Mathe sicher können

Didaktischer Kommentar zum Diagnose- und Fördermaterial

B3 Brüche und Prozente ordnen

Inhalt

Dieses Material wurde durch Andrea Schink & Susanne Prediger 2014 konzipiert und bis 2026 für die 2. Auflage überarbeitet. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-NC-SA (Namensnennung – Nicht kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

Zitierbar als Schink, Andrea, Prediger, Susanne & Böing, Lena (2026). Didaktischer Kommentar zu den Mathe-sicher-können-Diagnose- und Förderbausteinen B3: Brüche und Prozente ordnen. Open Educational Resources unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/bpd/#B3

Hinweis zu verwandtem Material Dieser didaktische Kommentar gehört zu dem MSK-Diagnose- und Fördermaterial, das gedruckt beim Cornelsen-Verlag und frei online verfügbar ist. Online finden sich auch Fortbildungsfilme, Erklärvideos und flexible digitale Bruchstreifen für Lernende, unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/bpd#B3 bzw. https://dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html.

B3A Brüche gleichnamig machen – Didaktischer Hintergrund

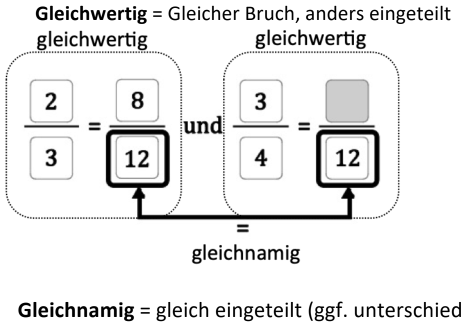
Lerninhalt

Das Herstellen gleichnamiger Brüche ist eine Voraussetzung für ein formales Vergleichen bzw. Ordnen sowie für die Addition und Subtraktion beliebiger Brüche. Zentrale Voraussetzung ist ein inhaltliches Verständnis der Gleichwertigkeit von Brüchen (siehe Baustein **B2A**) sowie das Erweitern und Kürzen (siehe Baustein **B2B**).

Zusammenhang von gleichnamig und gleichwertig

Die Begriffe *gleichnamig* und *gleichwertig* sind aufgrund der sprachlichen Nähe nicht immer leicht zu unterscheiden und hängen im Prozess zusammen:

Abgrenzung von Gleichnamig und gleichwertig



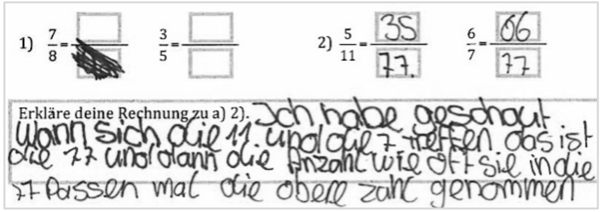
Wichtig ist, dass Lernenden sich der inhaltlichen Unterscheidung und des Zusammenhangs bewusstwerden: Will man zwei Brüche, z. B. 2/3 und 3/4, gleichnamig machen, so sucht man einen gemeinsamen Nenner für beide Brüche, im Beispiel die 12. Dann wird zunächst eine gemeinsame Einteilung gesucht: Aus Dritteln und Vierteln können Zwölftel werden, die Zwölftel geben den gleichen Namen. Gleichnamig machen heißt dann, zu beiden Anteilen die gleichwertigen Brüche mit Nenner 12 zu suchen, also 8/12 und 9/12, so dass sie gleich eingeteilt sind und den gleichen Namen Zwölftel haben. Gleichwertig und gleichnamig sind also Relationen zwischen den vier beteiligten Brüchen, die die Abbildung zusammenfassend zeigt.

Gleichwertige Brüche beschreiben denselben Anteil in unterschiedlicher Einteilung, gleichnamige Brüche können verschieden groß sein, sind aber gleich eingeteilt. Wenn Lernende ein Gleichheitszeichen zwischen Brüche mit gleichem Nenner notieren, die nicht gleichwertig sind, dann haben sie vermutlich die Gleichwertigkeit und den Sinn gleicher Nenner noch nicht ganz verstanden.

Gleichnamige Brüche lassen sich auf verschiedenen Wegen herstellen: Anschaulich in der Streifentafel und den digitalen Bruchstreifen oder über das Ausnutzen von Zahlbeziehungen. Zunächst lohnt sich das Visualisieren an der Streifentafel, damit die Lernenden sehen und verstehen können, was da eigentlich passiert.

Da viele mathematikschwache Lernende kein kleinstes gemeinsames Vielfaches kennen, wird der gemeinsame Nenner mit zwei *Vielfachenreihen* gesucht: Die Zahl, bei der sich die Reihen treffen, wird als gemeinsamer Nenner genutzt.

Aufgabe 2 (Vor-Check): Gleichnamige Brüche über Reihen finden



Alternativ findet man gemeinsame Nenner durch Multiplizieren der Ausgangsnenner, dies funktioniert immer, liefert aber für nicht-teilerfremde Ausgangsnenner größere Zahlen. Der Schritt des vorherigen Kürzens wird in der Förderung nicht systematisch angeleitet, kann aber ergänzt werden, sobald das Verständnis aufgebaut ist.

Schwierigkeiten mit dem Gleichnamigmachen

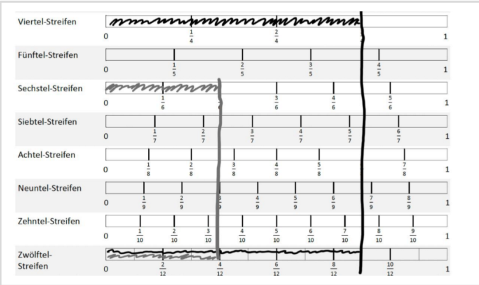
Aus struktureller Perspektive zeigen sich beim Gleichnamigmachen teilweise dieselben Schwierigkeiten wie beim Erweitern und beim Kürzen (siehe Baustein **B2B**): Manche Lernende beziehen so z. B. den Erweiterungsfaktor, den sie für den Nenner gefunden haben, nicht mathematisch korrekt auf den Zähler. Manche Lernende multiplizieren Zähler und Nenner der beiden Brüche jeweils miteinander und verwechseln damit eventuell auch *gleich*, d. h. *identisch,* mit *gleichnamig*. Hier zeigt sich auch u.U. die Unsicherheit darüber, wie Zusammenhänge zwischen vier Brüchen hergestellt werden müssen. Diese Schwierigkeiten liegen an mangelndem Verständnis, das anhand bildlicher Darstellungen aufgebaut werden kann.

Veranschaulichung und Material

Streifentafel

Die Streifentafel ist auch in dieser Einheit eins der zentralen Darstellungsmittel. Hier liegt der Fokus auf besondere gleichwertige Anteile zu jeweils zwei Anteilen (d. h. Beziehungen zwischen vier Brüchen, s.o.). Gesucht wird eine gemeinsame Einteilung der Streifen in einem anderen Streifen.

Aufgabe 1.1: Gleichnamige Brüche mit der Streifentafel finden



Digitale Bruchstreifen

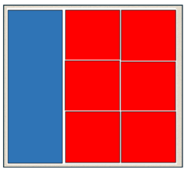
An den digitalen Bruchstreifen können Lernende das Gleichnamigmachen mit Bedeutung füllen, indem sie gleiche Einteilungen für zwei Anteile suchen, die Anteile feiner einteilen und die Verfeinerungsstrukturen versprachlichen. Man kann schnell ausprobieren und suchen, welche Einteilung die gemeinsame sein könnte.

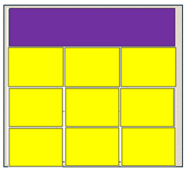
Mit den digitalen Bruchstreifen kann auch gut thematisiert werden, dass für den Vergleich von Brüchen die Bruchstreifen gleich lang sein müssen. Einen guten Gesprächsanlass bieten zwei unterschiedlich lange Bruchstreifen, deren markierter Teil gleich lang ist: Wieso sind die Brüche nicht gleichwertig?

