



# **Mathe sicher können: Ein Förderkonzept für Ihren Unterricht**

**Infos für Lehrkräfte**

## „Mathe sicher können“-Team am DZLM



Kim Alexandra Rösike



Susanne Prediger

Liebe Lehrkräfte und Förderkräfte,

Viele Lehrkräfte machen sich Sorgen um Kinder mit erheblichen Lernlücken und fragen sich, ob diese überhaupt eingeholt werden können. Es gibt die Meinung, dass manche Kinder nie Mathematik lernen werden, da sie einfach nicht begabt sind. Doch was sind die wichtigsten Dinge, die schwache Kinder nachlernen sollten? Besonders wenn die Zeit knapp ist, ist das eine entscheidende Frage. Wie kann man das Nachlernen effektiv gestalten?

Vielleicht haben Sie bereits von „Mathe sicher können“ gehört, unserem Diagnose- und Förderkonzept zum Aufarbeiten von Verstehensgrundlagen in den Klassen 3 – 7. Seit inzwischen 16 Jahren forschen und entwickeln wir am Deutschen Zentrum für Lehrkräftebildung in Zusammenarbeit mit unserem Netzwerk die Konzepte und Materialien, damit schwache Lernende das Wichtigste aufarbeiten können.

Alle Diagnose- und Fördermaterialien stehen als Open Educational Resources frei zugänglich unter [mathe-sicher-koennen.dzlm.de/002](http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/002), [/003](http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/003) und [/008](http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/008).

Eine ausführlichere Auseinandersetzung mit dem Konzept ermöglicht ab Frühjahr 2024 unsere Online-Plattform unter <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/online-fortbildung>.

Viel Spaß mit dem Konzept



***Diese Broschüre bietet eine Einführung in das Konzept. Sie bietet die schriftliche Form unserer vier Einstiegsfilme, die unter <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/einstiegs-und-themenfilme> abzurufen sind.***

## Inhalt

### VERSTEHENSGRUNDLAGEN

#### IDENTIFIZIEREN

- Warum reicht kurzfristige Unterstützung oft nicht aus?  
– Langfristige Perspektiven einnehmen.....5
- Was ist zu diagnostizieren?  
– Nicht nur Rechenfertigkeiten, sondern auch Verständnis.....7
- Was sind Verstehensgrundlagen, und warum sind sie langfristig so wichtig?.....9
- Wie bearbeitet „Mathe sicher können“ dieses Problem?.....12
- Welche Verstehensgrundlagen sind in Klasse 5–7 aufzuarbeiten?.....14
- Wie sind die Bausteine aufgebaut?.....16

#### FÖRDERUNG ORGANISIEREN

- Wie lassen sich Fördergruppen gestalten und organisieren?.....19
- Welche Materialien stehen bereit?.....22
- Wie kann das Konzept auch im Regelunterricht integriert werden?.....24

### VERSTEHENSGRUNDLAGEN

#### DIAGNOSTIZIEREN

- Worauf ist beim Diagnostizieren zu achten?.....27
- Wie diagnostiziert man nicht nur Oberflächenwissen, sondern Verständnis?.....28
- Wie lassen sich Diagnosen im Gespräch vertiefen?.....30
- Inwiefern dienen die Standortbestimmungen einer förderorientierten Diagnose?.....32

#### VERSTEHENSGRUNDLAGEN FÖRDERN

- Wie kann man überwinden, dass Kinder nur kurzfristige Aufgabenbewältigung im Blick haben?.....35
- Worauf muss man beim Umgang mit den Darstellungen und Arbeitsmitteln achten?.....40
- Welche Rolle spielt die Sprache für die Darstellungsvernetzung?.....42
- Mit welchen Strategien und Impulsen lässt sich die verstehensorientierte Kommunikation fördern?.....44



## VERSTEHENSGRUNDLAGEN IDENTIFIZIEREN

- Was genau müssen schwache Lernende in Mathematik lernen?
- Warum sollten wir Verstehensgrundlagen aufarbeiten?
- Welches sind die wichtigsten Verstehensgrundlagen?
- Wie unterstützt „Mathe sicher können“ das Aufarbeiten?

# Warum reicht kurzfristige Unterstützung oft nicht aus?

## – Langfristige Perspektiven einnehmen



Differenzieren kann man auf vielfältige Weise, oft muss man auch diagnosegeleitet differenzieren, also erst herausbekommen, was genau ein Kind als nächstes tun sollte.

Ein Beispiel verdeutlicht, dass es keineswegs trivial ist zu entscheiden, was für das jeweilige Kind passend ist. Das Beispiel stammt aus einer Klasse 5, die an der Subtraktion mit Übertrag arbeitet: Die Fünftklässlerin Suleika beherrscht

die Grundlagen. Die erste Aufgabe klappt gut und sie schreibt selbst: „Erst die Hunderter, dann die Zehner, dann die Einer. Ist nicht so schwer.“ Bei komplexeren Aufgaben mit Übertrag stößt sie jedoch auf Schwierigkeiten, wie die zweite Aufgabe zeigt.

Wir möchten Ihnen Ansätze vorstellen, die Ihnen helfen können, mit solchen Fehlern umzugehen und Kindern in dieser Situation zu unterstützen.

859 - 234 = 625

Rechenweg  
erst die hunderter dann die zehner dann die einer ist ja nicht schwer

443 - 226 = 277

400	+ 100	+ 300	+ 100
<del>200</del>	<del>600</del>		
4 - 4 - 3 - 2 - 2 = 6			

Suleika kann das gut rechnen, nur beim Übertrag hakt es. Also geben wir ihr jetzt nur noch Aufgaben ohne Überträge.

Vorsicht! Fördere doch lieber, dass sie auch etwas dazu lernen kann.

**Beispiel zum Umgang mit Schwierigkeiten: Nur unterstützen oder auch fördern?**

Immer wieder findet man Lehrkräfte, die einen guten Blick dafür haben, was ihre Kinder rechnen können und was nicht. In unserem Beispiel berichtet uns ein Lehrer: „Suleika kann das gut rechnen, nur beim Übertrag da hakt es“. Wir nennen das Diagnose, also das genau hinsehen, wo die Kinder stehen.

Doch entscheidend ist, was dann folgt. Als differenzierende Unterstützung bietet der Lehrer ihr „nur noch Aufgaben ohne Überträge.“ In der Tat wird sie in der Lage sein, die Aufgaben zu bewältigen.

Viele Kolleg:innen sind mit diesem Ansatz nicht zufrieden: Zwar führt diese

Unterstützung ebenso wie viele Tipps kurzfristig zur Aufgabenbewältigung, doch bleibt das Kind so langfristig auf der Stelle stehen und lernt nicht mehr dazu. Von Fördern sprechen wir daher nur, wenn langfristige Lernprozesse angestoßen werden, nicht nur die Aufgabe kurzfristig bewältigt wird.

Wir setzen uns daher dafür ein, dass langfristiges Lernen gefördert wird und die Lernenden ihre Kompetenzen kontinuierlich ausbauen können. Wie können wir also gezielt Suleikas Kompetenzen verbessern?



# Was ist zu diagnostizieren? – Nicht nur Rechenfertigkeiten, sondern auch Verständnis



Oftmals wird versucht, das Problem mit sturem Üben der Rechenfertigkeiten zu beheben: „Du kannst keine Überträge? Dann rechne es noch 20 mal“. Das ist zum Beispiel möglich mit digitalen Trainingsprogrammen. Wenn die Schwierigkeiten wirklich nur in der Geläufigkeit der Rechenfertigkeiten liegen, ist das manchmal auch ausreichend.

Aber oft löst dieses Fördern durch Trainieren Frustration bei Lehrkräften und Kindern aus, nämlich wenn trotz intensiven Übens keine Verbesserung eintritt. Hier stellt sich die Frage: Warum funktioniert es nicht? Eine mögliche Ursache kann man bei Suleika finden, indem man sich anschaut, wie sie ihre Rechnungen erklärt. Dabei ist es wichtig, nicht nur zu betrachten, welche Ergebnisse sie erzielt, sondern auch wie sie es tut und was sie sich dabei vorstellt.

Für eine diagnosegeleitete Förderung kommt es also darauf an herauszubekommen, was sich die Lernenden vorstellen. Dazu lohnt ein genauerer Blick auf ihre Erklärung des Rechenwegs:

Zur Erklärung ihrer falschen Rechnung mit Übertrag 443226 schreibt Suleika

auf „400 – 400 – 300 – 200 – 200 – 600“. Viele erfahrene Lehrkräfte werden hier bereits nervös, da offensichtlich ein Problem vorliegt, das über das reine Rechnen hinausgeht.

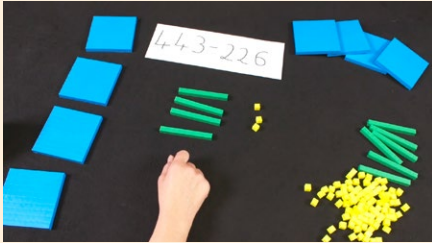
Es geht darum zu erkennen, dass die Diagnose nicht nur auf das Rechnen bezogen sein sollte, sondern auch darauf, ob die Kinder das zugrunde liegende Konzept wirklich verstanden haben. Suleikas Erklärung zeigt, dass sie noch kein Verständnis dafür hat, wie sich die Zahl 443 aus ihren Ziffern zusammensetzt und zerlegen lässt. Hier müssen wir gezielt ansetzen und weiterarbeiten.

Suleika muss also verstehen, dass man 443 aus 4 Hundertern, 4 Zehnern und drei Einern zusammensetzt. Die Worte benutzt sie, aber versteht sie auch, was Hunderter, Zehner und Einer bedeuten?



