus Nührenbörger, Christoph Selter

Redaktion: Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger

Illustration der Figuren: Andrea Schink

Alle sonstigen Bildrechte für Illustrationen und technische Figuren liegen bei den Herausgebern.

Umschlaggestaltung: Corinna Babylon

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:  
**[www.mathe-sicher-koennen.de/Material](http://www.mathe-sicher-koennen.de/Material)**

Die Links zu externen Webseiten Dritter, die in diesem Lehrwerk angegeben sind, wurden vor Drucklegung sorgfältig auf ihre Aktualität geprüft. Der Verlag übernimmt keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Seiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind.

1. Auflage, 1. Druck 2014

© 2014 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt.

Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Hinweis zu den §§ 46, 52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht werden.

Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

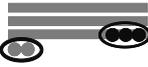
Druck: DBM Druckhaus Berlin-Mitte GmbH

ISBN 978-3-06-004901-1



PEFC zertifiziert  
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig  
bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten  
Quellen.  
[www.pefc.de](http://www.pefc.de)

## Inhaltsverzeichnis der Handreichung Natürliche Zahlen

<b>Hintergrund des Diagnose- und Förderkonzepts</b> (Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger & Stephan Hußmann)		
	Ausgangspunkte und Leitideen	7
	Strukturierung des Diagnose- und Fördermaterials	7
	Strukturierung der Handreichung	9
<b>Einbettung 1: Lernförderliche Unterrichtsmethoden</b> (Gastbeitrag von Bärbel Barzel, Markus Ehret, Raja Herold & Timo Leuders)		
		13
<b>Einbettung 2: Anregung und Unterstützung der fachbezogenen Unterrichtsentwicklung</b> (Gastbeitrag von Olivia Mitas & Martin Bonsen)		
		17
<b>Zahlverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen</b>		
<b>N1 Stellenwerte verstehen</b> (Corinna Mosandl & Marcus Nührenbörger)		
	<b>N1 A</b> Ich kann Zahlen mit Material lesen und darstellen	21
	<b>N1 B</b> Ich kann bündeln und entbündeln	30
<b>N2 Zahlen ordnen und vergleichen</b> (Corinna Mosandl & Marcus Nührenbörger)		
	<b>N2 A</b> Ich kann Zahlen am Zahlenstrahl lesen und darstellen	40
$765 < 7 \_ 5$	<b>N2 B</b> Ich kann Zahlen miteinander vergleichen und der Größe nach ordnen	49
	<b>N2 C</b> Ich kann zu Zahlen Nachbarzahlen angeben und in Schritten zählen	58
<b>Operationsverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen</b>		
<b>N3 Addition und Subtraktion verstehen</b> (Theresa Deutscher, Kathrin Akinwunmi & Christoph Selter)		
	<b>N3 A</b> Ich kann Additions- und Subtraktions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt	67
<b>N4 Multiplikation und Division verstehen</b> (Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher & Christoph Selter)		
	<b>N4 A</b> Ich kann Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt	78
	<b>N4 B</b> Ich kann Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt	89

## Zahlenrechnen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

**N5** Addieren und Subtrahieren  
(Theresa Deutscher, Kathrin Akinwunmi & Christoph Selter)

$$\begin{array}{r} 46 + 32 = 78 \\ 46 + 30 = 76 \\ 76 + 2 = 78 \end{array}$$

**N5 A** Ich kann sicher addieren und subtrahieren und meine Rechenwege erklären 99

**N6** Multiplizieren und dividieren  
(Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher & Christoph Selter)



**N6 A** Ich kann sicher mit Stufenzahlen multiplizieren und dividieren 108



**N6 B** Ich kann sicher multiplizieren und meine Rechenwege erklären 117

$$\begin{array}{r} 155 : 5 = 31 \\ 150 : 5 = 30 \\ 5 : 5 = 1 \end{array}$$

**N6 C** Ich kann sicher dividieren und meine Rechenwege erklären 127

## Ziffernrechnen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

**N7** Schriftlich addieren und subtrahieren  
(Theresa Deutscher, Kathrin Akinwunmi & Christoph Selter)

$$\begin{array}{r} 542 \\ + 315 \\ \hline 857 \end{array}$$

**N7 A** Ich kann schriftlich addieren und das Rechenverfahren erklären 135

$$\begin{array}{r} 785 \\ - 362 \\ \hline 423 \end{array}$$

**N7 B** Ich kann schriftlich subtrahieren und das Rechenverfahren erklären 144

**N8** Schriftlich multiplizieren  
(Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher & Christoph Selter)

$$\begin{array}{r} 72 \cdot 93 \\ 648 \\ 216 \\ \hline 6696 \end{array}$$

**N8A** Ich kann schriftlich multiplizieren und das Rechenverfahren erklären 153

## Kopiervorlagen

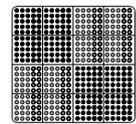
163

### Standortbestimmungen (Diagnosebausteine)

(Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher & Corinna Mosandl)

### Auswertungstabellen

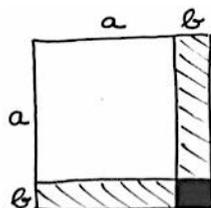
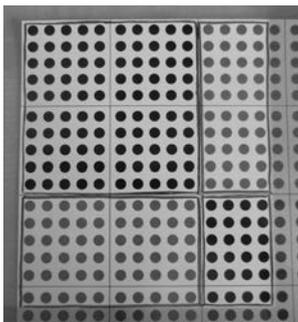
### Kopiervorlagen für die Förderung