Bruchpuzzle

Mit dem Bruchpuzzle wird die lineare Darstellung der Streifen auf eine flächige Darstellung ausgeweitet. Hier lässt sich das Gleichnamigmachen ebenfalls durch eine gemeinsame Einteilung erklären.

Gemeinsamen Nenner finden: 1/3 und 1/4 → 12





In der Förderung

Bedeutungsbezogene Denksprache

- gleichnamig kommt vom gleichen Namen, der Name (Fünftel) verrät die Einteilung
- gleich eingeteilte Brüche
- gleichwertige Brüche beschreiben den gleichen Anteil, nur anders eingeteilt

Aufbau der Förderung

Diejenigen, die das Material zur Neuerarbeitung nutzen, sollten lieber mit dem anderen Baustein, **B3B**-Fördereinheit 1 und 2, starten und dann erst den hier vorliegenden Baustein **B3A** bearbeiten. Im Anschluss kann dann **B3B**-Fördereinheit 3 gemacht werden.

Fördereinheit 1 (Gleichnamige Brüche mit Streifen finden) nutzt den vorstellungsorientierten Zugriff aus Baustein **B2A** (Gleichwertigkeit) an der Streifentafel: Die Lernenden erarbeiten anhand dieses Anschauungsmittels, das Gleichnamige Brüche suchen bedeutet, gleich eingeteilte Brüche zu finden und verknüpfen dieses Wissen mit dem bereits bekannten Verfahren des Verfeinerns / Erweiterns, indem die Strukturierung der Streifen betrachtet wird. Gleichzeitig werden eine Abgrenzung der Begriffe sowie eine Erweiterung auf echt flächige Anschauungsmittel vorgenommen. Die Reichweite der Streifentafel ist insofern begrenzt, als sie nur eine gewisse Anzahl an Streifen darstellt – zum Gleichnamigmachen beliebiger Brüche müssen so weitere allgemeinere Verfahren eingeführt und inhaltlich plausibel gemacht werden.

Dazu findet in **Fördereinheit 2 (Gleichnamige Brüche berechnen)** eine sukzessive, in Fördereinheit 1 kurz angedachte (Aufgabe 1.2), Loslösung vom Material statt: Reicht die Streifentafel nicht mehr, so müssen neue Wege zum Finden gleichnamiger Brüche beschritten werden: Hier werden den Lernenden die Betrachtung von Vielfachenreihen des Nenners und das meist schnellere Verfahren des Multiplizierens der Nenner angeboten, die rückblickend an der Streifentafel begründet werden. Diese Wege werden nicht als starre Verfahren eingeführt. Stattdessen werden die Lernenden dazu angeregt, auch auf anderen Wegen (z. B. durch das – hier nicht systematisch angeleitete – Finden kleinerer Vielfache) gleichnamige Brüche zu finden.

Den Abschluss bilden Übungen zum Automatisieren und Systematisieren des Findens von gleichnamigen Brüchen.

Digitale Medien zum Baustein

Alle digitalen Medien werden kontinuierlich ausgebaut und sind stets aktuell verlinkt unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/bpd#b3

- Mit den **digitalen Bruchstreifen** werden gleiche Einteilungen suchbar: dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html
- Die digitale Diagnose wird in zunehmend mehr Bundesländern im **MSK-Online-Check** möglich.

Weiterführende Literatur

Padberg, F. & Wartha, S. (2017). Didaktik der Bruchrechnung. Springer Spektrum.
Prediger, S. (2011). Vorstellungsentwicklungsprozesse initiieren und untersuchen. Der Mathematikunterricht 57(3), 5–14.

B3A Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 20 - 25 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Das Erklären des Vorgehens fällt manchen Lernenden schwer. Hier hilft es oft, Lernende dazu zu ermuntern, das aufzuschreiben, was sie denken.

1 b) ist für Lernende u.U. ungewohnt. Hier hilft es, sie darauf hinzuweisen, dass der untere Streifen neu eingeteilt werden soll, sodass man gleichzeitig 2/3 und 3/4 gut einzeichnen kann.

In (3) können die Brüche weiter gekürzt werden. Hierauf sollten Lernende jedoch nicht extra hingewiesen werden, damit mehr über ihr eigenes Vorgehen in Erfahrung gebracht werden kann.

1 Gleichnamige Brüche mit Streifen finden

a) Schreibe $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{3}$ so auf, dass sie denselben Nenner haben, also gleichnamig sind.

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{\boxed{12}} \quad \text{und} \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{\boxed{12}}$$

=

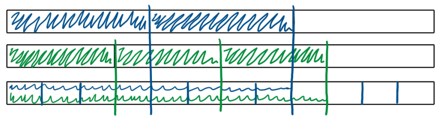
Erkläre, wie du den Nenner gefunden hast:

Ich habe die Nenner miteinander multipliziert. Ich bin die 3er- und die 4er-Reihe durchgegangen bis zur 12.

b) (1) Zeichne zuerst $\frac{2}{3}$ im Drittel-Streifen ein. Zeichne dann $\frac{3}{4}$ im Viertel-Streifen ein.

(2) Im Drittel-Streifen kann man $\frac{2}{3}$ gut einzeichnen, $\frac{3}{4}$ aber nicht.

In welchem Streifen kann man beide Brüche gleichzeitig gut einzeichnen?
Teile den letzten Streifen so ein und markiere darin beide verfeinerten Anteile.



2 Gleichnamige Brüche berechnen

Mache die Brüche gleichnamig: Schreibe sie so, dass sie denselben Nenner haben.

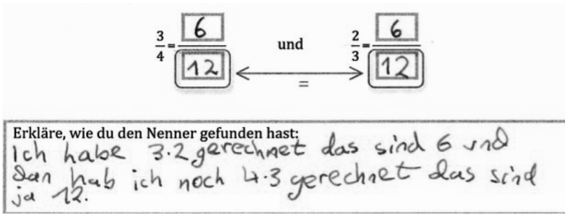
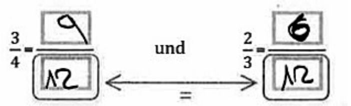
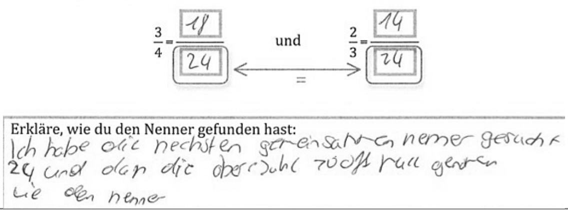
(1) $\frac{7}{8} = \frac{35}{40}$ und $\frac{3}{5} = \frac{24}{40}$

(2) $\frac{5}{11} = \frac{35}{77}$ und $\frac{6}{7} = \frac{66}{77}$

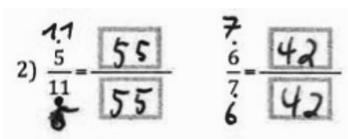
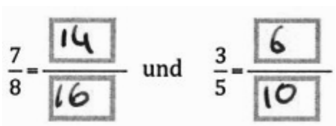
(3) $\frac{8}{10} = \frac{12}{15}$ und $\frac{4}{12} = \frac{5}{15}$

Hinweise zur Auswertung

Diagnoseaufgabe 1: Gleichnamige Brüche mit Streifen finden

<table>
<tr><th colspan="2">Typische Fehler</th><th>Mögliche Ursache</th><th>Förderung</th></tr>
<tr><td rowspan="4">a)</td><td>
</td><td>Die Zähler und die Nenner werden jeweils multipliziert, d. h. der Weg zum Finden des Nenners wird auch auf die Zähler übertragen und die Gleichwertigkeit wird aus den Augen verloren.</td><td rowspan="3">Festigen des Zusammenhangs von Zähler und Nenner in der Streifentafel. Erarbeiten der Struktur der Streifen (1.1). Vertiefen des Zusammenhangs von Zähler und Nenner über die Betrachtung verschiedener Brüche (1.2). Danach Begriffe sichern und flexibilisieren (1.3).</td></tr>
<tr><td>Es wird nur der Nenner gefunden.</td><td>Es besteht Unsicherheit darin, wie der Zähler aus der Kenntnis des Nenners bestimmt werden muss.</td></tr>
<tr><td>z. B.