**Das Wissen der Lernenden muss wieder anschlussfähig werden.**





„Die Darstellung der Aufgabe mit Material zeigt: Wenn Sie das verstanden hat, kann sie sich auch vorstellen wie es weitergeht. Drei Einer, das ist nicht nur die Ziffer 3, sondern wir können sie uns vorstellen als 3 Einerwürfel, 4 Zehner können wir uns vorstellen, als 4 Zehnerstangen aus jeweils 10 Einerwürfel und ebenso 4 Hunderterplatten.

Nun haben wir 443 und davon sollen 226 abgezogen werden. Wir müssen also 2 Hunderter, 2 Zehner und 6 Einer wegnehmen. Wir müssen 6 Einerwürfel wegnehmen, aber wir haben nur 3. Nur wer verstanden hat, dass in jeder Zehnerstange 10 Einerwürfel stecken, kann jetzt weiter machen. Das heißt, wir entbündeln 1 Zehner zu 10 Einern. Jetzt kann man 6 Würfel wegnehmen. Es bleiben 7 Einerwürfel übrig, also 7 Einer. Jetzt kann man ganz einfach zwei Zehnerstangen und dann zwei Hunderterplatten wegnehmen und kommt zum Ergebnis 217.“

**Alexandra Dohle, TU Dortmund**

Der Kasten erklärt das. Wenn Suleika sich die Zahlen vorstellen kann, wenn sie also verstanden hat, was die Stellenwerte bedeuten, wie gebündelt wird und dass man auch wieder entbündeln kann, dann ist der Rest ganz einfach. Aber dafür brauchen wir zwei bis drei Förderstunden, dies mit Suleika zu erarbeiten.

Im Unterricht haben wir schon immer diagnostiziert, aber häufig greifen wir zunächst zu kurz. Die Diagnose soll nicht nur kurzfristige Erfolge erzielen, sondern langfristiges Lernen ermöglichen. Wenn

es lediglich um Flüchtigkeitsfehler geht, reicht es, dieselben Aufgaben mehrfach zu üben. Oft steckt jedoch hinter systematischen Fehlern ein Verständnisproblem, wie bei Suleika. Sie hat noch nicht verstanden, wie Zahlen aus Ziffern durch Stellenwerte zusammengesetzt werden. Wenn solche Verständnisgrundlagen fehlen, kommt der Lernprozess zum Stillstand. Deshalb ist es von entscheidender Bedeutung, dass Diagnosen sich immer auch am Verstehen orientieren und insbesondere auf früher behandelte Verstehensgrundlagen abzielen.



# Was sind Verstehensgrundlagen, und warum sind sie langfristig so wichtig?



In manchen Fächern hat man alle paar Wochen die Gelegenheit, wieder einzusteigen und verpasste Inhalte aufzuholen. Doch in Mathematik ist das nicht so einfach, da die Themen systematisch aufeinander aufbauen und wie eine Spirale immer wieder aufgegriffen werden. Wenn man also eine Grundlage verpasst hat, wird es immer schwieriger, die darauf aufbauenden Inhalte zu verstehen. In höheren Klassen ist es unerlässlich, dass man die vorherigen Themen

beherrscht, um neue Inhalte zu verstehen und anwenden zu können.

Das gilt auch für Suleika, die in der 2. Klasse das Verständnis für die Zusammensetzung der Zahlen durch ihre Ziffern nicht ausreichend erworben hat. Daher kann sie nun nur die einfachsten Subtraktionsaufgaben lösen, nicht die mit Übertrag. Ohne dieses Verständnis für den Aufbau des Stellenwertsystems wird es für sie noch schwieriger, später Dezimalzahlen zu begreifen, bei denen

„Verstehensgrundlagen zu fördern bedeutet für mich als Lehrerin, dass ich jedem Kind die Chance gebe, selbst Lernfortschritte zu erzielen, denn nur wenn ich mich frage, welche Verstehensgrundlagen sind eigentlich notwendig, um den Kern meines Unterrichts überhaupt erfassen zu können, nur dann gebe ich auch den Kindern, die noch Lücken haben im Verständnis, eine Möglichkeit, Lernfortschritte machen zu können.“



**Claudia Ademmer,**  
**Richard-von-Weizsäcker-Gesamtschule Rietberg,**  
**Netzwerkbegleiterin von „Mathe sicher können“ in NRW**

man auch die Bedeutung der Ziffern nach dem Komma verstehen muss. Das Stellenwertverständnis ist von enormer Bedeutung für das weitere Verständnis in der Mathematik.

Durch diesen unerbitterlich kumulativen Aufbau der Mathematik können sich fehlende Verstehensgrundlagen später zu einem echten Hindernis entwickeln. Dies ist ein zentraler Grund, warum manche Lernende in der Mittelstufe große Schwierigkeiten haben weiterzulernen. Dabei hat dies nichts mit mangelnder Begabung zu tun, sondern nur mit Lücken in den Verstehensgrundlagen.

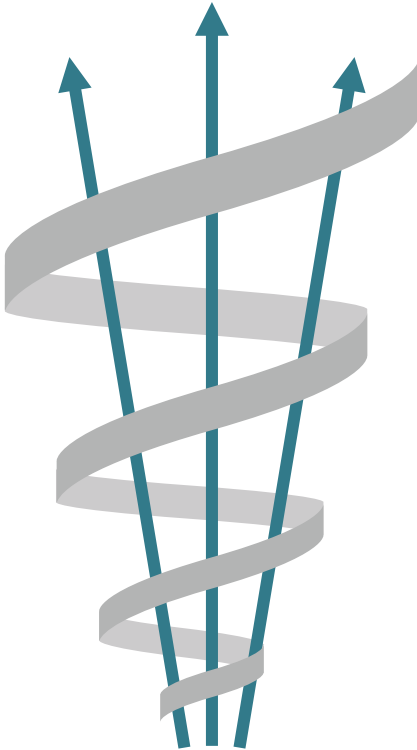
Selbst kleine Lücken im Verstehen in Klasse 2 können große Auswirkungen auf das spätere Lernen haben. Suleika zum Beispiel kann vielleicht noch einfache Aufgaben in Klasse 2 bewältigen, aber ohne ein fundiertes Verständnis der Stellenwerte wird es für sie schwierig, komplexe Konzepte in den höheren Klassen zu verstehen. Es gibt empirische Studien, die zeigen, dass Schülerinnen und Schüler, die bestimmte Grundlagen in Klasse 5 nicht beherrschen, bis Klasse 8 nichts nachhaltig dazu lernen können.

Dieser Teufelskreis muss durchbrochen werden, indem man an den Verstehensgrundlagen ansetzt und diese aufarbeitet, um anschlussfähiges Wissen zu erzeugen. Wenn in Klasse 2 aber im Unterricht für die schwächeren Kinder nur auf das Rechnen anstatt auf das Verständnis geachtet wird, dann werden diese Kinder um die Chance gebracht,

tatsächlich das zu lernen, was man braucht, um weiter zu lernen.

Wir können jedoch durch empirische Studien zeigen, dass die Jugendlichen weiterlernen können, wenn sie in Klasse 5 noch einmal Gelegenheit erhalten, die Lücken in den Verstehensgrundlagen aufzuarbeiten. Dann haben sie danach bessere Chancen, vom Mathematikunterricht der Klassen 5-10 etwas mitzunehmen. Und genau da setzt „Mathe sicher können“ an.

Wie viele Schülerinnen und Schüler sind von diesem Problem betroffen? Verschiedene Studien (z.B. VERA, PISA oder der IQB-Bildungstrend) zeigen immer wieder: Bundesweit brauchen mindestens ein Viertel aller Kinder tatsächlich ein erneutes Aufarbeiten der Verstehensgrundlagen. Die sind natürlich nicht gleichmäßig über alle Schulen verteilt, das bedeutet, dass es an einigen Schulen sogar noch mehr Betroffene gibt. Die Aufarbeitung dieser Grundlagen erfordert jedoch viel Zeit und kann nicht einfach im Unterricht in ein paar Minuten erledigt werden.



Stellenwertverständnis von  
Dezimalzahlen

$$4,43 = ???$$

Subtraktion mehrstelliger Zahlen

$$443 - 226 = 217$$

Stellenwertverständnis natürlicher Zahlen

$$443 = 1000 + 1000 + 300 + 200$$
$$200 - 600 = 4 - 4 - 3 - 2 - 2 - 6$$

**Systematischer Aufbau: Mathematik greift Inhalte wie in einer Spirale immer wieder auf**

# Wie bearbeitet „Mathe sicher können“ dieses Problem?

Um Verstehensgrundlagen aufzuarbeiten, benötigt man Zeit und Ruhe, um sich intensiv mit den betroffenen Kindern zu beschäftigen. Aus diesem Grund haben wir an der Universität Dortmund ein Diagnose und Förderkonzept entwickelt. „Mathe sicher können“ hilft bei

der komplexen Aufgabe, Verstehensgrundlagen aufzuarbeiten – eine Aufgabe, für die Lehrkräfte mindestens vier Dinge tun müssen:

- 1 Sie müssen identifizieren, welche Verstehensgrundlagen wichtig sind und was die Schüler verstehen müssen.
- 2 Sie müssen diagnostizieren, welche dieser Verstehensgrundlagen die Schüler bereits beherrschen.
- 3 Sie müssen je nach Aufarbeitungsbedarf, eine passende Förderung gestalten.
- 4 Lehrkräfte müssen die Fördereinheiten organisieren und dafür Gruppen einrichten sowie die Förderung im Stundenplan verankern, um sicherzustellen, dass sie tatsächlich stattfindet.