## N6 B Multiplizieren und Rechenwege erklären – Didaktischer Hintergrund

### Lerninhalt

Während vor einigen Jahrzehnten halbschriftliches Rechnen häufig noch als Vorstufe zu den schriftlichen Algorithmen gesehen wurde, besitzt es heute seinen eigenen festen Platz als zentrale Rechenmethode im Mathematikunterricht (vgl. Krauthausen / Scherer 2008, S. 46 - 52). Im Gegensatz zum Algorithmus wird beim halbschriftlichen Rechnen mit Zahlganzeheiten statt nur mit einzelnen Ziffern gerechnet. Dies macht die Rechenstrategien nicht nur flexibel anwendbar, sondern es ermöglicht gleichzeitig auch Einsichten in Rechengesetze und fördert die Zahlvorstellung. Diese Erkenntnisse bilden eine wichtige Grundlage für das Rechnen in anderen Zahlbereichen sowie für die Algebra. Zu verstehen, wie sich die Teilprodukte bei der Aufgabe  $16 \cdot 14$  zusammensetzen, wenn beide Faktoren in ihre Stellenwerte zerlegt werden, lässt anhand dieses Rechenwegs Einsichten in das zugrundeliegende Distributivgesetz gewinnen. Dies bildet beispielsweise die Basis für das Verständnis einer geometrischen Veranschaulichung der binomischen Formeln.



Zerlegung der Produkte  $16 \cdot 14$  und  $(a + b)^2$   
 $16 \cdot 14 = (10 + 6) \cdot (10 + 4) = 10 \cdot 10 + 10 \cdot 6 + 10 \cdot 4 + 6 \cdot 4$   
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

In diesem Baustein werden die Lernenden an die halbschriftlichen Multiplikations-Strategien *stellenweises Rechnen*, *schriftweises Rechnen* und *Hilfsaufgabe* herangeführt (vgl. KIRA o.J.). Ausgangsbasis ist dabei das Arbeiten mit Material, um eine inhaltliche Verständnisgrundlage zu erarbeiten. Die Lernenden entwickeln durch ihre Handlungen am Material eigene Rechenwege und begründen diese. Daran anschließend folgt die Ablösung vom Material und die Hinführung zur Verwendung des Malkreuzes.

### Strategien der halbschriftlichen Multiplikation

Beim *stellenweisen* Rechnen werden beide Faktoren in ihre Stellen zerlegt. Das *Malkreuz* hilft, die Teilprodukte zu strukturieren, um keine Stellenkombinationen zu vergessen. Für Produkte aus zweistelligen Faktoren dient ein 2-2-Malkreuz (siehe Abbildung). Dabei werden beide Faktoren stellenweise zerlegt ( $19 = 10 + 9$  und  $14 = 10 + 4$ ). Die Zerlegung des ersten Faktors wird in die linke Spalte, die des zweiten Faktors in die

obere Zeile des Malkreuzes eingetragen. Diese Reihenfolge ist für eine Anschlussfähigkeit nach unten, der Entwicklung aus den Punktefeldern, und nach oben, dem Vergleich mit dem schriftlichen Algorithmus, wichtig. Im Malkreuz wird mit Zahlganzeheiten gerechnet, das heißt, es werden nicht die Ziffern der Stellenwerte 1 (Zehner) und 4 (Einer) eingetragen, sondern die Zahlen 10 und 4. Die Summen der Teilprodukte werden am unteren oder rechten Rand addiert und für das Gesamtergebnis im unteren rechten Feld summiert. Für größere Aufgaben ist das Malkreuz nach unten oder nach rechts um beliebig viele Spalten und Zeilen erweiterbar.

$$\begin{array}{r} 19 \cdot 14 = 100 + 40 + 90 + 36 = 266 \\ 10 \cdot 10 = 100 \\ 10 \cdot 4 = 40 \\ 09 \cdot 10 = 90 \\ 09 \cdot 4 = 36 \end{array}$$

Stellenweise Notation ohne Malkreuz

·	10	4	
10	100	40	140
9	90	36	+ 126
	190	+ 76	266

Stellenweise Multiplikation mit dem Malkreuz

Beim *schriftweisen* Rechnen wird nur ein Faktor in seine Stellen zerlegt und mit dem gesamten anderen Faktor multipliziert.

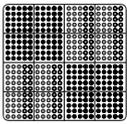
$19 \cdot 14 = 140 + 126 = 266$	$19 \cdot 14 = 266$
$10 \cdot 14 = 140$	$20 \cdot 14 = 280$
$9 \cdot 14 = 126$	$280 - 14 = 266$

Zerlegung eines Faktors beim schriftweisen Rechnen (links) und Verwendung einer Hilfsaufgabe (rechts)

Bei der Verwendung der Strategie *Hilfsaufgabe* wird ein Faktor so erhöht oder verringert, dass sich eine leichter zu berechnende Multiplikation ergibt. Anschließend ist die Differenz zwischen der gewählten Hilfsaufgabe und der ursprünglich zu lösenden Aufgabe zu berücksichtigen.

### Veranschaulichung und Material

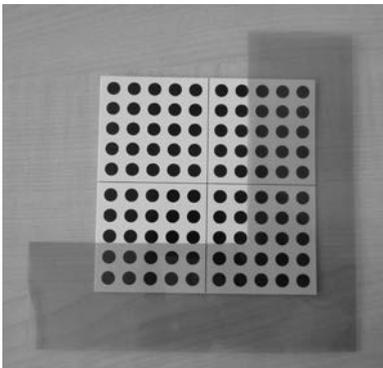
Auf abwischbaren Punktefeldern lassen sich mit farbigen Folienstiften verschiedene Rechenwege einzeichnen und vergleichen. Mit Hilfe des Malwinkels wird zunächst die Aufgabe gelegt, wobei die transparente Folie die Punkte abdeckt, die nicht zum Punktefeld der entsprechenden Aufgabe gehören, diese gleichzeitig aber noch sichtbar lässt. Dies ermöglicht es den Lernenden, bei Hilfsaufgaben zu kontrollieren, wie viele Punkte durch eine Verschiebung des Malwinkels wegfallen oder hinzukommen. Mit farbigen Stiften lässt