</td><td>Beide Zähler werden mit derselben Zahl multipliziert.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Es wird ein richtiger Nenner gefunden. Der Erweiterungsfaktor wird vermutlich falsch berechnet.</td><td>Thematisieren der Vielfachenreihen (2.1). Ggf. Kalkül üben (2.5).</td></tr>
<tr><td rowspan="2">b)</td><td>Es werden andere Anteile eingezeichnet.</td><td rowspan="2">Schwierigkeiten beim inhaltlichen Interpretieren des Gleichnamigmachens in Streifen.</td><td rowspan="2">Erarbeiten der anschaulichen Grundlagen des Gleichnamigmachens (1.1). Ggf. Gleichwertigkeit von Brüchen als notwendigen Schritt zum Finden gleichnamiger Brüche erarbeiten (B2A).</td></tr>
<tr><td>Es wird keine passende gemeinsame Einteilung gefunden.</td></tr>
</table>

Diagnoseaufgabe 2: Gleichnamige Brüche berechnen

<table>
<tr><th colspan="2">Typische Fehler</th><th>Mögliche Ursache</th><th>Förderung</th></tr>
<tr><td rowspan="2">a), b)</td><td></td><td>Zähler und Nenner werden pro Bruch miteinander multipliziert. U.U. wird gleichnamig auf die Identität von Zähler und Nenner bezogen.
Bzw. Unsicherheit mit dem Begriff Nenner (d. h. keine Bewusstheit dafür, dass der Nenner nicht dasselbe wie der Zähler ist).</td><td>Erarbeiten der anschaulichen Grundlagen (1.1 - 1.3). Erarbeiten verschiedener Verfahren des Herstellens von gleichnamigen Brüchen auch bei größeren Nennern (2.1 - 2.3). Üben (2.4 - 2.5).</td></tr>
<tr><td>z. B.

</td><td>Es werden jeweils gleichwertige Brüche gefunden, die aber nicht gleichnamig sind.</td><td>Erarbeiten der anschaulichen Grundlagen (1.1 - 1.3).</td></tr>
</table>

B3A Wie können wir fördern, Brüche gleichnamig zu machen?

1 Gleichnamige Brüche mit Streifen finden

1.1 Erarbeiten

Ziel: Verstehen, was *gleichnamig* bedeutet und gleichnamige Brüche mit der Streifentafel bestimmen

Material: Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a), b) EA, dann UG, c), d) UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen gleichnamige Brüche in der Streifentafel finden. Dadurch wird der Größenvergleich beliebiger Brüche möglich. Die Komplexität wird in dieser Aufgabe reduziert, indem vorgegeben wird, in welchem Bruchstreifen verfeinert werden soll bzw. welchen Nenner die gleichwertigen Brüche haben sollen. D. h. es muss nur noch zum zweiten Bruch ein gleichwertiger Bruch mit diesem Nenner gefunden werden.
Die Begriffe *gleichnamig* und *gleichwertig* (siehe **B2**) können u.U. verwechselt werden. Begriffe im ersten Zugriff voneinander abgrenzen (Systematisierung in 1.3): 2/3 und 8/12 sowie 3/4 und 9/12 sind gleichwertig, 8/12 und 9/12 sind gleichnamig.
Nur die gleichwertigen Brüche dürfen immer wirklich gleichgesetzt werden (markiert mit einem Gleichheitszeichen). Bei gleichnamigen Brüchen betrifft die Gleichheit nur den Nenner.
Im Unterrichtsgespräch ist die Thematisierung der Verfeinerungsstrukturen wichtig, sodass nicht nur auf das Ziehen der Striche geachtet wird.

Methode:
Lernende selbst zunächst in der Streifentafel suchen lassen. Erst im Anschluss das Bild in b) zu weiterem Beispiel angucken und thematisieren.
Falls das Material zur Neuerarbeitung eingesetzt wird, sollte zuerst mit **B3B** Fördereinheit 1 und 2 gestartet werden. Dann erst empfiehlt sich **B3**A und dann **B3B** Fördereinheit 3 zu bearbeiten.

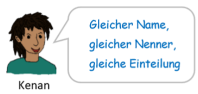
Digitale Streifentafel:
Im Unterrichtsgespräch kann die Aufgabe mit der digitalen Streifentafel besprochen werden.
https://vam.dzlm.de/vams/apps/Bruchstreifentafel.html

Impulse:
- Kannst du weitere gleichnamige Brüche zu … finden?
- Wie wird **verfeinert?**
- Wo siehst du die Verfeinerung?

1.1 Einen gemeinsamen Nenner mit der Streifentafel finden

a) Kenan will für die zwei Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ eine gemeinsame Einteilung finden, damit er sie in demselben Streifen einzeichnen kann.
- Wie kann er beide Brüche so verfeinern, dass er sie im Zwölftel-Streifen darstellen kann, sie aber immer noch genauso groß sind?
- Welche Nenner haben die verfeinerten Brüche jetzt?
- Welche Zähler haben die verfeinerten Brüche jetzt?

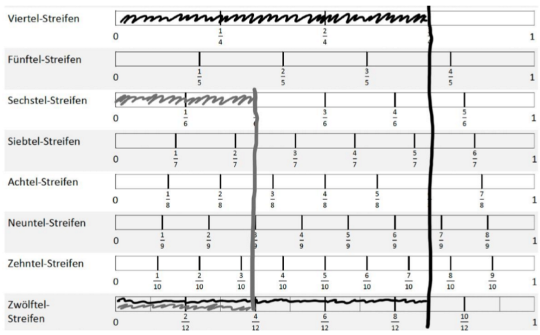
b) Zwei Brüche, die denselben Nenner haben, nennt man **gleichnamig**.
Wenn man wie Kenan in **a)** zwei Brüche so verfeinert, dass die verfeinerten Brüche denselben Nenner bekommen, nennt man das **gleichnamig machen**.
- Erkläre in der Streifentafel, was Kenan mit „gleicher Name, gleiche Einteilung" meint.



$\frac{2}{3} = \frac{8}{\boxed{12}}$ und $\frac{3}{4} = \frac{9}{\boxed{12}}$

=

c) Kenan hat auch für $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{6}$ verfeinerte gleichnamige Brüche in der Streifentafel gesucht. Welche Brüche sind das für $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{6}$? Wie kommt Kenan auf die Lösung?



„Gleichnamig" heißen die Brüche, wenn sie den gleichen Namen haben, also Zwölftel. Inhaltlich bedeutet das, die Ganzen sind gleich eingeteilt.
Kenan markiert 3/4 und 2/6 in der Streifentafel. Er fährt von dort aus mit dem Stift die Streifentafel nach unten ab und schaut, in welchem Streifen er beide Anteile markieren kann. Dadurch findet er den 12tel-Streifen. 3/4 sind im 12tel-Streifen 9/12 und 2/6 sind im 12tel-Streifen 4/12.

d) Wieso hat Kenan nicht den Achtel- oder den Neuntel-Streifen genommen?
Weil die Einteilung nicht zu beiden Brüchen passt.

1.2 **Üben**

Ziel: Gleichnamige Brüche mit der Streifentafel und den digitalen Bruchstreifen bestimmen

Material: Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a) EA, dann UG, b) PA, c) UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen üben, gleichnamige Brüche mit der Streifentafel und den digitalen Bruchstreifen zu finden. Hier ist nicht das Ziel, dass die Lernenden die Nenner multiplizieren, sondern gleichnamige Brüche durch das Nutzen der Verfeinerungsstrukturen ermitteln.
Mit der Streifentafel kann man nicht für alle Brüche gleichnamige finden.

Die digitalen Bruchstreifen:
Der Vorteil der digitalen Bruchstreifen ist, dass man Verfeinerungen (und auch Vergröberungen) direkt durchführen kann und so gleichnamige Brüche findet. https://dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html
Das Gleichlangziehen ist bei den digitalen Bruchstreifen unerlässlich zum Vergleichen.