**Verstehensgrundlagen identifizieren**



**Verstehensgrundlagen diagnostizieren**



**Verstehensgrundlagen fördern**



**Förderung organisieren**



**Fördermaterialien für Lernende und Lehrkräfte:**  
**Die Förderhefte sind erhältlich bei Cornelsen und kostenlos verfügbar auf**  
**[mathe-sicher-koennen.dzlm.de](http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de)**

„Mathe sicher können“ unterstützt Lehrkräfte bei allen vier Jobs. Im Folgenden geht es zunächst darum, die essentiellen Verstehensgrundlagen überhaupt zu identifizieren.

Um Verstehensgrundlagen zu identifizieren, beginnen wir damit, diese als diejenigen Vorstellungen und Darstellungen zu definieren, die den formalen mathematischen Objekten ihre Bedeutung geben und ohne die anschlussfähiges Weiterlernen nicht möglich ist. Diese

sind somit als Grundlage für das Verständnis von Mathematik zu betrachten. Es ist jedoch nicht notwendig, dass jede Lehrkraft diesen Identifikationsprozess alleine durchführt, da die fachdidaktische Forschung inzwischen genau herausgefunden hat, welche Verstehensgrundlagen wirklich wichtig sind. Daher hat die Forschung sehr gute Vorarbeit geleistet und diese Grundlagen für die Förderung in „Mathe sicher können“ aufbereitet.

# Welche Verstehensgrundlagen sind in Klasse 5–7 aufzuarbeiten?

Wir haben das Fördermaterial in 45 Bausteine aufgeteilt, die alle wichtigen Inhalte abdecken. Der erste Block für die natürlichen Zahlen umfasst das Stellenwertverständnis (N1–N2) anhand von Würfelmaterialien, der Stellentafel und dem Zahlenstrahl. Der zweite dicke Block betrifft das Operationsverständnis, also das Verstehen von Multiplikation und Division. Denn erst wenn das Zahlenverständnis und das Operationsverständnis stimmen, ist ein erfolgreiches Rechnen möglich. Oftmals ist der Förderkurs Klasse 5 jedoch schon vorbei, bevor die Schülerinnen und Schüler beim Rechnen angekommen sind.

Das Inhaltsverzeichnis unseres „Mathe sicher können“-Fördermaterials gibt einen Überblick über alle Bausteine, auch für Brüche und Dezimalzahlen und das Heft zum Sachrechnen.

Alle Materialien, die wir für die Förderung entwickelt haben, stehen komplett online zur Verfügung und sind frei zugänglich.

Wenn wir uns um diese Grundlagen kümmern, können die Kinder ihr Wissen aufbauen und sind in der Lage, auch die eigentlichen Inhalte der Klassen 5–7 und darüber hinaus zu verstehen.










	<b>N1</b>	Stellenwertverständnis
	<b>N2</b>	Zahlenstrahl
	<b>N3</b>	Addition und Subtraktion verstehen
	<b>N4</b>	Multiplikation und Division verstehen
	<b>N5</b>	Verständiges Addieren und Subtrahieren
	<b>N6</b>	Verständiges Multiplizieren und Dividieren
	<b>N7</b>	Schriftliches Addieren und Subtrahieren
	<b>N8</b>	Schriftliches Multiplizieren und Dividieren


**MSK-Bausteine zu  
Natürlichen Zahlen  
für Klasse 3 – 5**



Um Verstehensgrundlagen ernst zu nehmen, müssen wir uns auf die Schwerpunktsetzung konzentrieren. Der parallele Aufbau der Bausteine für die natürlichen Zahlen und die Brüche zeigen, wie wichtig die Reihenfolge von

Zahlenverständnis, Operationsverständnis und dann erst das Rechnen ist. Wenn wir uns um diese Verstehensgrundlagen kümmern, sind die Schülerinnen und Schüler wieder anschlussfähig für alle weiteren Inhalte.

	<b>B1</b> Brüche als Anteile
	<b>B2</b> Gleichwertige Brüche verstehen
	<b>B3</b> Brüche und Prozente ordnen
	<b>B4</b> Mit Brüchen rechnen
	<b>D1</b> Stellenwerte von Dezimalzahlen verstehen
	<b>D2</b> Dezimalzahlen ordnen und vergleichen
	<b>D3</b> Dezimalzahlen addieren und subtrahieren
	<b>D4</b> Dezimalzahlen multiplizieren und dividieren
	<b>DB</b> Zusammenhang Dezimalzahlen – Brüche

	<b>S1</b> Längen- und Flächeninhalte verstehen
	<b>S2</b> Diagramme verstehen und nutzen
	<b>S3</b> Prozentverständnis
	<b>S4</b> Proportionalität verstehen
	<b>S5</b> Textaufgaben lesen und verstehen
	<b>S6</b> Schätzen

**MSK-Bausteine zu Brüchen und Dezimalzahlen für Klasse 6 – 7**



**MSK-Bausteine zu Sachrechnen für Klasse 3 – 7**



# Wie sind die Bausteine aufgebaut?

 **Verstehensgrundlagen identifizieren**

 **Verstehensgrundlagen**

**A1** Gleichwertigkeit in Bruchstreifen entdecken und verstehen

**A2** Gleich große Anteile mit und ohne Streifen informell finden

**B1** Verfeinerungsstrukturen in Streifen entdecken & verinnerlichen

**B2** Rechenregel des Erweiterns / Kürzens begründen & nutzen

**Baustein B2A: Gleichwertige Anteile in Bruchstreifen**

- Gleich große Anteile in Bruchstreifen
- Zeichne in jeden Streifen einen Anteil:  $\frac{5}{8}$
- Beschreibe, wie du den letzten Anteil
- Gleich große Anteile mit und ohne Streifen
- Gib zwei Brüche an, die genauso groß sind. Erkläre, warum sie gleich groß sind.
- Leas Kuchen hat 8 Stücke. Sie isst 4 genauso groß, hat aber 18 kleinere Stücke gegessen? Erläutere deinen Lösungsweg.

**Baustein B2B: Gleichwertige Brüche durch Erweitern**

- Gleichwertige Anteile im Kopf finden
- Stelle dir  $\frac{3}{12}$  und  $\frac{2}{6}$  in Bruchstreifen vor. Welcher Streifen hat eine feinere Einteilung, also mehr Felder?
- Finde zwei verschiedene Brüche, die gleichwertig sind.

- Gleichwertige Brüche durch Erweitern
- Erweitere die Brüche:
  - Erweitere mit 7:  $\frac{3}{5} = \frac{\quad}{\quad}$
  - Erweitere die Brüche:  $(1) \frac{2}{12} = \frac{10}{\quad}$  Erweitert wurde mit  $\frac{\quad}{\quad}$
  - Kürze die Brüche:  $(1) \frac{25}{220} = \frac{5}{\quad}$  GeKürzt wurde mit  $\frac{\quad}{\quad}$

Das Identifizieren der Verstehensgrundlagen erfolgt auf Ebene der Bausteine, wie die Liste auf der vorigen Seite zeigt. Aber auch innerhalb jedes Bausteins müssen jeweils die relevanten Teilaspekte eines Themas identifiziert und in einem Lernpfad sinnvoll angeordnet werden. Ein Beispiel dafür ist hier für die Gleichwertigkeit von Brüchen abgebildet: Der Lernpfad hat vier Stufen, sie sind über die zwei B2A und B2B verteilt. Zunächst muss die Gleichwertigkeit von Brüchen in Bruchstreifen entdeckt und

verstanden werden. Dann können gleich große Anteile mit und ohne Streifen informell gesucht und gefunden werden. Die Ablösung von den informellen, graphischen Such-Wegen wird eingeleitet, indem Verfeinerungsstrukturen in Streifen entdeckt und verinnerlicht werden, bevor damit die Rechenregeln des Erweiterns und Kürzens entdeckt und begründet werden. Erst danach sollen die Kinder auch ohne Bezug zu Bildern die formalen Rechenregeln nutzen und routinisieren.





**Bildern und Situationen finden**

er finden  
eil ein, der genauso groß ist wie  $\frac{6}{8}$ .

eil gefunden hast.

**Streifen finden**

8 sind wie  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{2}{5} = \frac{\square}{\square}$   
(z.B. im Bild oder einer Situation).

Stücke davon. Pauls Kuchen ist  
Stücke. Paul isst **denselben Anteil**  
ke von den 18 Stücken hat er also  
weg (z.B. mit einem Bild).

**Nach Erweitern und Kürzen finden**

en  $\frac{10}{12}$   
or.  
nteilung.

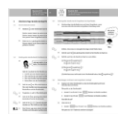
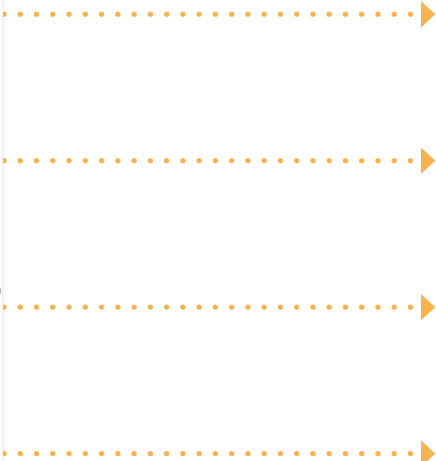
genauso groß sind wie  $\frac{12}{36}$ .

ern und Kürzen finden

(2) Kürze mit 6:  
 $\frac{24}{36} = \frac{\square}{\square}$

(2)  $\frac{8}{12} = \frac{\square}{\square}$  Erweitert wurde mit \_\_\_\_.