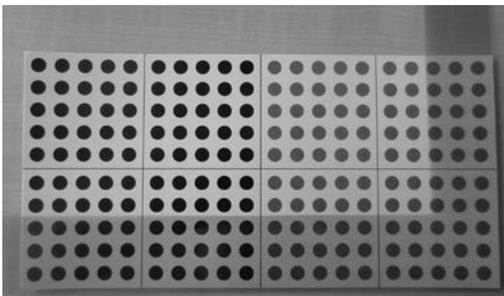
sich das Punktfeld dann entsprechend der Rechnungen der Kinder in mehrere Felder zerlegen, die zur Berechnung der gelegten Aufgabe herangezogen werden. Wichtig ist hier eine Anknüpfung an die Rechenwege der Lernenden, die nicht vorschnell auf die intendierten Unterteilungen des Punktfelds geführt werden sollten. Teilen Lernende das Punktfeld in viele kleine Felder ein oder bestimmen in diesen die Punkte zählend, sollten diese Strategien aufgegriffen und gemeinsam weiterentwickelt werden.

#### Aufbau der Punktfelder

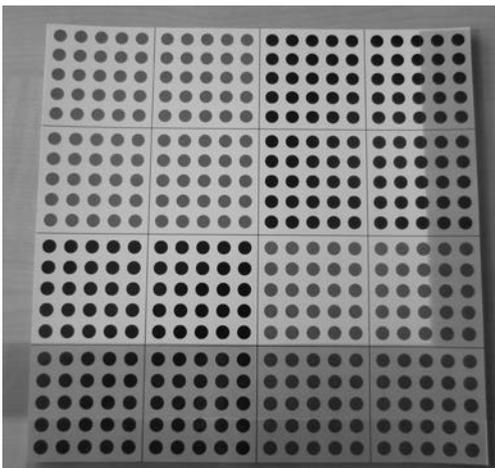
(in Anlehnung an Wittmann / Müller 1992, S. 58 - 62):



Hunderter-Punktfeld mit kleinem Malwinkel



200er-Punktfeld mit großem Malwinkel



400er-Punktfeld mit großem Malwinkel

Zur Vereinfachung der Kommunikation über verschiedene Strategien sollte gemeinsam mit den Lernenden festgelegt werden, dass der 1. Faktor die Anzahl der

Zeilen, der 2. Faktor die Anzahl der Spalten angibt. Bei der Einführung des Materials ist darauf zu achten, ob die Lernenden einen sicheren Umgang mit flächigen Darstellungen der Multiplikation aufweisen und Mal-Aufgaben sicher gelegt und interpretiert werden können (Baustein N4 A). Für einen flexiblen Umgang mit dem Material, der nicht auf zählende Strategien zurückgreift, ist gezielt auf die Fünferstruktur der Felder hinzuweisen. Während der Förderung werden die Lernenden ermutigt, die Fünferstruktur zu nutzen. In Wittmann / Müller (2012, S. 67 - 71; 2005, S. 67) finden sich weitere Anregungen und Übungen zur Arbeit mit Punktfeldern.

#### Aufbau der Förderung

Die Förderung besteht aus vier Fördereinheiten:

- 1 Multiplizieren bis 100
- 2 Multiplizieren bis 200
- 3 Multiplizieren bis 400
- 4 Multiplizieren mit dem Malkreuz

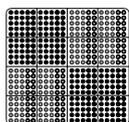
Für Lernende mit Unsicherheiten im Einmaleins beginnt der Baustein in **Fördereinheit 1** mit der Multiplikation am 100er-Punktfeld. Im Zahlenraum bis Hundert werden die Lernenden an die Arbeit mit dem Material herangeführt. Die Erarbeitung eines Verständnisses von Ableitungsstrategien steht zudem im Fokus der Fördereinheit. Für eine Automatisierung des Einmaleins sei auf das Material von PIK AS (o.J.) und das Blitzrechenmaterial (Wittmann / Müller 2007) verwiesen.

In **Fördereinheit 2** werden am 200er-Punktfeld das *schrittweise* Rechnen (da hier einstellige mit zweistelligen Faktoren multipliziert werden) und die Strategie *Hilfsaufgabe* erarbeitet, bevor in **Fördereinheit 3** bei der Arbeit mit dem 400er-Punktfeld ebenso das *stellenweise* Rechnen hinzukommt. Von diesem ausgehend wird in **Fördereinheit 4** das Malkreuz eingeführt, dessen Aufbau an das 400er-Punktfeld angebunden wird.

#### Weiterführende Literatur

- KIRA (o.J.): Halbschriftliche Multiplikation. <http://www.kira.tu-dortmund.de/137>
- Krauthausen, G. / Scherer, P. (2008): Einführung in die Mathematikdidaktik. Heidelberg: Spektrum.
- PIK AS (o.J.): 1x1 richtig üben. <http://www.pikas.tu-dortmund.de/033>
- Wittmann, E. Ch. / Müller, G.N. (1992): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 2 – Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Stuttgart: Klett.
- Wittmann, E. Ch. / Müller, G.N. (2005): Das Zahlenbuch 3. Leipzig: Klett.
- Wittmann, E. Ch. / Müller, G. N. (2007): Blitzrechenoffensive! Anregungen für eine intensive Förderung mathematischer Basiskompetenzen. Stuttgart: Klett.
- Wittmann, E. / Müller, G.N. (2012): Das Zahlenbuch 2. Stuttgart: Klett.