1.2 Gleichnamige Brüche mit Streifentafel und digitalen Bruchstreifen finden

a) Mache in jeder Teilaufgabe beide Brüche gleichnamig:
Verfeinere dazu an der Streifentafel mindestens einen Bruch so, dass beide Streifen die gleiche Einteilung haben.

(1) $\frac{1}{3}$ und $\frac{4}{6}$ (2) $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{2}{4}$ und $\frac{4}{8}$ (4) $\frac{3}{5}$ und $\frac{2}{3}$ (5) $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{2}$

(6) $\frac{3}{6}$ und $\frac{6}{8}$ (7) $\frac{3}{5}$ und $\frac{3}{4}$


Kenan

Habt ihr auch noch andere Wege als Kenan gefunden, gleichnamige Brüche zu bestimmen? Welche?

Digitale Bruchstreifen
dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html

b) Nutze zum Finden einer gleichen Einteilung die digitalen Bruchstreifen.

(8) $\frac{2}{5}$ und $\frac{3}{6}$ (9) $\frac{3}{8}$ und $\frac{5}{12}$ (10) $\frac{4}{9}$ und $\frac{2}{4}$

Erklärt euch gegenseitig: Wie habt ihr Aufgabe (10) gelöst?

Schaut euch die Brüche aus a) und b) an:
- Bei welchen Zahlen ist es leichter, Brüche mit gleichem Nenner zu finden?
- Bei welchen Zahlen gibt es mehrere Möglichkeiten? Warum?

c) Was haben die Streifen, in denen man gemeinsame Nenner findet, mit den Brüchen zu tun?

*Diese Streifen zeigen eine feinere Einteilung, die zu beiden Brüchen passt.
Zu jedem ursprünglichen Bruch wird dort durch feineres Einteilen ein gleichwertiger Bruch gefunden.
Die beiden Brüche im verfeinerten Streifen sind damit gleichnamig, sie haben demselben Nenner.*

1.3 **Erarbeiten**

Ziel: Begriffe gleichnamig und gleichwertig abgrenzen; Gleichnamigkeit in flächiger Darstellung erzeugen

Material: Digitale Bruchstreifen, Bruchpuzzle

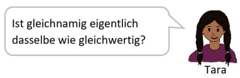
Umsetzung: a) UG, b) PA, c) UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Begriffe gleichwertig und gleichnamig inhaltlich verstehen und anwenden können. Dass gleichnamige, gleich große Brüche identisch sind, kann Lernende irritieren.

Methode zu c):
Lässt sich gut zu zweit oder zu dritt mit den drei entstehenden Bildern klären: Je zwei oder drei Lernende legen ihr Puzzlefeld mit den Dritteln oder den Vierteln aus. Legt man die gefüllten Grundflächen nebeneinander, kann man sich nun die gemeinsame Einteilung in Zwölftel überlegen, die ebenfalls im Material zu finden sind. Mit Zwölfteln kann man Drittel und Viertel jeweils auslegen (2/3= 8/12, d. h. gleichwertige Brüche; 2/4 = 6/12, d. h. gleichwertig; 8/12 und 6/12 werden beide mit denselben Puzzleteilen gelegt, d. h. gleichnamig).

Impuls zu c):
- Warum habt ihr diese Stücke ausgewählt?

1.3 Gleichnamig und gleichwertig



a) Stellt diese vier Brüche mit den digitalen Bruchstreifen dar (Link in 1.2):

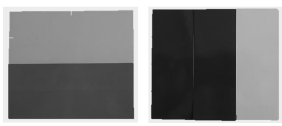
(1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{2}{4}$ (3) $\frac{6}{8}$ (4) $\frac{10}{20}$

Vergleicht und erklärt:
- Welche Brüche sind gleichnamig? Was bedeutet es, wenn sie gleichnamig sind?
- Welche Brüche sind gleichwertig? Was bedeutet es, wenn sie gleichwertig, also gleich groß sind?

*3/4 und 2/4 sind **gleichnamig**: Beide Streifen sind in Viertel eingeteilt. Die Anzahl der markierten Felder ist nicht gleich. Der Teil ist unterschiedlich lang. Deshalb sind sie nicht gleichwertig. 10/20 und 2/4 sind **gleichwertig** und auch 3/4 und 6/8 sind gleichwertig: Der markierte Teil ist gleichlang, die Felder sind nur feiner oder gröber eingeteilt.
Gleichnamig bedeutet gleich eingeteilt, aber nicht unbedingt gleich groß. Gleichwertig bedeutet gleich großer Anteil, aber anders eingeteilt.*

b) Arbeitet zu zweit: Eine Person stellt einen Bruch mit den digitalen Bruchstreifen dar.
Die andere Person muss nun folgende Brüche dazu finden:
- Einen Bruch, der gleichnamig, aber nicht gleichwertig zum ersten ist.
- Einen Bruch, der nicht gleichnamig, aber gleichwertig zum ersten ist.
- Einen Bruch, der gleichnamig und gleichwertig zum ersten ist.

c) Welche Brüche wurden hier gelegt?
Mit welchen Puzzleteilen kann man beide Anteile und das Quadrat auslegen?
Was hat das mit gleichnamigen Brüchen zu tun?



2 Gleichnamige Brüche berechnen

2.1 Erarbeiten

Ziel: Gleichnamige Brüche über die Betrachtung von Zahlreihen bestimmen

Material: Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a), b) EA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Mal-Reihen als Verfeinerungsreihen nutzen, um gleiche Nenner zu finden. Mal-Reihe durchgehen bedeutet, von oben nach unten in der Streifentafel zu gucken, also *Verfeinern*. Emily muss nun noch den wichtigen Schritt vollziehen, die Zähler mit zu berücksichtigen: Diese müssen in analogen Schritten verändert werden.
Mit jedem Streifen wird jedes Viertel in ein Stück mehr geteilt: 1/4 → 2/8 →3/12.
Hier ist noch nicht das Ziel, dass die Lernenden die Nenner multiplizieren, sondern gleichnamige Brüche durch das *Reihen-Denken* ermitteln.
Auch für die Lernenden, die bereits gleichnamige Brüche über das Multiplizieren der Nenner finden können, ist das Reihen-Denken sinnvoll, da es mehr Flexibilität bietet und sich die Reihen bei nicht-teilerfremden Brüchen auch schon vor dem Produkt der Nenner treffen.

2.1 Gleiche Nenner über Mal-Reihen finden

a) Emily hat einen gemeinsamen Nenner für die Brüche $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{5}$ gesucht.
Das hat sie überlegt:

$\frac{1}{4}$ Viertel-Streifen, Achtel-Streifen, 12-tel-Streifen, 16-tel-Streifen, 20-tel-Streifen, 24-tel-Streifen, …

$\frac{3}{5}$ Fünftel-Streifen, Zehntel-Streifen, 15-tel-Streifen, 20-tel-Streifen

Beschreibe, was Emily gemacht hat, um den gemeinsamen Nenner zu finden:
- Wie sehen die Brüche in den einzelnen Streifen aus? Wie heißen sie?
- Was hat das mit Verfeinern und Erweitern zu tun?

Sie geht die Mal-Reihe der Nenner durch und stellt sich dabei vor, wie sie die Streifen immer feiner einteilt. Sie sucht eine Einteilung, die bei beiden vorkommt.
So findet sie eine gemeinsame Einteilung. Der Zähler passt sich an, weil der Anteil gleich bleiben soll. Und das Verfeinern der Streifen entspricht genau dem Erweitern der Brüche.

b) Finde wie Emily gleichnamige Brüche, indem du dir die Streifen vorstellst:

(1) $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{18}$ (3) $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{15}$

Wo ist es schwer, und wo ist es leicht, gleichnamige Brüche zu finden?