(2)  $\frac{55}{60} = \frac{\square}{\square}$  GKürzt wurde mit \_\_\_\_.



Diese Entscheidungen, auf welche Schritte in dem Lernpfad es ankommt, müssen Lehrkräfte nicht allein treffen, das „Mathe sicher können“-Design-Team hat viel Forschung investiert und rezipiert, um die wichtigsten Lernschritte auszuwählen und in einer geeigneten Reihenfolge auf dem Lernpfad anzuordnen. Erst danach wurde zu jedem Schritt eine Diagnoseaufgabe entworfen. Dadurch ist das Diagnose- und Fördermaterial jetzt ganz eng aufeinander abgestimmt:

Zu jeder Diagnoseaufgabe gehört genau eine gleich lautende Fördereinheit, die zwei bis drei Seiten umfasst. Oft ist dies auch gleichzeitig der Umfang für zwei bis drei Stunden Förderunterricht, die man entlang des Lernpfads unterrichten kann. Die Diagnoseergebnisse fließen dann in die Gespräche mit den Kindern ein. So unterstützt das Material aus „Mathe sicher können“ Lehrkräfte dabei, die Verstehensgrundlagen zu identifizieren, zu diagnostizieren und zu fördern.



## FÖRDERUNG ORGANISIEREN

- Wie lassen sich Fördergruppen organisieren?
- Welche Materialien stehen bereit?
- Wie kann das Konzept auch im Regelunterricht integriert werden?

# Wie lassen sich Fördergruppen gestalten und organisieren?

In diesem Abschnitt geht es um die Organisation von Fördermaßnahmen entlang unserer vier Prinzipien:



## Langfristigkeit statt Kurzfristigkeit

Im Gegensatz zur Nachhilfe sollte die Förderung langfristig angelegt sein, da es häufig erforderlich ist, Verstehensgrundlagen aus vorangehenden Schuljahren erneut zu erarbeiten. Dies sollte auch den Eltern verdeutlicht werden, dazu haben wir einen Eltern-Info-Film gedreht.



## Verstehensorientierung

Es geht in „Mathe sicher können“ um den Aufbau von Verständnis, sowohl für Zahlen als auch für die Operationen. Das muss dem Training der Rechenfertigkeiten vorgelagert werden.



## Diagnosegeleitetheit

Um die Förderung diagnosegeleitet zu gestalten, sollen zunächst die Denkweise der Kinder ermittelt werden. Dazu verwenden wir kurze Tests, die wir „Standortbestimmungen“ nennen. Jede Standortbestimmung wird von einer passenden Fördereinheit begleitet, die aus 1 – 3 Seiten Fördermaterial besteht. Die Tests dauern etwa zehn Minuten.



## Kommunikations- förderung

Das Verständnis für Verstehensgrundlagen können schwächere Lernende nicht im Selbstlernbetrieb erwerben. Für Rechenfertigkeiten mag das funktionieren, das erfolgt oft durch Vormachen und Nachmachen. Aber um Verständnis aufzubauen, ist Kommunikation mit einer Lehrkraft unerlässlich, weshalb Kommunikationsförderung unser viertes Prinzip ist.

Aus diesem Grund bevorzugen wir die Förderung in kleinen Gruppen, in denen maximal acht Kinder während 45 Minuten intensiv miteinander sprechen. Da dies für schwächere Lernende oft ungewohnt ist, ist eine Lehrkraft erforderlich, die die Gruppe moderiert. Wir konzentrieren uns auf Kinder, die noch nicht in der Lage sind, tiefgehend miteinander zu kommunizieren.

Über 300 Schulen in sechs Bundesländern haben solche Fördergruppen bereits eingeführt, und es ist faszinierend zu sehen, wie sich dies in den Schulen entwickelt. Die Schulen haben zwei verschiedene Methoden entwickelt, um Kinder für diese Fördergruppen auszuwählen. Einige Schulen machen die Standortbestimmung immer mit der ganzen Klasse und wählen dann spezifisch diejenigen Kinder aus, die an einem bestimmten Thema noch arbeiten müssen. Andere Schulen wählen Kinder für

ein ganzes Halbjahr aus, um mit stabilen Fördergruppen zu arbeiten. Die Standortbestimmung wird dann nur direkt in der Fördergruppe durchgeführt und mit den Ergebnissen der Kinder fortgesetzt. Einige Schulen planen auch Intensivförderkurse in den Ferien oder am Wochenende, in denen ganze Tage lang mit „Mathe sicher können“ gearbeitet wird.

Es ist wichtig, dass die Förderung einen festen Platz im Stundenplan erhält. Bei den meisten Schulen findet sie einmal pro Woche statt. Dabei sollten sie vor Vertretungsunterricht und Ausfall geschützt werden. Jeder Baustein erfordert zwei bis drei Fördersitzungen, und es empfiehlt sich, mit einer Standortbestimmung für den nächsten Baustein abzuschließen, damit man bis zur nächsten Sitzung einen Überblick behält und daran anknüpfen kann.



***Bild aus einer Förderung mit „Mathe sicher können“***

# Welche Materialien stehen bereit?



Förderung organisieren

Wöchentliche Fördergruppe mit max. 8 Kindern



Verstehensgrundlagen diagnostizieren

Kinder füllen Standortbestimmung für Baustein aus (10 min am Ende der Stunde)



Verstehensgrundlagen fördern

Lehrkraft wertet Standortbestimmung aus mit Handreichung

Gemeinsam wird der Förderbaustein erarbeitet und Fehlvorstellungen aufgegriffen (2 – 3 Sitzungen)

## **Ablauf einer Förderung**

Die Standortbestimmung ist online in den Handreichungen frei verfügbar. Dort findet man detaillierte Hinweise, welche Fehler typischerweise auftauchen und wie die Ideen der Kinder zu deuten sind. Dieses Hintergrundwissen ist wichtig, um in den Fördergesprächen Fehlvorstellungen auszuräumen und die Denkweisen der Kinder genauer zu verstehen, was entscheidend ist. Die Diagnose endet nicht mit schriftlichen Aufzeichnungen, sondern geht im Gespräch mit den Kindern weiter. Viele

Lehrkräfte arbeiten gemeinsam, um die Antworten der Kinder zu diskutieren und die nächste Fördersitzung vorzubereiten. Die gemeinsame Vorbereitung ist besonders hilfreich für diejenigen, die diese Grundlagen noch nie unterrichtet haben. Der Umgang mit dem Arbeitsmaterial in der Fördergruppe ist von großer Bedeutung, wie beispielsweise das Würfelmaterial für das Stellenwertverständnis, da es den Lernenden ermöglicht, mathematische Vorstellungen aufzubauen.

Für Schulen, die nicht über solches Arbeitsmaterial verfügen, haben wir einen Materialkoffer zusammengestellt, der alles enthält, was für eine gute Schul-Materialsammlung erforderlich ist. Insgesamt hat unser Dortmunder Team in die Weiterentwicklung des Materials 21 Arbeitsjahre investiert, was zeigt, dass dies nicht alleine zu bewältigen ist. Wir sind dankbar für das Engagement der Telekom Stiftung, das es uns ermöglicht, das gedruckte Material kostenlos online zur Verfügung zu stellen.

***Materialkoffer  
für Schulen***



# Wie kann das Konzept auch im Regelunterricht integriert werden?

Es ist sinnvoll, zu Beginn der Förderung eine Konzentration auf wenige Kinder zu legen, bevor diese später in den Regelunterricht integriert wird. Wenn jedoch viele Schülerinnen und Schüler dieselben Verstehensgrundlagen benötigen, kann das „Mathe sicher können“-Material auch mit der gesamten Klasse bearbeitet werden. Einige Schulen entscheiden sich sogar dafür, die Bausteine

zu Brüchen und Dezimalzahlen direkt mit der ganzen Klasse einzuführen, um gleich mit allen Kindern verstehensorientiert arbeiten zu können. Hierbei sollte jedoch bedacht werden, wie man im Klassenunterricht genügend Kommunikation für alle Lernenden ermöglicht und sicherstellt, dass alle miteinander ins Gespräch kommen und ausreichende Anleitung erhalten.

„Im Klassenunterricht lege ich noch mehr Wert als früher auf Kommunikation. Das ist natürlich zum einen die Kommunikation der Schüler mit mir. Es ist aber auch die Kommunikation der Kinder untereinander, also beispielsweise in Partnerarbeit oder in Gruppenarbeit. Ich lasse sie, wann immer es geht, Aufgaben gemeinsam bearbeiten und über Lösungswege sprechen. Wobei ich natürlich immer herumgehe, kontrolliere, ob sie sich wirklich über mathematische Zusammenhänge unterhalten. Aber ich unterstütze natürlich auch sehr viel und ermutige sie und gebe kleine Hilfestellungen und auf diese Art und Weise kommt es wirklich immer häufiger zu sinnvollen Diskussionen über Mathematik.“

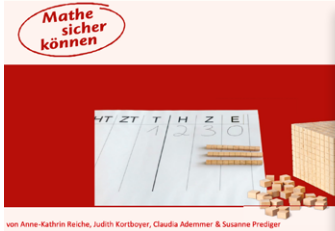


**Sabine Pendl,**  
**Lehrerin und Netzwerkbegleiterin von**  
**„Mathe sicher können“ in Berlin**



## Die 5-Minuten-Mathe-Kartei

Handlungsorientierte Aktivitäten zur Sicherung mathematischer Verstehensgrundlagen in Klasse 5/6



von Anne-Kathrin Reiche, Judith Kortboyer, Claudia Ademmer & Susanne Preißner



### „Mathe sicher können“-5-Minuten-Kartei

Für einige Inhalte, wie das Multiplikations- und Divisionsverständnis, ist zu überlegen, sie in Klasse 5 immer mit der ganzen Klasse zu thematisieren, da dies die Motivation derjenigen steigert, die in Fördergruppen gehen, und den Lehrkräften die Möglichkeit gibt, die Themen auch in Klassenarbeiten aufzugreifen. Um Inhalte spielerisch aufzugreifen, kann die 5-Minuten-Kartei verwendet werden, um das, was im Klassenunterricht gemacht wird, mit den Aktivitäten in den Fördergruppen zu ergänzen. In der 5-Minuten-Kartei werden zu jedem Baustein spielerische Aktivitäten angeboten, die als Wiederaufwärmen der Verstehensgrundlagen dienen. Sie merken dabei, wer noch eine intensivere Erarbeitung braucht, und wer sich nur kurz erinnern musste. Jedoch können diese kurzen Klassenaktivitäten die festen Fördergruppen nicht ersetzen.