## Diagnoseaufgabe 2: Multiplizieren mit dem 200er-Punktfeld

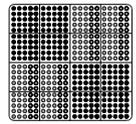
Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
$6 \cdot 14 = \underline{\quad}$ $6 \cdot 4 = 24$ $6 \cdot 1 = 16$ $\quad \quad \quad 30$	Es wird nicht stellenwertgerecht multipliziert.	Stellenwertverständnis überprüfen und ggf. mit Baustein <b>N1 A</b> erarbeiten. Bei vorhandenem Stellenwertverständnis: Multiplikation mit Faktoren größer 10 erarbeiten (2.1 - 2.2).
$4 \cdot 19 = 46$ $4 \cdot 1 = 4$ $4 \cdot 9 = 36$	In einigen Stellenwerten werden Überträge nicht verrechnet. Hier bleiben die 3 Zehner aus der Multiplikation $4 \cdot 9 = 36$ unberücksichtigt.	Stellenwertverständnis überprüfen und ggf. mit Baustein <b>N1 A</b> erarbeiten. Bei vorhandenem Stellenwertverständnis Erarbeitung von Multiplikation mit Faktoren größer 10 (2.1 - 2.2).
$19 \cdot 6 = 104$ $6 \cdot 10 = 60$ $6 \cdot 9 = 54$	Rechenfehler bei Addition der Teilergebnisse.	Addition mit Baustein <b>N5</b> erarbeiten.

## Diagnoseaufgabe 3: Multiplizieren mit dem 400er-Punktfeld

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
$16 \cdot 14 = 124$ $10 \cdot 10 = 100$ $6 \cdot 4 = 24$	Fehler bei der Strategie <i>Stellenweise</i> . Nur gleichen Stellenwerte werden miteinander multipliziert (Z · Z, E · E) in Analogie zur Addition.	Vorstellung distributiver Zerlegungen anhand von Punktfeldern erarbeiten (3.1 - 3.3). Fehler wird in Aufgabe 3.2 thematisiert.
$16 \cdot 14 = 584$ $160$ $424$ $\underline{584}$	Fehler bei der Strategie <i>Schrittweise</i> . (Hier: Stellenwerte bei Teilprodukt $16 \cdot 4$ nicht korrekt berücksichtigt, sodass sich das Ergebnis 424 ergibt.)	Stellenwertverständnis überprüfen und ggf. mit Baustein <b>N1 A</b> erarbeiten. Bei vorhandenem Stellenwertverständnis Erarbeitung von Multiplikation mit Faktoren größer 10 (2.1 - 2.2; dann 3.1 - 3.3).
$16 \cdot 14 = 25$ $1 \cdot 1 = 1$ $6 \cdot 4 = 24$	Zusätzlich zur Vernachlässigung einiger Stellenkombinationen wird nicht stellenwertgerecht addiert.	Stellenwertverständnis überprüfen und ggf. mit Baustein <b>N1 A</b> erarbeiten. Vorstellung distributiver Zerlegungen anhand von Punktfeldern in 3.1 - 3.3 erarbeiten.

## Diagnoseaufgabe 4: Multiplizieren mit dem Malkreuz

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung																								
$3 \cdot 246 = 630$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>·</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>2</td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td>630</td></tr> </table>	·	2	4	6		3	6	2	8			1			630	Im Malkreuz wird mit Ziffern statt mit Zahlen gerechnet. Überträge werden im falschen Stellenwert hinzugefügt.	Thematisierung des Malkreuzes und des Umgangs mit Überträgen (4.1 - 4.5).									
·	2	4	6																							
3	6	2	8																							
	1			630																						
$(1) 15 \cdot 13 = \underline{\quad}$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>·</td><td>1</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td><td>15</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>4</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>+20</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td><b>24</b></td></tr> </table>	·	1	3		1	1	3		5	5	15					4				+20				<b>24</b>	Im Malkreuz wird mit Ziffern statt mit Zahlen gerechnet. Alle Teilergebnisse werden als Einer behandelt.	Thematisierung des Malkreuzes (4.1 - 4.5).
·	1	3																								
1	1	3																								
5	5	15																								
			4																							
			+20																							
			<b>24</b>																							
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>·</td><td>100</td><td>20</td><td>7</td><td></td></tr> <tr><td>20</td><td>200</td><td>400</td><td>140</td><td>740</td></tr> <tr><td>4</td><td>40</td><td>80</td><td>28</td><td>+148</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td><b>888</b></td></tr> </table>	·	100	20	7		20	200	400	140	740	4	40	80	28	+148					<b>888</b>	Fehler bei der Multiplikation mit Stufenzahlen bei der Berechnung von Teilergebnissen.	Förderung des Multiplizierens mit Stufenzahlen mit Baustein <b>N6 A</b> .				
·	100	20	7																							
20	200	400	140	740																						
4	40	80	28	+148																						
				<b>888</b>																						



# 1 Multiplizieren mit dem 100er Punktfeld

## 1.1 Erarbeiten (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

**Ziel:** Rechenwege zur Lösung von Einmaleins-Aufgaben erarbeiten

**Material:** MB: Hunderter-Punktfeld, kleiner Malwinkel, Folienstifte

**Umsetzung:** a) UG; b) PA

Impuls: Multiplizieren und Mal-Rechnen als Synonyme klären.

Voraussetzung: Einführung des Hunderter-Punktfelds, falls noch nicht aus Baustein N4 A oder N4 B bekannt, insbesondere auf Fünferstruktur hinweisen, um Abzählen der Punkte zu vermeiden. Zur Überprüfung eines sicheren Umgangs mit dem Material werden die Lernenden zu Beginn gebeten, einige Mal-Aufgaben mit dem Material darzustellen. (Bei Unsicherheiten Mal-Aufgaben mit Baustein N4 A erarbeiten.)

Impuls: Gemeinsamkeiten und Unterschiede in Leonies und Jonas Rechenwegen herausstellen lassen. Was ist gleich? Was ist verschieden? Beide Kinder zerlegen die Aufgaben, Leonie zerlegt den 1., Jonas den 2. Faktor (auf dem Feld horizontal bzw. vertikal).