2.2 Erarbeiten

Ziel: Gleichnamige Brüche über das Produkt der Nenner bestimmen

Material: Digitale Bruchstreifen, Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a) EA, dann UG, b) EA, c) EA/PA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen nun gleichnamige Brüche über das Produkt der Nenner bestimmen. Die Rechnung sollte an der Streifentafel plausibel gemacht werden: Wichtig ist, Zähler und Nenner gleichmäßig zu verfeinern.
Hier kann eine Verknüpfung mit Emilys Weg (2.1) stattfinden: Rico springt direkt zu einem gemeinsamen Vielfachen, ohne Vielfache dazwischen anzuschauen. Andere Wege, etwa das vorherige Kürzen, können auch besprochen und inhaltlich z. B. über das Vergröbern erklärt werden.

Methode:
Aufgabenteil c) lässt sich ideal an den digitalen Bruchstreifen diskutieren. https://dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html

2.2 Gleichnamige Brüche über Multiplizieren der Nenner finden

a)

> Emilys Weg dauert mir zu lange.
> Ich multipliziere direkt die Nenner: $\frac{3}{7}$ und $\frac{4}{5}$,
> dann bekomme ich $7 \cdot 5 = 35$ als Nenner.
> Dann erweitere ich beide Brüche auf 35-tel.

Überprüfe Ricos Weg für kleine Nenner an der Streifentafel:
Warum funktioniert sein Weg? Wie bestimmt er die neuen Zähler?

Ricos Weg funktioniert, weil sich die Malreihen treffen: $7 \cdot 5 = 5 \cdot 7$. Der 7tel- und der 5tel-Streifen werden also auf denselben Streifen verfeinert. Den neuen Zähler bestimmt er genauso über das Verfeinern: $3 \cdot 5$, $4 \cdot 7$.

b) Finde wie Rico gleichnamige Brüche:

(1) $\frac{3}{5}$ und $\frac{4}{6}$ (2) $\frac{2}{11}$ und $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{5}{4}$ und $\frac{4}{5}$ (4) $\frac{3}{12}$ und $\frac{2}{5}$ (5) $\frac{1}{10}$ und $\frac{3}{4}$

c) Überlege für diese Brüche: Wann ist Ricos Weg, beide Nenner zu multiplizieren, zu umständlich? Wie geht es manchmal leichter? Die digitalen Bruchstreifen helfen dir.

(1) $\frac{1}{3}$ und $\frac{4}{6}$ (2) $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{2}{4}$ und $\frac{4}{8}$ (4) $\frac{3}{20}$ und $\frac{2}{30}$ (5) $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{9}$
(6) $\frac{3}{6}$ und $\frac{1}{4}$ (7) $\frac{3}{4}$ und $\frac{3}{10}$

Digitale Bruchstreifen
dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html

Ricos Weg ist dann zu umständlich, wenn die Nenner eigentlich gut zusammenpassen, man also einen Streifen wählen kann, der nicht extrem fein eingeteilt ist. Beim Multiplizieren entstehen oft sehr große Zahlen.
Leichter geht es, wenn ich in Einteilungen denke und überlege: In welchen Streifen kann ich beide Anteile gut einzeichnen?

2.3 **Erarbeiten**

Ziel: Gleichnamige Brüche über verschiedene Zahlbeziehungen bestimmen

Material: -

Umsetzung: a), b) EA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen gleichnamige Brüche über verschiedene Zahlbeziehungen bestimmen und so die Rechnung des Verfeinerns üben. Auch sollen sie die Strategie des Multiplizierens der Nenner üben und reflektieren, dass das manchmal unnötig umständlich ist.
Weitere Brüche findet man auch z. B., indem man vorher die Brüche kürzt: 6/10 = 3/5, d. h. 6/10 = 9/15.

2.3 Auf verschiedenen Wegen gleichnamig machen

a)

Rico

$\frac{6}{10} \xrightarrow{\cdot 15} \frac{90}{150}$, $\frac{4}{15} \xrightarrow{\cdot 10} \frac{40}{150}$

$\frac{6}{10} \xrightarrow{\cdot 3} \frac{18}{30}$, $\frac{4}{15} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{8}{30}$

Emily

Überprüfe die beiden Lösungen: Wie haben Rico und Emily die Brüche gefunden?
Findest du noch weitere Brüche, die zu den beiden gleichnamig sind?

b) Finde wie Rico oder Emily gleichnamige Brüche.
Wann rechnest du lieber wie Rico, wann lieber wie Emily? Begründe, warum.

(1) $\frac{3}{5}$ und $\frac{4}{7}$ (2) $\frac{7}{12}$ und $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{2}{8}$ und $\frac{5}{6}$ (4) $\frac{9}{11}$ und $\frac{3}{7}$ (5) $\frac{9}{20}$ und $\frac{7}{15}$

Man nimmt lieber Ricos Weg, wenn die Nenner keinen gemeinsamen Teiler haben/ kleiner sind. Emilys Weg nimmt man auch gerne, wenn Nenner Vielfache voneinander sind, z. B. in (2).

2.4 - 2.5 **Üben**

Ziel: Üben, gleichnamige Brüche zu bestimmen und dabei Muster zu entdecken

Material: Würfel

Umsetzung: 2.4 a) EA, dann UG, b) Aufgabengenerator (PA); 2.5 Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund:
Die Lernenden sollen üben, gleichnamige Brüche zu bestimmen und dabei Muster entdecken. Dabei soll deutlich werden, wie Zähler und Nenner zusammenhängen.

Methode:
Falls Lernende Schwierigkeiten haben, Muster zu entdecken, zunächst alles beschreiben lassen, was ihnen auffällt. Ggf. gezielt auf entdeckbare Muster ansprechen. Kann auch arbeitsteilig bearbeitet und dann gegenseitig ausgetauscht und kontrolliert werden.

2.4 Was passiert, wenn ...

a) Mache die Brüche immer gleichnamig.

(1) $\frac{3}{6}$ und $\frac{2}{5}$	(1) $\frac{2}{5}$ und $\frac{3}{4}$	(1) $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{5}$	(1) $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$
(2) $\frac{4}{6}$ und $\frac{4}{5}$	(2) $\frac{2}{10}$ und $\frac{3}{8}$	(2) $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$	(2) $\frac{1}{4}$ und $\frac{2}{6}$
(3) $\frac{4}{6}$ und $\frac{2}{5}$	(3) $\frac{2}{10}$ und $\frac{3}{4}$	(3) $\frac{4}{3}$ und $\frac{8}{5}$	(3) $\frac{1}{6}$ und $\frac{2}{9}$
(4) $\frac{3}{6}$ und $\frac{4}{5}$	(4) $\frac{2}{5}$ und $\frac{3}{8}$	(4) $\frac{8}{3}$ und $\frac{16}{5}$	(4) $\frac{1}{8}$ und $\frac{2}{12}$

Welche Muster fallen dir auf? Wie könnte es in der 3. und 4. Spalte weitergehen?
Diese Satzbausteine können dir beim Beschreiben helfen:
- ... von Zeile zu Zeile...
- der Teil/das Ganze vom ersten Bruch/vom zweiten Bruch ...
- ... verändert sich .../... bleibt gleich ...
- ... wird um ... größer
- ... wird verdoppelt

b) Erfindet eigene Muster und tauscht sie aus.

Hintergrund zu 2.5:
Lernende können hier ebenfalls Muster und Besonderheiten entdecken: Z. B. identische Ausgangsbrüche, Ausgangsbrüche mit gleichem Nenner, unechte Brüche.

Impulse:
- Was passiert, wenn ihr beide die gleiche Zahl würfelt?
- Kann man auch die größere Zahl nach oben legen?

2.5 Brüche würfeln

Dilara und Maurice würfeln mit zwei 12er-Würfeln.
- Dilara würfelt 3 und 5 und baut daraus den Bruch $\frac{3}{5}$.
- Maurice würfelt 1 und 10 und baut daraus den Bruch $\frac{1}{10}$.
- Dilara bestimmt zu den Brüchen zwei gleichnamige Brüche.
- Für jeden richtigen Bruch bekommt sie einen Punkt.
Dann ist Maurice dran.

Dilara

Maurice

Würfelt Brüche wie Dilara und Maurice und macht sie gleichnamig.