Es ist auch wichtig, die Eltern über den Zweck der Förderung zu informieren, da sie oft erwarten, dass sich die Förderung sofort auf den aktuellen Unterrichtsstoff auswirkt. Stattdessen müssen langfristige Lücken aufgearbeitet werden, die sich auf das aktuelle Lernen auswirken werden, aber erst übermorgen und dann über die gesamte Sekundarstufenzeit hinweg. Stattdessen sollten wir bei den Eltern für die Idee der Verstehensorientierung werben, da diese oft nicht vertraut ist. Wenn die Eltern ihre Kinder stärken, kommen die Kinder noch lieber in den Förderunterricht, da sie genießen, dass sich jemand so intensiv mit ihnen beschäftigt. In dem Eltern-Film und der Infobroschüre für Eltern werden diese Ideen vermittelt. Der Film ist frei zugänglich unter <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/film/eltern>.



## VERSTEHENSGRUNDLAGEN DIAGNOSTIZIEREN

- Wie können wir ermitteln, wie die Kinder wirklich denken?
- Wie ermittelt man, wer Verstehensgrundlagen aufarbeiten sollte?
- Wie ermittelt man, was die Kinder aufzuarbeiten haben und wo wir sie abholen können?

# Worauf ist beim Diagnostizieren zu achten?

In diesem Abschnitt steht die Frage im Zentrum, was wir genau mit dem Diagnostizieren von Verstehensgrundlagen meinen und worauf wir dabei achten müssen. Diagnose hat verschiedene Zwecke und wird oft mit medizinischen Untersuchungen in Verbindung gebracht. In Bezug auf Mathematik geht es jedoch nicht nur darum, Probleme aufzudecken, sondern auch um die Identifizierung des mathematischen Potenzials der Lernenden.

Um Verstehensgrundlagen treffsicher aufzuarbeiten, müssen wir zwei Dinge diagnostizieren: Wer muss daran arbeiten und was genau müssen sie aufarbeiten?

Die Wer-Frage lässt sich mit standardisierten Diagnoseinstrumenten wie dem Basis-Math-G relativ schnell beantworten. Doch diese Instrumente geben uns wenig Aufschluss darüber, wie die Kinder tatsächlich denken.

Für die Was-Frage braucht es ein tiefgehendes Hinsehen. Hierbei ist es wichtig, nicht nur die Rechenfertigkeiten, sondern auch das Verständnis der Kinder unter die Lupe zu nehmen. Leider überprüfen viele Online-Diagnosetools nur die Rechenfertigkeiten und bieten dann ein Training, das zu den Fehlern passt. Verstehensorientierte Online-Diagnosetools entstehen dagegen derzeit erst langsam, die meisten vernachlässigen das Verständnis.

Bei „Mathe sicher können“ dagegen konzentrieren wir uns auf Verstehensgrundlagen, die teilweise bereits zwei oder drei Jahre zurückliegen. Denn wir wissen aus der Forschung, dass diese Grundlagen aus Klasse 2 entscheidend sind, um das Wissen der Kinder für die Sekundarstufe anschlussfähig zu machen.

”

**Um Verstehensgrundlagen treffsicher aufzuarbeiten, müssen wir zwei Dinge diagnostizieren: Wer muss daran arbeiten und was genau müssen sie aufarbeiten?**

“

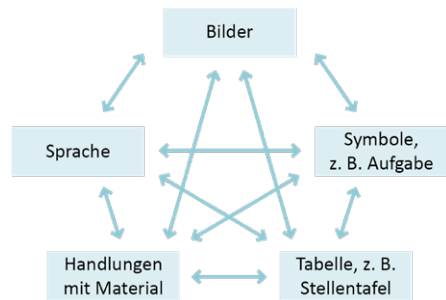
# Wie diagnostiziert man nicht nur Oberflächenwissen, sondern Verständnis?

Dass viele Verstehenslücken unentdeckt bleiben, liegt daran, dass viele Aufgaben auch mit Oberflächenwissen beantwortet werden können, über das auch schwache Lernende zuweilen verfügen. Beim Diagnostizieren stellt sich daher die große Herausforderung, oberflächliches Wissen zu entlarven. Typische Standard-Aufgaben zeigen gewisse Probleme nicht auf, wie zum Beispiel die rechts stehende Standardaufgabe zur Ermittlung des Stellenwertverständnisses: Wenn nur das Eintragen in die Stellentafel verlangt wäre, dann wäre Ahmed erfolgreich durchgerutscht, denn er trägt die Zahl richtig ein. Erst durch das nochmalige Herausschreiben der Zahl wird sein Halbwissen aufgedeckt, weil er die Ziffern mit den zerlegten Zahlen noch nicht gut übereinander bringt. Emma kann auch bei Standardaufgaben eine mechanisch richtige Vernetzung von Zahlwörtern und Stellentafel herstellen. Wenn sie jedoch in die Zifferndarstellung übersetzt, zeigt sich, dass sie das Verständnis dafür nicht aufgebaut hat, was die Stellentafel bedeutet. Nur durch Aufgaben mit kleinen Haken (wie einer Null bei den Zehnern) wird deutlich, wie weit verbreitet diese Schwächen sind.

So konnten in einer größeren Studie von insgesamt 583 Kindern 22 % die Aufgabe nicht bewältigen. Bei der Diagnose lohnt es sich daher Aufgaben zu stellen, die oberflächliches Wissen entlarven und tatsächlich in die Tiefe gehen, um sicherzustellen, dass die Kinder das Konzept wirklich verstanden haben.

In vielen unserer Standortbestimmungen werden solche Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungen verlangt, z.B.

- Hier hast du die Zahlwörter, übersetze sie in die Stellentafel und Ziffernschreibweise
- Hier hast du eine Aufgabe, übersetze das in eine Textaufgabe
- Welches Bild und welche Aufgabe gehört zu dieser Handlung mit dem Material?



**Diagnose durch Darstellungsvernetzung**

Durch diese Übersetzungsprozesse erhalten wir einen Einblick in das Denken der Lernenden, insbesondere wenn sie auch explizit erklären sollen, wie genau die beiden Darstellungen zusammenpassen, also die Darstellungen nicht nur wechseln, sondern auch vernetzen. Das Dortmunder Designteam hat für jede Diagnoseaufgabe untersucht, welche typischen Fehler passieren.

Die Auswertungshinweise in den Handreichungen helfen dann die Fehler zu deuten. Manchmal gehört zu einem Fehler eine spezielle Förderaufgabe, in der genau dieser Fehler bearbeitet wird. Oft fängt man aber einfach die Bearbeitung der Fördereinheit vorne an und versucht, dann an der passenden Stelle mit den Kindern nochmal zu sprechen.

a) Schreibe als Zahl auf: 1 Tausender, 5 Hunderter, 3 Einer

Zahl in der Stellentafel:

0 Zehner

T	H	Z	E
1	5	0	3

1503

**Standard-  
aufgabe**

a) Schreibe als Zahl auf: 1 Tausender, 3 Hunderter, 4 Einer

Zahl in der Stellentafel:

Die Zahl heißt:

T	H	Z	E
1000	300		4

1000 300 4

**Ahmed**

a) Schreibe als Zahl auf: 1 Tausender, 5 Hunderter, 3 Einer

Zahl in der Stellentafel:

Die Zahl heißt:

T	H	Z	E
1	5	0	3

153

**Emma**

# Wie lassen sich Diagnosen im Gespräch vertiefen?

Oft geht das Diagnostizieren in der Fördersituation weiter, denn in Gesprächen mit den Kindern kann man viel mehr über ihr Denken erfahren als nur durch schriftliche Tests.

Diagnostische Gespräche helfen Lehrkräften dabei, die Verstehenslücken und Potentiale ihrer Lernenden zu identifizieren. Durch gezielte Nachfragen können sie herausfinden, welche Gedankenprozesse hinter den Antworten der Lernenden stecken. Gerade im Gespräch kann man Oberflächenwissen aufdecken und tiefergehende Fragen stellen.

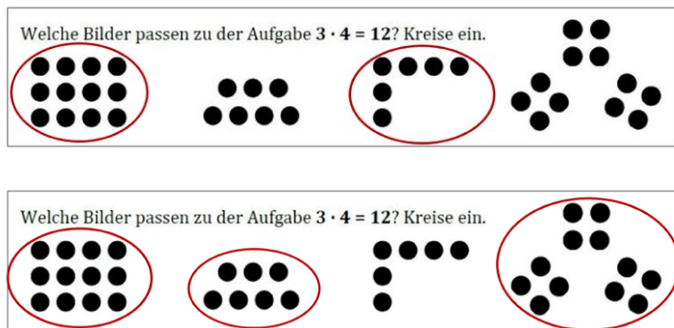
Ein Beispiel für ein diagnostisches Gespräch hat Kathrin Akinmunmi als Lehrerin mit ihren Lernenden geführt, nachdem sie sich die Standortbestimmungen der Kinder angeschaut hat. Das Zuordnen von  $3 \cdot 4$  zum Standard-Bild, das gelang beiden Kindern gut. Erst die anderen Bilder zeigten, dass das Multiplikationsverständnis möglicherweise noch nicht so gut ausgebildet war.