Reflexion: Das Feld lässt sich auf verschiedene Weisen zerlegen. Das führt zu verschiedenen Rechenwegen. (Verdeutlichung der flexiblen Rechenwege im Gegensatz zu den festen Algorithmen.)

### 1.1 Mal-Aufgaben zerlegen

a) Das Bild zeigt die Aufgabe  $6 \cdot 7$ .

Leonies Rechenweg:

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 7 = 35 + 7 = 42 \\ 5 \cdot 7 = 35 \\ 1 \cdot 7 = 7 \end{array}$$

Erkläre, wie Leonie rechnet. Lege mit dem Punktfeld nach und kreise Leonies Mal-Aufgaben rot ein.



Erkläre, wie Jonas rechnet. Kreise Jonas Mal-Aufgaben grün ein.



b) Stellt euch gegenseitig Aufgaben. Eine Person legt mit dem Malwinkel ein Punktfeld. Die andere nennt die passende Mal-Aufgabe. Rechnet die Aufgabe wie Leonie oder wie Jonas. Schreibt euren Rechenweg ins Heft und vergleicht eure Rechenwege.



Jonas Rechenweg:

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 7 = 30 + 12 = 42 \\ 6 \cdot 5 = 30 \\ 6 \cdot 2 = 12 \end{array}$$

## 1.2 Üben (Aufgabengenerator)

**Ziel:** Operative Veränderungen von Mal-Aufgaben verstehen

**Material:** MB: Hunderter-Punktfeld, kleiner Malwinkel, Folienstifte

**Umsetzung:** PA

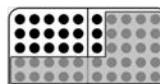
Zu beachten: Die Lernenden sollen die Aufgabe nach Verschiebung des Winkels nicht neu berechnen, sondern die operative Veränderung nutzen (hier: es sind 3 Punkte hinzugekommen, also  $18 + 3 = 21$ ). Nur so können Lernende operative Veränderungen als effiziente Nutzung von Beziehungen erkennen.

### 1.2 Punktebilder verändern



Stellt euch gegenseitig Aufgaben. Die eine legt mit dem Malwinkel ein Punktebild.

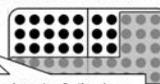
Die andere nennt die passende Mal-Aufgabe und schreibt sie ins Heft.



3 mal 6 gleich 18.



Die eine verschiebt den Malwinkel unten oder an der Seite um eine Reihe.

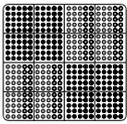


Dann ist es jetzt 3 mal 7 gleich 21.



Die andere nennt die passende Mal-Aufgabe und schreibt sie ins Heft.

Überlegt gemeinsam: Wie viele Punkte sind es durch das Verschieben mehr oder weniger geworden? Erklärt das mit dem Punktebild. Wechselt euch ab.



## Handreichungen – Baustein N6 B

Ich kann sicher multiplizieren und meine Rechenwege erklären

### 1.3 Erarbeiten (20 - 30 Minuten)

**Ziel:** Strategie Hilfsaufgabe erarbeiten

**Material:** MB: Hunderter-Punktfeld, kleiner Malwinkel, Folienstifte

**Umsetzung:** a), b) jeweils EA, dann UG

Voraussetzung: Diese Aufgabe baut auf den in Aufgabe 1.2 behandelten operativen Veränderungen von Mal-Aufgaben auf. Bei Schwierigkeiten ggf. zu 1.2 zurückgehen.

Zu beachten: Handlung unbedingt am Material nachstellen lassen. Eine Bearbeitung mit dem vorliegenden Bild reicht nicht aus.

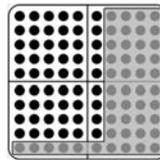
Hintergrund: Als mögliche Notationsweise thematisieren, die aber nicht fest nach der hier vorgeschlagenen Art durchgeführt werden muss.

Typische Schwierigkeit: Bei Ablösung vom Material sind die Lernenden unsicher, welcher Faktor subtrahiert bzw. addiert werden muss. Diese Frage bereits bei Materialnutzung thematisieren bzw. Vermutung aufstellen und anhand des Materials überprüfen lassen.

Hintergrund: Da hier das Hunderter-Punktfeld nicht mehr ausreicht, muss die Verschiebung mental vorgenommen werden.

#### 1.3 Hilfsaufgaben legen

a) Dilara kennt einen Rechenweg, mit dem sie sich schwere Mal-Aufgaben leichter machen kann.



Die Aufgabe 9 mal 6 rechne ich so:  
Ich lege mit dem Malwinkel die Aufgabe 10 mal 6.  
Das ist eine leichte Aufgabe.

Dann verschiebe ich den Malwinkel um eine Reihe nach oben und mache aus 10 mal 6 die Aufgabe 9 mal 6. Dabei verschwinden 6 Punkte unter dem Malwinkel.

Dilara schreibt ihre Rechnung so auf:  $9 \cdot 6 = 54$   
 $10 \cdot 6 = 60$   
 $60 - 6 = 54$

Erkläre Dilaras Rechenweg.



b) Rechne die Aufgaben wie Dilara. Lege erst eine leichte Aufgabe. Verschiebe dann den Malwinkel.

(1)  $9 \cdot 7 = 63$  (2)  $2 \cdot 9 = 18$  (3)  $9 \cdot 9 = 81$  (4)  $8 \cdot 3 = 24$

(5)  $4 \cdot 8 = 32$  (6)  $11 \cdot 6 = 66$  (7) Erkläre, wie du die Aufgaben gelöst hast.



### 1.4 Üben (15 - 20 Minuten)

**Ziel:** Strategien zur Multiplikation auswählen und nutzen

**Material:** MB: Hunderter-Punktfeld, kleiner Malwinkel, Folienstifte

**Umsetzung:** a) EA; b) UG

Weitere Aufgabe: Zur weiterführenden Automatisierung siehe: PIK AS: 1x1 richtig üben. [www.pikas.tu-dortmund.de/033](http://www.pikas.tu-dortmund.de/033)

Typische Schwierigkeit: Die Lernenden sind unsicher, welchen Faktor sie zur Korrektur der Hilfsaufgabe subtrahieren oder addieren müssen. Zur Materialnutzung anregen.