B3B Brüche und Prozente vergleichen und der Größe nach ordnen – Didaktischer Hintergrund

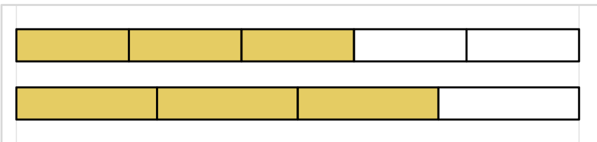
Lerninhalt

Brüche und Prozente vergleichen und ordnen

Der Vergleich von Anteilen und relativen Häufigkeiten in Bruch- oder Prozentdarstellung kommt täglich in der Zeitung vor, weswegen in dieser Einheit Brüche und Prozente (als Hundertstelbrüche) direkt zusammen thematisiert werden.

Um Brüche und Prozente (als Hundertstelbrüche) miteinander vergleichen zu können, sind stabil aufgebaute Anteilsvorstellungen wichtig. Bei einigen Lernenden merkt man erst beim Vergleichen, dass die Anteilsvorstellungen noch nicht ganz zu den fachlich tragfähigen Vorstellungen passen und ganz eigene Vergleichswege erfunden werden. So konnte z. B. Ismet die Streifen im unten abgedruckten Bild richtig als 3/5 und 3/4 identifizieren, sagte jedoch, 3/5 sei größer als 3/4, weil „hier ist ja fünf Kästchen, und hier vier“. Erst durch diesen Vergleich wurde klar, dass er zwar die richtigen Bilder zuordnen kann, er aber den Anteil als Beziehung zwischen dem Teil und dem Ganzen noch nicht durchdrungen hat.

Digitale Bruchstreifen: Anteile vergleichen



Notwendige inhaltliche Vorstellungen

Um Anteile vergleichen zu können, muss man Teil und Ganzes gleichzeitig im Blick haben: Sind die Ganzen gleich groß, dann reicht es, nur die Teile zu vergleichen. Im Bruchstreifen bedeutet dies z. B., dass bei gleich langen ganzen Bruchstreifen – wie in der Abbildung oben – die Anteile mithilfe der markierten Teile verglichen werden können. Bei gleich langen Streifen ist der markierte Teil gleich lang, wenn die Anteile gleich groß sind.

Um fehlerhafte Vergleichswege zu vermeiden, ist eine gründliche inhaltliche Fundierung notwendig: Am Darstellungsmittel der Bruchstreifen bauen Lernende ein Verständnis dafür auf, was es bedeutet, wenn zwei Brüche gleich groß sind und wie man durch Verfeinern und Vergröbern der Einteilung gleichwertige Anteile bestimmt (siehe Baustein **B2A** bzw. **B2B**).

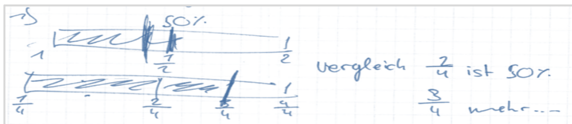
Auf diese inhaltlichen Vorstellungen kann beim Erzeugen größerer oder kleinerer Anteile zurückgegriffen werden. Dazu werden die gesuchten Brüche an einem Streifen (ggf. schon mental im Kopf) dargestellt (siehe *Veranschaulichung und Material*). Die anschauliche Verknüpfung von Nenner und Streifen-Einteilung sowie Zähler und Teil (markierte Felder) kann dazu beitragen, dass Lernende nicht tragfähige komponentenweise Vergleichswege als ungeeignet entlarven.

Sind die Vorstellungen aufgebaut, werden die Vergleichswege flexibilisiert, bevor das Standardverfahren „Nenner gleichnamig machen“ thematisiert wird. So lassen sich 3/5 und 3/4 z. B. auch über die Größe der Felder vergleichen (siehe Abbildung *Anteile im Bruchstreifen vergleichen*): Fünftel sind kleiner als Viertel, also sind drei Fünftel auch kleiner als drei Viertel. Bei gleichem Zählen ist das vergleichen daher leicht.

Sind die Nenner gleich, so ist der Bruch mit dem größeren Zähler größer. Wenn man sich mehr Stücke nehmen darf, bekommt man also mehr Pizza.

Geschult werden soll auch eine grundsätzliche Orientierung im Zahlenraum zwischen 0 und 1, um neben rein formalen Vergleichswegen über gleichnamige Brüche auch qualitative Vergleiche mit Vergleichsgrößen zu ermöglichen, dies stärkt den *Zahlenblick* (Marxer / Wittmann 2011, S. 26).

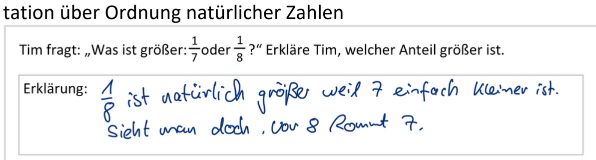
Aufgabe 3.1: Qualitativer Vergleich von 3/4 und 50 % (wenn auch noch mit Fehlern in der Beschriftung der Streifen)



Typische Schwierigkeiten

Typische Schwierigkeiten von Lernenden bestehen darin, dass sie nur eine der beiden Zahlen jedes Bruches berücksichtigen, wie z. B. bei „3/4 < 3/8, da 4 < 8“. Dabei wird häufig über Anzahlen argumentiert (4 Stücke sind weniger als 8 Stücke) und nicht gleichzeitig auch über die Größe der entstehenden Stücke (bzw. auch umgekehrt). Darüber hinaus werden auch Abstände zwischen Zähler und Nenner zur Beurteilung der Größe des Anteils herangezogen („3/4 = 5/6, da jeweils 1 zum Ganzen fehlt“). Beide Vorstellungen lassen sich durch Rückgriff auf die Bruchstreifen richtigstellen.

Aufgabe 1 (Standortbestimmung): Noch nicht tragfähige Argumentation über Ordnung natürlicher Zahlen


Tim fragt: „Was ist größer: $\frac{1}{7}$ oder $\frac{1}{8}$?“ Erkläre Tim, welcher Anteil größer ist.

Erklärung: $\frac{1}{8}$ ist natürlich größer weil 7 einfach kleiner ist. Sieht man doch, vor 8 kommt 7.

Übungsformat: Brüche dazwischen suchen

Mit dem Übungsformat *Suche Brüche oder Prozente zwischen gegebenen Brüchen* machen Lernende eine interessante Erfahrung: *Brüche liegen dicht*. Das bedeutet, dass sich zwischen zwei beliebigen Brüchen immer weitere finden lassen, also folgt auf 1/3 nicht direkt der Bruch 2/3, und zwar bei immer feinerer Einteilung unendlich viele. Dieses Phänomen ist für Lernende insofern erstaunlich, als die natürlichen Zahlen immer einen eindeutigen Nachfolger haben.

Veranschaulichung und Material

Digitale Bruchstreifen

Die digitalen Bruchstreifen lassen sich für das Gleichnamigmachen und Vergleichen/Ordnen von Brüchen nutzen, indem Lernende die Verfeinerungsstrukturen aktiv herstellen: Brüche werden auf eine gemeinsame Einteilung verfeinert; dadurch werden Größenvergleiche, Ordnungen und die Unterscheidung gleichnamig ≠ gleichwertig sichtbar.

Streifentafel, Bruchstreifen und Fortschrittsbalken

Für das inhaltliche Vergleichen und Ordnen von Anteilen wird auf einzelne Bruchstreifen bzw. die Streifentafel zurückgegriffen, die den Lernenden aus den vorangehenden Bausteinen bekannt sind. Die Größe eines Anteils lässt sich dabei *in gleich langen Streifen* über die Länge des markierten Teils vergleichen.

Diese Vorstellung wird dabei in zweierlei Hinsicht flexibilisiert bzw. erweitert: Neben gleich langen Streifen werden nun auch bewusst ungleich lange Streifen (z. B. als Fortschrittsbalken) genutzt. Diese sollen den Blick bewusst von absoluten Zahlvergleichen ablenken, indem der Blick auf die benötigte und zunächst zu erschaffende übereinstimmende Bezugsgröße – den gleich langen Streifen – gerichtet wird.