In dem verschriftlichten Gesprächs-Beispiel im Kasten zeigt sich, dass weder Belmin noch Gülcan nur die beiden Zahlen 3 und 4 fokussieren, aber sich um die multiplikative Struktur von  $3 \cdot 4$  nicht kümmern. Daher werden in ersten Förderaufgaben viele Gelegenheiten geboten, die Bündelstrukturen „drei Vierer“ zu versprachlichen.

Das Gesprächsbeispiel zeigt auch, mit welchen Strategien es der Lehrerin gelingt, auch diejenigen Kinder zum Sprechen zu bringen, die normalerweise nicht gerne sprechen.

Bei der Förderung ist es wichtig, an dem anzuknüpfen, was die Kinder mitbringen, und die Lehrerin entwickelt schnell Ideen, wie sie mit beiden Kindern zusammenarbeiten kann. Obwohl sie kein individuelles Programm für die Lernenden erstellt, weiß sie, mit wem sie speziell über was sprechen muss. Für Belmin besteht beispielsweise die Notwendigkeit, zu klären, was es bedeutet, dass ein Bild passt und wie die multiplikative Struktur funktioniert. „Ein Bild passt“ heißt, „ich sehe nicht nur die drei und die vier, sondern ich sehe auch die Zwölf und vor allem die Multiplikation“. Die Lehrerin wird das bei Gülcan aufgreifen, da sie die drei Vierer-Würfelbilder erfolgreich erkannt hat. Es ist wichtig, auf die positiven Anknüpfungspunkte aufzubauen, um ihr Selbstvertrauen zu stärken und sie zu ermutigen. Aber neben diesen pädagogischen Gründen gibt es auch didaktische Gründe: Lernen bedeutet immer, mit Vorhandenem zu verknüpfen. Wenn wir die Anknüpfungspunkte gut aussuchen, sind diese produktiver als zufällige Verknüpfungspunkte, die die Kinder sonst wählen könnten.

**Schriftliche Bearbeitung der Diagnoseaufgabe durch Belmin (oben) und Gülcan (unten), beide 6. Klasse**



**Anschließendes Diagnosegespräch mit der Lehrerin zu Beginn der Förderung mit Kathrin Akinmunmi, TU Dortmund, „Mathe Sicher können“-Team und den Lernenden Belmin und Gülcan**

Lehrkraft: „Wieso passt das hier?“

Belmin: „Weil hier drei sind und dann ist hier schon drei und dann mit oben vier und drei mal vier.“

Lehrkraft: „Dann hier zu dem Nächsten. Warum sagst du, das passt. Warum sagst du das passt nicht?“

Belmin: „Weil das eigentlich hier so zusammen ist. Weil ich hab das so gelernt, dass man das, das was unten geht, das dann zum Beispiel, wenn nicht, wenn hier jetzt drei nach unten gehen würden und die noch zwei Pünktchen ja da wird das so drei mal vier.“

Lehrkraft: „Mhm. Also das heißt das passt nicht zu drei mal vier weil es nicht nach unten geht und nur daneben ist?“

Belmin: „Ja.“

Lehrkraft: „Mhm. Und du meinst das passt? Warum passt das?“

Gülcan: „Jetzt, also hier sind ja drei Punkt und hier vier also liegt hier ja drei mal vier.“

# Inwiefern dienen die Standortbestimmungen einer förderorientierten Diagnose?



”

„Mathe sicher können“ ist cool, weil viel gemeinsam besprochen wird.“

“



”

„Mathe sicher können“ ist gut, weil ich verstanden wurde.

“

Die Kinder mögen „Mathe sicher können“, weil sie ihr Denken wertgeschätzt fühlen und auch merken, dass ihnen die Lehrkraft besser zuhören kann als im normalen Betrieb. Die Materialien helfen den Erwachsenen, die Kinder zu verstehen, um treffsicher an ihrem Denken anzusetzen.

Erfahrene Lehrkräfte schätzen die Diagnose und Förderung, weil sie exakt aufeinander abgestimmt sind, zu jeder Diagnoseaufgabe gehören genau 2 – 3 Seiten Fördermaterial (siehe Abbildung auf S. 16 – 17).

Was genau diagnostiziert werden muss, das muss man sich für jedes einzelne Thema genau überlegen. Zur Unterstützung dabei sind in den Handreichungen hilfreiche Anleitungen enthalten. Wie die Umsetzung in der Förderung konkret aussieht, wird im vierten und letzten Abschnitt thematisiert.



„Daraufhin sind Items, Testitems entwickelt worden, die die helfen, da zentrale Fehlvorstellung und Verstehenshürden zu lokalisieren. Vor allen Dingen aber habe ich als Lehrkraft, die mit diesen diagnostischen Tools arbeitet, die Möglichkeit, nachdem ich festgestellt habe, wo man einzelner Schülerinnen und Schüler steht, ganz konkret Fördermaterialien zu verwenden, die an der Stelle greifen, wo der Schüler oder die Schülerin steht. Ich bin also hin, nachdem ich festgestellt habe, wo mein Schüler steht, nicht allein gelassen, sondern habe Möglichkeiten, die ganz konkret zu fördern. Und das in dieser Kombination ist sicherlich dann etwas ganz Besonderes von ‚Mathe sicher können‘.“



***Natalie Ross,***  
***„Mathe sicher können“-Netzwerkkoordinatorin in Hamburg***



## VERSTEHENSGRUNDLAGEN FÖRDERN

- Wie können die Verstehensgrundlagen konkret aufgearbeitet werden?
- Wie kann man verhindern, dass die Kinder lediglich kurzfristige Aufgabenbewältigung im Blick haben und sich nicht auf langfristige, tiefgehende Lernprozesse einlassen?
- Worauf muss man beim Umgang mit den Darstellungen und Arbeitsmitteln achten?

# Wie kann man überwinden, dass Kinder nur kurzfristige Aufgabenbewältigung im Blick haben?

Sobald die Fördergruppen eingerichtet und das Material bereitgestellt sind, beginnen die meisten Förderlehrkräfte mit der Planung und Überlegung, wie sie die Förderung effektiv gestalten können. Fördergespräche mit Kindern, die langsamer denken, erfordern eine andere Herangehensweise als die täglichen Klasesgespräche. In solchen Situationen können Lehrkräfte sich nicht mehr auf die Kinder verlassen, die normalerweise

alles ohne Probleme erklären können. Aus diesem Grund entwickeln viele Lehrkräfte ihre Gesprächsführung systematisch weiter, insbesondere durch die Diskussion ihrer Erfahrungen in Fortbildungen oder Schulteams.

Um die Schwierigkeiten in der Förderung zu verdeutlichen, hat Anne Reiche für uns eine Szene erdacht und zwei Versionen des Gesprächs aufgezeichnet.

„Im Förderunterricht versuche ich jetzt noch weniger als früher einzugreifen und den Kindern wirklich so viel Zeit zu geben wie nötig, um ihre eigenen Antworten zu finden und zu formulieren. Auf die Weise entwickeln Sie ein echtes Verständnis für die Aufgabenstellung und für die mathematischen Zusammenhänge und können wirklich ihre eigene Kompetenz erleben, weil sie merken, dass Sie eigene Lösungswege finden können.“



**Sabine Pendl,**  
**Lehrerin und Netzwerkbegleiterin von**  
**„Mathe sicher können“ in Berlin**

**Szene 1 als überzeichnetes Negativbeispiel mit Anne Reiche, Didaktische Leiterin der Gesamtschule Kierspe (Lehrkraft) und Schülerin Mia**

Lehrkraft: „Ok, könntest du bitte einmal die Aufgabenstellung vorlesen?“


Mia: „Trage zuerst die Zehnerzahlen ein. Verbinde dann die Zahlenkarten mit dem Hunderterstrahl.“

Lehrkraft: „Okay. Die Zehnerzahlen, das ist ja klar. Das sind ja die Zahlen, 25. 55, 85. Das sind Zehnerzahlen. Könntest du die hier mal eintragen auf den Zahlenstrahl? Wo glaubst du denn muss die 25 hin? Hier haben wir ungefähr die Mitte, die 50. Willst du das mal markieren?“

Mia: „Ok.“

**Zahlen am Hunderterstrahl eintragen**

c) Trage die Zahlen so genau wie möglich ein.  
Welche Zehnerzahlen helfen dir? Trage auch sie ein.