Hintergrund: Für Hilfsaufgaben (Dilaras Rechenweg) sollte ein Faktor nah an der 10 oder an einer im Kopf bekannten Aufgabe liegen.

#### 1.4 Rechenwege bei Mal-Aufgaben

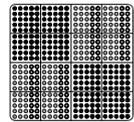
a) Entscheide selbst, ob du die Aufgaben wie Leonie oder wie Dilara rechnest. Schreibe deinen Rechenweg in dein Heft.

(1)  $5 \cdot 6 = 30$  (2)  $9 \cdot 9 = 81$  (3)  $2 \cdot 8 = 16$

(4)  $6 \cdot 6 = 36$  (5)  $7 \cdot 6 = 42$  (6)  $5 \cdot 9 = 45$



b) Vergleiche eure Rechenwege. Überlegt gemeinsam: Welche Aufgaben kann man besonders gut mit Leonies und welche besonders gut mit Dilaras Rechenweg lösen?



## 2 Multiplizieren mit dem 200er Punktfeld

### 2.1 Erarbeiten (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

**Ziel:** Rechenwege zur Lösung von Mal-Aufgaben bis 200 erarbeiten

**Material:** MB: 200er-Punktfeld, großer Malwinkel, Folienstifte

**Umsetzung:** a) EA, dann UG; b) PA

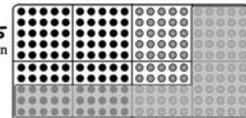
Hintergrund: Bei Einführung des 200er-Punktfelds die Fünfer- und Zehnerstruktur hervorheben.

Voraussetzung: Die Lernenden müssen Aufgaben des kleinen Einmaleins ohne größere Schwierigkeiten bewältigen können. Ggf. mit Fördereinheit 1 erarbeiten und automatisieren.

Methode: Alternativ rechnet jeder für sich, anschließend werden Rechenwege verglichen.

#### 2.1 Mal-Aufgaben zerlegen

a) Das Bild zeigt die Aufgabe  $7 \cdot 15 = 105$ . Zerlege die Aufgabe in zwei Mal-Aufgaben und rechne sie im Heft aus.



b) Eine Person legt mit dem Malwinkel ein Punktebild. Die andere nennt die passende Mal-Aufgabe. Rechnet dann gemeinsam die Aufgabe aus: Zerlegt die Aufgabe in zwei kleinere Mal-Aufgaben. Schreibt euren Rechenweg ins Heft.

### 2.2 Erarbeiten (20 - 30 Minuten)

**Ziel:** Strategie Hilfsaufgabe im Zahlenraum bis 200 erarbeiten

**Material:** MB: 200er-Punktfeld, großer Malwinkel, Folienstifte

**Umsetzung:** a), b) EA, dann UG

Voraussetzung: Diese Aufgabe baut auf den in Aufgabe 1.2 behandelten operativen Veränderungen von Mal-Aufgaben auf. Bei Schwierigkeiten ggf. zu 1.2 zurückgehen.

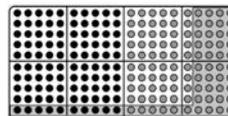
Zu beachten: Handlung unbedingt am Material nachstellen lassen. Eine Bearbeitung mit dem vorliegenden Bild reicht nicht aus.

Hintergrund: Als mögliche Notationsweise thematisieren, die aber nicht fest nach der hier vorgeschlagenen Art durchgeführt werden muss.

Typische Schwierigkeit: Bei Ablösung vom Material sind die Lernenden unsicher, welcher Faktor subtrahiert bzw. addiert werden muss. Diese Frage bereits bei Materialnutzung thematisieren bzw. Vermutung aufstellen und anhand des Materials überprüfen lassen.

#### 2.2 Hilfsaufgaben legen

a) Dilara kennt einen Rechenweg, mit dem sie sich schwere Mal-Aufgaben leichter machen kann.



Dilara schreibt ihre Rechnung so auf:

$$\begin{array}{r} 9 \cdot 16 = 144 \\ 10 \cdot 16 = 160 \\ 160 - 16 = 144 \end{array}$$

Erkläre Dilaras Rechenweg.

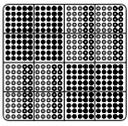


Die Aufgabe 9 mal 16 rechne ich so: Ich lege mit dem Malwinkel die Aufgabe 10 mal 16. Das ist eine leichte Aufgabe.

Dann verschiebe ich den Malwinkel um eine Reihe nach oben und mache aus 10 mal 16 die Aufgabe 9 mal 16. Dabei verschwinden 16 Punkte unter dem Malwinkel.

b) Rechne die Aufgaben wie Dilara. Lege erst eine leichte Aufgabe. Verschiebe dann den Malwinkel.

(1)  $5 \cdot 19 = 95$       (2)  $8 \cdot 19 = 152$       (3)  $4 \cdot 19 = 76$   
 (4)  $9 \cdot 15 = 135$       (5)  $9 \cdot 18 = 162$       (6)  $9 \cdot 11 = 99$   
 (7) Erkläre, wie du die Aufgaben gelöst hast.



### 3 Multiplizieren mit dem 400er Punktfeld

#### 3.1 Erarbeiten und Üben (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

**Ziel:** Rechenwege zur Lösung von Mal-Aufgaben bis 400 erarbeiten

**Material:** MB: 400er-Punktfeld, großer Malwinkel, Folienstifte

**Umsetzung:** a) EA, dann UG; b) PA; c) UG

**Hintergrund:** Bei Einführung des 400er-Punktfelds Fünfer- und Zehnerstruktur thematisieren, um ein Abzählen der Punkte zu vermeiden.