Darüber hinaus wird der leere Bruchstreifen genutzt, der geeignet strukturiert werden muss und so eine qualitative Orientierung (etwa an Referenzgrößen wie 0, 1/2 oder 1) fokussiert.

In der Förderung

Bedeutungsbezogene Denksprache

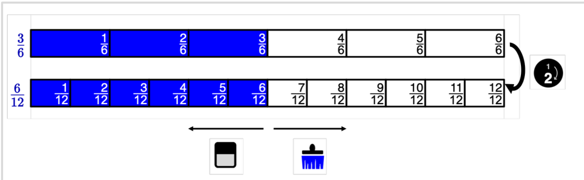
- gleichnamig (gleich eingeteilt) vs. gleichwertig (anders eingeteilt)
- ist größer / kleiner bzw. länger/kürzer als ...
- …liegt zwischen…

Aufbau der Förderung

Diejenigen, die das Material zur Neuerarbeitung nutzen, sollten mit **B3B**-Fördereinheit 1 und 2 starten und dann erst **B3A** bearbeiten. Im Anschluss kann dann **B3B**-Fördereinheit 3 bearbeitet werden.

In **Fördereinheit 1 (Anteile in Bildern und Situationen vergleichen)** wird zunächst das qualitative Vergleichen und Ordnen von Brüchen in Streifen erarbeitet. Dabei werden bewusst ungleich lange Streifen präsentiert, um nicht tragfähigen Vergleichswegen – etwa über die absolute Betrachtung der Anzahl markierter bzw. nicht markierter Felder/Stücke – vorzubeugen und den Blick auf die Beziehung des Teils zum jeweiligen Ganzen zu lenken. Im weiteren Verlauf werden gleich lange Streifen genutzt und an das Verfeinern und Vergröbern von Bruchstreifen angeknüpft: Gleich große Anteile zu einem vorgegebenen Anteil können gefunden werden, indem man die gemeinsame Einteilung beider Streifen sucht.

Digitale Bruchstreifen: Verfeinern nutzen, um kleinere / größere Brüche zu finden



In **Fördereinheit 2 (Brüche vergleichen mit Situationen, Bildern, Zahlbeziehungen)** werden verschiedene Vergleichswege für Brüche thematisiert, die sowohl inhaltlicher Natur sind (wie Situationen ausdenken, Bilder nutzen), als auch formale Kriterien nutzen (Zähler und Nenner betrachten). Insbesondere die Vergleichswege über die Betrachtung von Zähler und Nenner sollten dabei gut inhaltlich fundiert werden, denn sie werden häufig nicht tragfähig bzw. nicht flexibel genug genutzt. Darüber hinaus wird für ausgewählte Brüche eine Orientierung auf der Streifentafel angebahnt, um Brüche hinsichtlich zentraler Zahlwerte (etwa 1/2) schnell qualitativ verorten zu können.

Fördereinheit 3 (Brüche und Prozente ordnen) rundet die Förderung schließlich mit der Verknüpfung von Brüchen und Prozenten ab.

Digitale Medien zum Baustein

Alle digitalen Medien werden kontinuierlich ausgebaut und sind stets aktuell verlinkt unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/bpd#b3

- Am **digitalen Bruchstreifen** werden Anteile verglichen: dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html
- Die digitale Diagnose wird in zunehmend mehr Bundesländern im **MSK-Online-Check** möglich.

Weiterführende Literatur

Marxer, M. & Wittmann, G. (2011). Förderung des Zahlenblicks – Mit Brüchen rechnen, um ihre Eigenschaften zu verstehen. In: Der Mathematikunterricht 57(3), 25– 34.

Padberg, F. & Wartha, S. (2009). Didaktik der Bruchrechnung Springer Spektrum.

Prediger, S. (2011). Vorstellungsentwicklungsprozesse initiieren und untersuchen. Der Mathematikunterricht 57(3), 5–14.

B3B Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 20 - 25 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

1 a), 2 a): Erklärungen können sowohl Situationen als auch Rechnungen sein.

1 b) Einige Lernende können Brüche nicht im Bild vergleichen. Dann sollte man sie ermuntern, überhaupt Bilder zu zeichnen.

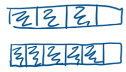
1 Anteile in Bildern und Situationen vergleichen

a) Tim fragt: „Was ist größer: $\frac{1}{7}$ oder $\frac{1}{8}$?“ Erkläre Tim, welcher Anteil größer ist.

Erklärung: $\frac{1}{7}$ ist größer. Wenn sich 7 Leute eine Pizza teilen, bekommt jeder mehr Pizza, als bei 8 Leuten und einer gleichgroßen Pizza.

b) Ist $\frac{5}{6}$ größer oder kleiner als $\frac{3}{4}$ oder sind beide gleich groß? Zeige mit einem Bild.

Bild:
$\frac{5}{6}$ ist größer:



2 Brüche vergleichen mit Situationen, Bildern, Zahlbeziehungen

a) “Kleiner als (<)”, “größer als (>)” oder “genau so groß wie (=)”? Trage ein.

(1) $\frac{1}{2}$ ist kleiner als $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{3}{8}$ ist größer als $\frac{3}{24}$

b) Erkläre deine Lösung zu a) (2).

Erklärung: $\frac{3}{8}$ ist größer. Wenn man 1 Pizza in 24 Stücke schneidet, sind die Stücke kleiner als bei 8 Stücken. Man bekommt je 3 Stücke.

3 Brüche und Prozente ordnen durch gleichnamig machen

a) “Kleiner als (<)”, “größer als (>)” oder “genau so groß wie (=)”? Trage ein.

(1) $\frac{15}{25}$ ist gr. als 15 % (2) 30 % ist kl. als $\frac{4}{5}$

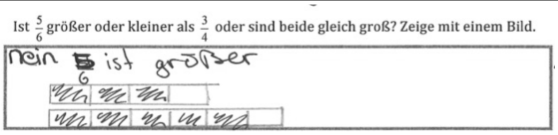
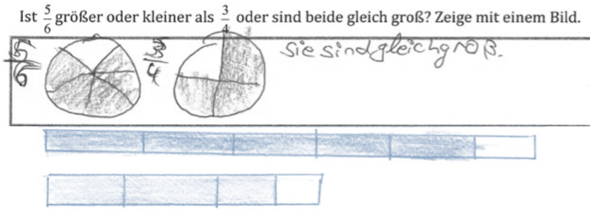
b) Rechenweg zum Vergleich von $\frac{5}{8}$ und $\frac{4}{6}$
$\frac{4}{6}$ ist größer!
Gleichnamig machen $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$ und $\frac{4}{6} = \frac{16}{24}$.

Hinweise zur Auswertung

Übergreifende Fehler

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
Rechenweg zum Vergleich von $\frac{5}{8}$ und $\frac{4}{6}$: $\frac{5}{8} > \frac{4}{6}$ ~~8 ist größer als 6~~	Annahme, dass der Bruch mit dem größeren Nenner größer ist, weil er aus mehr Stücken besteht.	Wiedererarbeitung des Anteils in **B1 A**.
Rechenweg zum Vergleich von 5/8 und 4/6: „5/8 ist größer, denn 5 · 8 = 40 und 4 · 6 = 24.“	Zähler und Nenner werden miteinander multipliziert.	
Ist 5/6 größer oder kleiner als 3/4 oder sind beide gleich groß? „Beide sind gleich groß, weil nur noch 1 Zähler fehlt, dann ist es bei beiden voll, also 6/6 und 4/4.“	Es wird absolut über den Abstand von Zähler und Nenner / Teil und Ganzem argumentiert: Ist dieser größer, ist der Bruch – je nach Einschätzung – kleiner bzw. größer.	Erarbeitung der Bedeutung des Nenners / des Ganzen und seiner Beziehung zum Zähler / Teil bei Größenvergleichen (1.1 - 1.4). Erarbeitung verschiedener Vergleichswege (2.1 - 2.2).
$\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$ weie 5 und 6 größer sind aes 3 und 4	Zähler und Nenner werden komponentenweise verglichen. Diese Regel gilt nur im Spezialfall, z. B. nicht bei 5/12 > 2/3.	
Ist $\frac{5}{6}$ größer oder kleiner als $\frac{3}{4}$ oder sind beide gleich groß? Zeige mit einem Bild. Beide sind gleich groß, weil man kann beide Nenner auf 12 bringen.	Gleichgroß wird mit dem Finden eines gemeinsamen Nenners erklärt. Evtl. liegt Verwechslung von *gleich groß* und *gleichnamig* vor.	Wiedererarbeitung des Herstellens gleichnamiger Brüche in **B3 A**.
$\frac{5}{8} = 62{,}5 > \frac{4}{6} = 66{,}6$	Beim Umwandeln in Dezimalzahlen treten Fehler auf.	Zusammenhang von Brüchen und Dezimalzahlen erarbeiten in **DB**.