**Aufgabe**



„Vielleicht ist die Szene ein bisschen übertrieben, aber tatsächlich geht es so ganz vielen Studierenden und Neueinsteigern, wenn sie das erste Mal fördern. Die Schwierigkeit ist sich darauf einzulassen, dass Kinder anders denken und dies auch anders ausdrücken, als ich, die erwachsen bin. In dem Gespräch habe ich dem Mädchen kaum Raum gelassen, selbstständig zu denken. Ich war diejenige, die den Verlauf gesteuert hat. Sie hatte

überhaupt keine Chance mir ihre Gedanken mitzuteilen. Ich habe in der Förderung überhaupt nicht gemerkt, ob das Mädchen die Mathematik, die dahinter steckt, überhaupt verstanden hat. Das wird in der Förderung ganz oft in bester Absicht gemacht, aber die Kinder haben dadurch viel zu wenig Raum selbst ins Denken zu kommen.“

**Anne Reiche, Didaktische Leiterin der Gesamtschule Kierspe**

**Szene 1 als überzeichnetes  
Negativbeispiel mit Anne Reiche,  
Didaktische Leiterin der Gesamtschule  
Kierspe (L) und Schülerin Mia (M)**

L: „Kannst du bitte einmal die Aufgabenstellung vorlesen.“

S: „„Welche Zahlen kommen in die freien Felder?““

L: „Was musst du machen?“

S: „Also hier ist der Zahlenstrahl und hier sind halt die Zahlen angegeben und da wo die Felder frei sind soll ich dann die ungefähren Zahlen hinschreiben.“

L: „Die ungefähren Zahlen, oder hier in dem Fall, was musst du genau machen?“

S: „Also da, wo die Zahlen, also da wo der Strich ist und man dann denkt, da ist die Zahl, die dann da hinschreiben kann.“

L: „Genau. Also die genaue Zahl hinschreiben. Wie willst du vorgehen? Wie würdest du die Zahl jetzt benennen?“

S: „Also ich würde da die 50 hinschreiben, weil hier ist ja halt auch ein großer Abstand von der 350. Ja.“

L: „Warum die 50? Das hast du dir einfach ausgedacht? Oder –“

S: „Nein, weil hier ist ja auch immer so ein bisschen und wenn man sich dann hier so denkt hier wäre dann so die 300, dann hier ungefähr die 200 und hier die 100 ein bisschen und dann würde da die 50 passen.“

L: „Schau mal, von der 350 bis zu 500, ja, wie groß ist der Abstand?“

S: „Ähm, 150 mit einem Schritt.“

L: „Mit so einem Bogen kennst du das?“

S: „Mit einem Plus dahinter.“

L: „Kannst du gerne machen so wie du das kennst. Was fällt dir jetzt auf, wenn du dir das noch mal anschaust?“

S: „Das ist der gleiche Abstand.“

L: „Das heißt, wie könnte die Zahl jetzt heißen?“

S: „150.“

L: „150, meinst du. Wie hast du das denn berechnet?“

S: „Na, das ist der gleiche Abstand. Und hier ist ja noch ziemlich am Anfang und dann würde das am logischsten sein.“

L: „Das heißt, wenn hier bisher sind 150. Magst du den Bogen noch mal drüber zeichnen. Wir haben gerade gehabt von 500 – 150 sind 350. Was müssen wir jetzt machen?“

S: „Also Minus. Also die Zahl – 105.“

L: „Super! Und das ist? Jetzt ne schriftliche Nebenrechnung, oder kannst du das im Kopf?“

S: „Ich kann es auch mit schriftlich.“

L: „Sehr gut!“

Der berichtete Weg von Szene 1 zu Szene 2 zeigt deutlich, was gelungene Gesprächsführung ausmacht, nämlich die Lernenden selbst zum Denken zu bringen und auch eigene Wege gehen zu lassen. Dann kann langsam das langfristig nachhaltige Lernen in den

Vordergrund rücken statt der simplen Aufgabenbewältigung.

Dass sich diese (inzwischen sehr erfahrene) Lehrerin diesbezüglich immer weiterentwickelt, liegt auch daran, dass sie genau eine solche Gewohnheit zur Reflexion entwickelt hat.

1.3 Die Anfangszahl und die Endzahl bestimmen

Welche Zahlen kommen in die freien Felder?

a)

### Aufgabe

„So kann man fördern. Mir ist für die Förderung wichtig konkrete Fragen zu stellen, die das Denken des Kindes anregen. Ich lasse mir immer wieder ihre Ideen erklären und dadurch schaffe ich es, dass das Mädchen auch tiefer ins Denken kommt. Sich selbst während einer Fördersequenz sehen zu können ist zwar komisch, aber total aufschlussreich. Wenn ich die Szene nochmal sehe, dann entdecke ich etwas, das ich gerne beim nächsten Mal anders machen würde. Es ist schade, dass ich ihr das

schriftliche Rechnen angeboten habe, denn dadurch habe ich den Zahlenstrahl als echtes Arbeitsmaterial ausgehebelt. Aber weil wir auf das schriftliche Rechnen ausgewichen sind, haben wir diese Lerngelegenheit gar nicht mehr nutzen können. Immer wenn ich anfangs darüber nachzudenken, schaffe ich es, mich in der Gesprächsführung und in Bezug auf die Inhalte weiter zu entwickeln.“

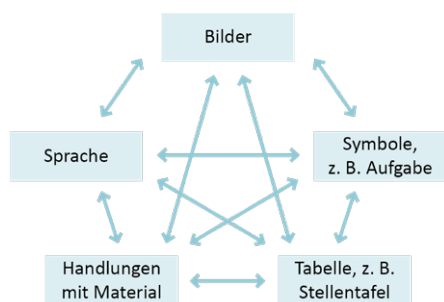
**Anne Reiche, Didaktische Leiterin der Gesamtschule Kierspe**

# Worauf muss man beim Umgang mit den Darstellungen und Arbeitsmitteln achten?

„Ich als Lehrerin habe gelernt, mit verschiedenen Darstellungen auf verschiedene Darstellungsebenen verknüpfend umzugehen, so dass ich ein Verstehen generieren kann. Und ich habe gelernt Bedeutung bezogene Formulierungen die bedeutungsbezogene Sprache einzusetzen, so dass ich den Verstehensprozess der Lernenden unterstützen und begleiten kann. All dies zusammen ist mein Gewinn mit der Arbeit mit ‚Mathe sicher können‘“.



**Claudia Ademmer,**  
**Richard-von-Weizsäcker-Gesamtschule Rietberg,**  
**Netzwerkbegleiterin von „Mathe sicher können“ in NRW**



Um Verständnis bei den Kindern aufzubauen, spielt das Prinzip der Darstellungsvernetzung eine wichtige Rolle, welches bereits beim Diagnostizieren zum Einsatz kam. Es genügt nicht, nur zwischen verschiedenen Darstellungen zu wechseln, es ist auch wichtig wie die Kinder darüber sprechen und Zusammenhänge herstellen.

## **Förderung durch Darstellungsvernetzung**



In der Fördergruppe der Szene 3 lernen die Kinder, Brüche in einem Bild zu vergleichen, der Streifentafel, auf der viele Bruchstreifen angeordnet sind. In der Beschäftigung mit dem Arbeitsmittel entwickeln sie eine Intuition dafür, wie groß die Brüche sind und welche Brüche gleichwertig sind. Dieses Wissen können sie später auch nutzen, um Trefferquoten zu vergleichen.

In der Szene sieht eine Schülerin sofort, dass sie nicht einfach die Trefferanzahlen vergleichen kann. Die darauffolgende Diskussion zeigt, was für einen soliden Verständnisaufbau noch gebraucht wird: Erst wenn es den Lernenden gelingt, beim Begründen auf die Streifentafel zurückzugreifen, dann ist das Verständnis erfolgreich aufgebaut.

Die Lehrerin hilft den Kindern dabei, indem sie ihre Aussagen in eine explizitere Denksprache überführt. Insbesondere betont sie den Satz „Die Anteile sind

gleich groß, wenn die Streifen gleich lang sind“, damit die Kinder lernen, Teil-Ganzen-Beziehungen von Brüchen in Bildern vergleichen zu können.

Dieser Satz ermöglicht auch, expliziter zu erklären, wie die Darstellungen vernetzt sind, statt einfach nur hin und her zu wechseln, dies ist eine Gelingensbedingung für einen nachhaltigen Verständnisaufbau.

Wer hat besser geschossen? In der Klasse 7d wurde in drei Gruppen auf einmal auf eine Torwand geschossen. Die Gruppe der Jungen hat vier von fünf Schüssen getroffen. Die Gruppe der Mädchen hat 8 von 10 Schüssen getroffen.

### **Aufgabe**

#### **Lehrkraft im Gespräch mit den Lernenden Emi und Nazim**

Emi: „Eigentlich hat niemand gewonnen, weil es wäre unfair, wenn die Jungs ja nur fünf Schüsse haben und dann leichter gewinnen können.“

Nazim: „Also ich find vier von fünf ist ja das Gleiche wie acht von zehn“

Lehrkraft: „Warum das denn?“

Nazim: „Weil  $4/5$  ist da das gleiche wie  $8/10$ , also  $4/5$  ist hier, und hier ist  $8/10$ . Man sieht hier es ist das Gleiche.“

Lehrkraft: „Die Anteile sind gleich groß, weil die Streifen gleich lang sind?“

# Welche Rolle spielt die Sprache für die Darstellungsvernetzung?

In der Förderung ist es also noch wichtiger als in der Diagnose, die Darstellungen miteinander zu vernetzen. Es ist entscheidend, dass die Kinder verstehen, wie die verschiedenen Elemente der Darstellungen zusammenpassen. Durch Erklärungen und Diskussionen können sie ein besseres Verständnis aufbauen, anstatt einfach nur zu rechnen. Im nächsten Fallbeispiel lässt die Lehrerin den Schüler beschreiben, wie sich die

Multiplikationsaufgaben vor ihm verändern und wie die Punktebilder dazu passen.

Die Lehrerin legt ihren Fokus auf die Sprache, mit der sie mit dem Schüler über die Zusammenhänge zwischen dem Bild und den Aufgaben sprechen kann. Es hat sich als äußerst wichtig erwiesen, den Lernenden eine Sprache zu vermitteln, die auf die Bedeutung abzielt.