**Zu beachten:** Zunächst zerlegen die Lernenden das Punktfeld individuell. Auch langwierige Zerlegungen in viele kleine Aufgaben werden zunächst zugelassen. Erst bei sicherem Umgang werden effiziente Zerlegungen und Nutzung der Zehnerstruktur thematisiert.

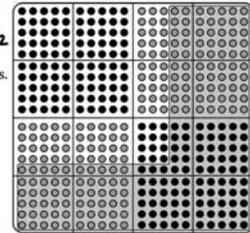
**Reflexion:** Leonies Zerlegungsweise wird abschließend als optimierte Zerlegung behandelt.

#### 3.1 Mal-Aufgaben zerlegen

a) Das Bild zeigt die Aufgabe  $14 \cdot 13 = 182$ . Zerlege die Aufgabe in kleinere Mal-Aufgaben und rechne sie im Heft aus.



b) Stellt euch gegenseitig Aufgaben. Eine Person legt mit dem Malwinkel ein Punktebild. Die andere nennt die passende Mal-Aufgabe. Rechnet gemeinsam aus: Zerlegt die Aufgabe in kleinere Mal-Aufgaben. Schreibt euren Rechenweg ins Heft.



c) Was meint Leonie? Warum erhält sie so leichte Aufgaben?

Ich teile das Bild in schwarze und graue Punktebilder. Dann erhalte ich leichte Aufgaben.



#### 3.2 Erarbeiten (10 - 15 Minuten)

**Ziel:** Typische Fehler bei Strategie Stellenweise erklären

**Material:** MB: 400er-Punktfeld, großer Malwinkel, Folienstifte

**Umsetzung:** UG

**Hilfestellung:** Durch Einkreisen der Teilaufgaben wird sichtbar, welche Felder nicht berücksichtigt wurden. Welche Mal-Aufgaben hat Jonas vergessen?

#### 3.2 Rechenwege mit dem Malwinkel erklären

Jonas rechnet die Aufgabe  $16 \cdot 15$  so:

$$\begin{aligned} 16 \cdot 15 &= 100 + 30 = 130 \\ 10 \cdot 10 &= 100 \\ 6 \cdot 5 &= 30 \end{aligned}$$



Lege die Aufgabe mit dem Malwinkel und rechne sie im Heft aus. Erkläre mit Hilfe des Materials, warum Jonas Rechnung **nicht** richtig ist.

240

#### 3.3 Üben (10 - 20 Minuten)

**Ziel:** Strategien zur Multiplikation auswählen und nutzen

**Material:** MB: 400er-Punktfeld, großer Malwinkel, Folienstifte

**Umsetzung:** EA

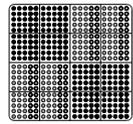
**Hilfestellung:** Zur Verwendung des 400er-Punktfelds ermutigen.

**Reflexion:** Verglichen werden können die notierten Rechenwege sowie die Rechenwegdarstellung auf dem Punktfeld.

#### 3.3 Rechenwege bei Mal-Aufgaben

Entscheide selbst, ob du die Aufgaben wie Leonie oder wie Dilara rechnet. Schreibe deinen Rechenweg in dein Heft.

(1) $15 \cdot 17 = 255$	(2) $19 \cdot 9 = 171$	(3) $12 \cdot 12 = 144$
(4) $8 \cdot 18 = 144$	(5) $19 \cdot 20 = 380$	(6) $19 \cdot 19 = 361$



## 4 Multiplizieren mit dem Malkreuz

### 4.1 - 4.2 Erarbeiten und Üben (40 - 45 Minuten)

**Ziel:** Verständnis des Malkreuzes erarbeiten; Multiplikation mit dem Malkreuz lösen und üben

**Material:** MB: 400er-Punktfeld, großer Malwinkel, Folienstifte

**Umsetzung:** 4.1 a), b) EA, dann UG; c) EA; 4.2 a) EA oder PA; b), c) UG

Zu beachten: Unbedingt mit Material nachlegen lassen, um Zusammenhang zwischen Fördereinheit 3 und 4 herzustellen.

Hintergrund: Die Zahlen im Malkreuz sollen von den Lernenden in Zusammenhang mit den Zerlegungen des Punktbilds gebracht, folglich als Anzahl der Randpunkte des Feldes verstanden werden. Ggf. Randpunktzahl auf dem Punktfeld beschriften.

Hintergrund: Zur besseren Kommunikation über die Malkreuz und in Vorbereitung auf Baustein N8 sollte die Konvention eingeführt werden, dass der erste Faktor die Zeilenanzahl, der zweite Faktor die Spaltenanzahl des Felds angibt und entsprechend die Eintragung im Malkreuz erfolgt.

Hilfestellung: Veränderungen im Malkreuz farblich markieren lassen. Ggf. mit beschrifteten Pfeilen Veränderungen von Aufgabe zu Aufgabe notieren lassen.

$12 \cdot 15 = 180$        $22 \cdot 15 = 330$

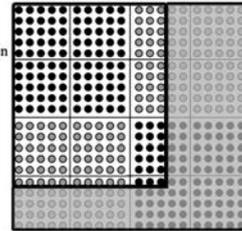
·	10	5
10	100	50
2	20	10
+-----+		
	120	60
	180	

·	10	15
20	200	300
2	20	10
+-----+		
	220	110
	330	

$+150$

#### 4.1 Das Malkreuz

a) Das Bild zeigt die Aufgabe  $16 \cdot 13$ . Zerlege die Aufgabe in vier Mal-Aufgaben und rechne sie im Heft aus.



b) Leonie rechnet die Aufgabe im Malkreuz so:

·	10	3
10	100	30
6	60	18
+-----+		
	160	48
	208	

Vergleiche die Rechnung im Malkreuz mit dem 400er-Punktfeld. Was ist gleich? Was ist verschieden?

c) Lege die Aufgaben erst mit dem 400er-Punktfeld und dem Malwinkel. Rechne sie dann mit dem Malkreuz aus.