„In dieser Förderszene zeigt sich, wie die bedeutungsbezogene Versprachlichung der Einmaleinsaufgaben als zwei Vierer, drei Vierer, vier Vierer bei zeitgleicher Verknüpfung mit dem Punktebild dem Jungen dabei helfen zu verstehen, wie die Einmaleinsaufgaben zusammenhängen. Viele Kinder scheitern daran, weil sie nicht verstanden haben, wie das Malrechnen zu denken ist und was Malrechnen eigentlich bedeutet, nämlich mit gleichgroßen Gruppen zu arbeiten. Darin unterstützt sie die bedeutungsbezogene Sprache sehr.“

**Daniela Götze, „Mathe sicher können“-Projektteam**

**Daniela Götze, „Mathe sicher können“-Projektteam (L) und Schüler (S)**

- L: „So du sollst jetzt mal rausfinden, was bei den einzelnen Aufgaben rauskommt. Also zwei mal vier, drei mal vier, vier mal vier. Was ist das Ergebnis von zwei mal vier.“
- S: „Acht.“
- L: „Okay, und die nächste?“
- S: „Zwölf und dann 16.“
- L: „Und wie hast du das jetzt rausgefunden, dass es zwölf sind und das 16?“
- S: „Weil hier sind 8 dann nimm ich dann tue ich einfach einmal acht noch oben drauf.“
- L: „Okay, warum kommt dann eine vier obendrauf?“
- S: „Dann von zwei mal vier auf drei mal vier das sehe ich ja noch nicht. Warum wird das dann vier mehr?“
- L: „Und warum wird das dann nicht nur eins mehr weiß?“
- S: „Weiß ich auch nicht.“
- L: L: „Wie sieht denn das Bild aus zu zwei mal vier wenn wir das mit dem Plättchen gehen?“
- S: „Wir würden hier zwei vierer untereinander legen.“
- L: „Okay, und was passiert jetzt wenn wir weiter machen?“
- S: „Ich schieb das hier unten noch dazu.“
- L: „Aaaaah, sag das noch mal ganz laut! Das war das war richtig. Das war super.“
- S: „Dass ich die zwei vier darunter schiebe und noch einen vierer drauf lege.“
- L: „Ja okay, ein Vierer wird es mehr und zu viel mal vier.“
- S: „Lege ich noch ein vierer drauf.“
- L: „Und wenn ich dir jetzt sage, die nächste Karte ist fünf mal vier? Wie viel ist fünf mal vier denn mehr als viermal vier vier?“
- S: „Also genau wieder so welche Kärtchen.“
- L: „Okay, da kommt dazu?“
- S: „Noch vier.“
- L: „Genau! Ein Vierer mehr. Fünf mal vier ist ein Vierer mehr als vier mal vier. Vier mal vier sind vier Vierer und fünf mal vier sind fünf Vierer. Genau. Super!“

# Mit welchen Strategien und Impulsen lässt sich die verstehensorientierte Kommunikation fördern?

Blicken wir zurück auf die vier betrachteten Szenen und fassen zusammen:

Insbesondere schwache Lernende benötigen eine moderierte Kommunikation, da sie untereinander nicht in genügender Tiefe über Vorstellungen und Darstellungen sprechen können. Lehrkräfte können in ihrer Moderation viel leisten, indem sie Erklärungen einfordern und die Lernenden beim Erklären unterstützen. Ziel ist es, die Lernenden vom oberflächlichen schnellen Bewältigen von Aufgaben zu einem tieferen Denken zu bringen und Verständnis aufzubauen.

Hierbei können Lehrkräfte bedeutungsbezogene Denksprache anbieten und für eine möglichst explizite Vernetzung zwischen Bildern, Aufgaben, Symbolen und Tabellen sorgen. Dadurch entstehen viele Gelegenheiten zum Verstehensaufbau.

Immer wieder bewähren sich dabei die gleichen Impulse, die man gezielt in der Kommunikation einsetzen und für die Förderung der Sprachkompetenz nutzen kann. In der Abbildung der nächsten Seite sind sie sortiert nach den Prinzipien, die die Kommunikation verwirklichen helfen soll:



Langfristigkeit  
statt Kurzfristigkeit

Für eine größere Langfristigkeit des Lernens soll vermieden werden, dass die Lernenden sich nur auf die schnelle Bewältigung von Aufgaben konzentrieren. Dazu benötigen wir Impulse, die tiefgreifende Denkprozesse anregen, um so langfristiges Lernen zu fördern. Es kann sich lohnen, den Kindern zu vermitteln, dass es nicht immer darauf ankommt, eine Aufgabe schnell zu erledigen. Oft kann man durch längeres Diskutieren und Reflektieren mehr lernen als durch das schnelle Bearbeiten vieler Aufgaben. Impulse wie „Das hast du toll gemacht, aber kannst du es uns noch einmal mit Hilfe des Materials erklären?“ können dazu beitragen, dass die Denkprozesse verlangsamt werden und das Verstehen vertieft wird. Fragen wie „Könnte es auch anders sein? Warum denkst du das?“ können dabei ebenfalls unterstützend wirken.



## Verstehensorientierung

Um das Verstehen der Kinder weiter zu fördern, sind Impulse von entscheidender Bedeutung, die die Aufmerksamkeit von Rechnen hin zu seiner Fundierung verschieben. Insbesondere der Impuls „Warum ist das so?“ spielt hierbei eine wichtige Rolle, da wir von den Kindern immer wieder Begründungen und Erklärungen einfordern müssen. Zudem ist es wichtig, die verschiedenen Darstellungen miteinander zu vernetzen und zu erklären, wie die mathematische Struktur in der anderen Darstellung zu sehen ist. Daher geben wir den Kindern oft den Auftrag, noch einmal zu erklären, wie sie das in der anderen Darstellung sehen. Wenn die Kinder Schwierigkeiten haben, ihre Gedanken in Worte zu fassen, lohnt es sich, ihnen Denksprache anzubieten und ihre Äußerungen auf ein höheres sprachliches Niveau zu heben. Am schönsten geht das durch Überformung des Gesagten: „Ja, genau, du meinst ja ...“. Dadurch hebt man die Äußerung auf ein Sprachniveau, mit dem man den bedeutungsbezogenen Kern ausdrücken kann.



## Diagnosegeleitetheit

Um eine diagnosegeleitete Förderung zu realisieren, ist es vor allem wichtig, mit den Ideen und Vorstellungen der Kinder zu arbeiten. Denn Verstehen entsteht durch das Anknüpfen an bereits vorhandenes Wissen. Hierbei sind Impulse wie „Erkläre doch mal genauer, wie du das siehst, das finde ich sehr interessant“ oder „Ich möchte gerne verstehen, ob ich deine Idee richtig interpretiere. Du meinst also, dass ...“ oder „Ich möchte gerne auf Lisas Idee zurückkommen. Wie passt das, was wir gerade machen, zu Lisas Idee?“ sehr hilfreich, um Verknüpfungen zwischen den verschiedenen Gedanken herzustellen.

Erfahrene Lehrkräfte berichten, dass ihre Fördergespräche im Laufe der Zeit immer weiterentwickelt haben und empfehlen daher, diese Liste der Impulse immer wieder auszuprobieren, um Routine im Umgang damit zu bekommen. Natürlich können viele weitere Impulse ergänzt werden.



**Kommunikations-  
förderung**



**Langfristigkeit  
statt Kurzfristigkeit**



**Diagnosegeleitetheit**



**Verstehensorientierung**

***Nützliche Impulse für Fördergespräche***

Es ist nicht wichtig, dass wir die Aufgaben ganz schnell schaffen, wenn wir länger drüber sprechen, lernt man manchmal mehr dabei.

Ok, das hast du schnell gelöst, nun zeige das doch nochmal mit dem Material.

Könnte es nicht auch so gehen?  
Warum nicht?



Ich komme nochmal auf Lisas Idee zurück, wie passt die zu dem hier?

Erkläre mal, wie du das denkst, das ist spannend.

Verstehe ich deine Idee richtig,  
dass ...



Erkläre nochmal wie man das in der anderen Darstellung sieht.

Wie sieht dein Bild dazu im Kopf aus?

Zeig es mir am Material.







”

**Lehrkräfte können in ihrer Moderation viel leisten, indem sie Erklärungen einfordern und die Lernenden beim Erklären unterstützen. Ziel ist es, die Lernenden vom oberflächlichen schnellen Bewältigen von Aufgaben zu einem tieferen Denken zu bringen und Verständnis aufzubauen.**

“

Damit die Förderung erfolgreich umgesetzt werden kann, ist eine stabile Organisation der Fördergruppen von großer Bedeutung. Dies ist daher ein entscheidender externer Job. Zudem spielt die inhaltliche Präzision eine wichtige Rolle. Wenn wir genau wissen, welche Ziele wir verfolgen möchten, wird die Förderung erfolgreich sein. Die anderen Aspekte wurden in übrigen Abschnitten erläutert.

Alles ist miteinander verbunden. Dies ist es, was die Förderung so spannend macht.

Wir wünschen Ihnen viel Freude damit.

# Mathe sicher können



Susanne Prediger  
Christoph Selter  
Daniela Götze  
Birte Pöhler-Friedrich

Mitkonzeption der Broschüre:  
Claudia Ademmer & Kim-Alexandra Rösike  
Gestaltung der Broschüre: Marlen Retke

## DZLM

Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik (DZLM)  
Humboldt-Universität zu Berlin

Unter den Linden 6, 10099 Berlin (Postanschrift)  
Hausvogteiplatz 5 – 7, 2. OG, 10117 Berlin (Sitz)  
Tel.: +49 030 209 347 970 (Sekretariat)

[mathe-sicher-koennen.dzlm.de](https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de)