(1)  $11 \cdot 11 = 121$

·	10	1
10	100	10
1	10	1
+-----+		
	110	11
	121	

(2)  $15 \cdot 17 = 255$

·	10	7
10	100	70
5	50	35
+-----+		
	150	105
	255	

#### 4.2 Verwandte Multiplikations-Aufgaben

a) Rechne die Aufgaben mit dem Malkreuz.

(1)  $12 \cdot 15 = 180$      $22 \cdot 15 = 330$

$12 \cdot 15 = 180$      $22 \cdot 15 = 330$

$22 \cdot 15 = 330$      $12 \cdot 12 = 144$

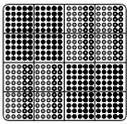
$32 \cdot 15 = 480$      $12 \cdot 13 = 156$

$42 \cdot 15 = 630$      $13 \cdot 14 = 182$

$14 \cdot 15 = 210$

b) Wie verändern sich die Aufgaben? Wie verändern sich die Ergebnisse?

c) Erkläre mit dem Malkreuz, warum die Ergebnisse sich so verändern.



**4.3 Üben (15 - 25 Minuten)**

**Ziel:** Multiplikation mit dem Malkreuz produktiv üben

**Material:** KV: Malkreuzvorlagen

**Umsetzung:** EA oder PA, dann UG

Hilfestellung: Zum Ausprobieren Kopiervorlage zum Malkreuz ausreichend zur Verfügung stellen.

Typische Schwierigkeit: Die Lernenden zeigen zu Beginn Hemmungen, auszuprobieren. Ggf. werden sie dann zur Auswahl von Zahlen angeregt. Klären, dass ein Faktor auch einstellig sein kann und dann eine Zeile des Malkreuzes leer bleibt.

Hilfestellung: Die Lernenden werden angeregt, die Lösungen systematisch zu verändern und zum Finden weiterer Lösungen zu nutzen. Wie kannst du die Zahlen verändern, um näher an 280 bzw. 1 000 heranzukommen?

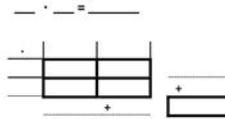
Lösung: Bei 280:  $28 \cdot 10$ ,  $20 \cdot 14$ ,  $6 \cdot 35$ ,  $5 \cdot 14$ ,  $4 \cdot 70$ ,  $7 \cdot 40$ ,  $5 \cdot 56$ . Bei 1 000:  $25 \cdot 40$ ,  $50 \cdot 20$

Weitere Aufgabe: Findest du weitere Aufgaben, die du nicht in das Malkreuz eintragen kannst (weil ein Faktor dreistellig ist)? Lösung:

Bei 280:  $1 \cdot 280$ . Bei 1 000:  $1 \cdot 1000$ ,  $5 \cdot 200$ ,  $125 \cdot 8$ ,  $2 \cdot 500$ ,  $10 \cdot 100$ ,  $4 \cdot 250$

**4.3 Welche Multiplikations-Aufgabe passt?**

a) Welche Zahlen kannst du in das Malkreuz eintragen, um das Ergebnis 280 zu erhalten? Findest du mehrere Möglichkeiten?



**Tipp:** Starte, indem du eine Aufgabe ausprobierst. Wie musst du die Zahlen verändern, damit du näher zur 280 kommst?

b) Welche Zahlen kannst du in das Malkreuz eintragen, um das Ergebnis 1 000 zu erhalten? Findest du mehrere Möglichkeiten?

**4.4 - 4.5 Üben (25 - 45 Minuten)**

**Ziel:** Multiplikation mit dem Malkreuz produktiv üben; Beziehungen zwischen Aufgaben erkennen

**Material:** KV: Malkreuzvorlagen

**Umsetzung:** 4.4 EA; 4.5 a) EA; b) UG

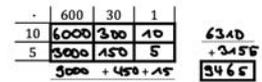
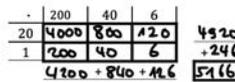
Impuls: Rückbezug zum Material herstellen: Wie müsste ein Punktfeld aussehen, mit dem man diese Mal-Aufgabe darstellen kann? Welche Randpunkte hätte das Feld?

**4.4 Mit dem Malkreuz bis 10 000**

a) Rechne die Multiplikations-Aufgaben mit dem Malkreuz aus.

(1)  $21 \cdot 246 = 5166$

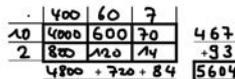
(2)  $15 \cdot 631 = 9465$



b) Trage die Zahlen selbst im Malkreuz ein und rechne aus.

(1)  $12 \cdot 467 = 5604$

(2)  $24 \cdot 365 = 8760$



**4.5 Verwandte Multiplikations-Aufgaben**

a) Rechne die Aufgaben mit dem Malkreuz.

(1)  $11 \cdot 121 = 1331$   $\rightarrow +1210$  (2)  $11 \cdot 121 = 1331$   $\rightarrow +1100$   
 $21 \cdot 121 = 2541$   $\rightarrow +1210$   $11 \cdot 221 = 2431$   $\rightarrow +1100$   
 $31 \cdot 121 = 3751$   $\rightarrow +1210$   $11 \cdot 321 = 3531$   $\rightarrow +1100$

b) Wie verändern sich die Aufgaben? Wie verändern sich die Ergebnisse? Erkläre mit dem Malkreuz, warum die Ergebnisse sich so verändern.

Hilfestellung: Veränderungen im Malkreuz farblich markieren lassen. Ggf. mit beschrifteten Pfeilen Veränderungen von Aufgabe zu Aufgabe notieren lassen (vgl. Aufgabe 4.2).