Diagnoseaufgabe 1: Anteile in Bildern und Situationen vergleichen

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
b)		Es wird vom gleich großen Stück (gleich große Felder) ausgegangen.	Erarbeitung der Darstellung von Anteilen in Streifen als geeignetes tragfähiges Darstellungsmittel (1.1; 1.3; 1.4).
		Es wird ein Darstellungsmittel gewählt, das zum Vergleichen nicht gut geeignet ist (z. B. Anteile sind in unterschiedlich langen Streifen). Es werden unterschiedlich große Ganze gewählt bzw. es wird ungenau gezeichnet.	
	Es wird kein Bild gezeichnet.	Es besteht Unsicherheit dahingehend, wie Brüche geeignet in Bildern dargestellt werden können oder es wird lieber auf rechnerische Vergleichswege ausgewichen.	

Diagnoseaufgabe 2: Brüche vergleichen mit Situationen, Bildern, Zahlbeziehungen

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
b)	Erklärung: Es ist gleich nur der Nenner wurde verändert	Es wird nur auf den Zähler geguckt. Stimmt dieser überein, sind die Brüche gleich groß.	Erarbeitung der Bedeutung des Nenners / des Ganzen und seiner Beziehung zum Zähler / Teil bei Größenvergleichen (1.1 - 1.4). Erarbeitung verschiedener Vergleichswege, insbesondere zur gezielten Nutzung von Zähler und Nenner (2.1 - 2.2).

Diagnoseaufgabe 3: Brüche und Prozente ordnen

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
a.1)	(1) $\frac{15}{25}$ $\boxed{=}$ 15 %	Es wird nur der Nenner mit der Prozentzahl verglichen.	Zunächst ggf. Wiedererarbeitung von Prozenten in **B1 B** / **B2 C**, dann Größenvergleich üben (3.1 - 3.3).

B3B Wie können wir fördern, Brüche und Prozente zu vergleichen und der Größe nach zu ordnen?

1 Anteile in Bildern und Situationen vergleichen

1.1 Erarbeiten

Ziel: Anteile in Streifen vergleichen, einzeichnen und der Größe nach ordnen

Material: Digitale Bruchstreifen, Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a) EA, dann UG, b), c), d) EA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen Anteile vergleichen, indem sie nicht gleichlange Streifen zueinander in Bezug setzen. Ungleichlange Bruchstreifen erfordern, dass der zu betrachtende Teil bewusster auf den jeweiligen Streifen hin interpretiert wird und der Fokus weniger auf absoluten Vergleichen liegt („Der eine Streifen ist länger.“). Streifen können eingeteilt und mit den digitalen Bruchstreifen gleich langgezogen werden.
Jonas und Sarahs Anteile ergeben (gleich lang gedacht) zusammen ein Ganzes.
In Aufgabenteil d) kann an **B1 A** angeknüpft werden: Bei Stammbrüchen ist der Anteil mit kleinerem Nenner größer. Zudem gehört der größte Anteil zum längsten markierten Teil in Streifentafel (Streifen gleich lang). Ggf. kann man die Lernenden schon vorab fragen, was der größte Anteil ist und dann mit den digitalen Streifen kontrollieren lassen.

Digitale Bruchstreifen:
Die Übertragung in die digitalen Bruchstreifen ermöglicht Kontrolle, wobei hier die Streifen gleichlang gezogen werden können und sollten. https://dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html

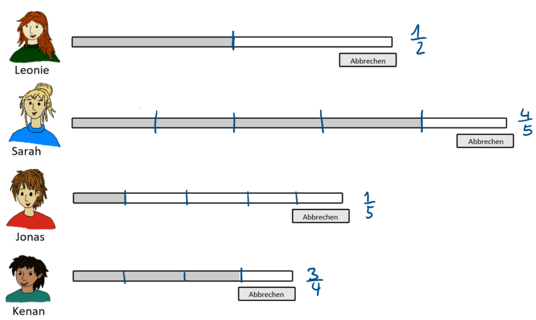
Impulse:
- Es sieht hier so aus, als hätten Leonie und Kenan ungefähr einen gleichgroßen Anteil geladen. Stimmt das? Schließlich ist der Teil in grau doch ungefähr gleichlang.
- Warum darf ich für Sarah und Jonas den gleichen Streifen nehmen? Die Streifen sind doch unterschiedlich lang.
- Für welchen beiden Kinder könnte man noch den gleichen Streifen nehmen? (→ Kenan und Leonie beide im Viertel-Streifen)
- Warum ist es besser, wenn die Streifen gleich lang sind, um sie zu vergleichen?

Methode zu c) und d):
Kann mit stärkeren Lernenden mit Erfahrungen in **B2 A** und **B2 B** kürzer behandelt bzw. übersprungen werden.

1.1 Anteile in Download-Balken vergleichen

Digitale Bruchstreifen
dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html

a) Die vier Freunde laden sich ihre Lieblingsfilme auf ihre Computer. Welche Anteile wurden geladen? Wie sieht man das an den Streifen?
- Zeichne Markierungen ein, sodass man die Anteile gut ablesen kann.
- Stelle die Anteile dann mit den digitalen Bruchstreifen dar.
- Wer hat den größten Anteil geladen? Wie sieht man das an den Streifen?



Wenn man die Bruchstreifen gleichlang zieht, kann man die Anteile besser vergleichen, weil sich dann alle Anteile auf das gleiche Ganze beziehen.
Nur dann kann man an der Länge des markierten Teils erkennen, welcher Anteil größer ist.
→ Sarah hat am meisten heruntergeladen.

b) Schreibe alle Anteile der Größe nach auf. Beginne mit dem **größten**.

c) Schreibe auf, welche Anteile noch geladen werden müssen. Schreibe auch diese Anteile der Größe nach auf. Beginne mit dem **kleinsten**.

d) Stelle $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ mit digitalen Bruchstreifen aus **a)** oder an der Streifentafel dar. Welcher Anteil ist der größte? Was hat das mit den Streifen zu tun?

Bei 1/2 ist das Ganze in 2 Felder eingeteilt
→ ein Feld ist sehr groß.
Bei 1/5 ist das Ganze in 5 Felder eingeteilt
→ ein Feld ist kleiner.

Je mehr Felder das Ganze hat, desto kleiner ist ein einzelnes Feld. Deshalb wird bei gleichbleibendem Zähler der Anteil kleiner, wenn der Nenner größer wird.

1.2 **Üben**

Ziel: Anteile in Streifen vergleichen; typische Fehlvorstellung reflektieren und am Material widerlegen

Material: Digitale Bruchstreifen, Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a) EA, b) UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen üben, Anteile in Bruchstreifen zu vergleichen. Manche Lernende schauen beim Größenvergleich absolut auf die Anzahl der Felder, die noch zu einem Ganzen fehlt und nicht auf die Beziehung zum Ganzen. Hier kann mit Ricos Aussage ein kognitiver Konflikt erzeugt werden.

Methode:
Wenn Lernende die Anteile im Vorfeld nach nicht tragfähigen Aspekten ordnen, diese am Material thematisieren.

1.2 Anteile in Streifen vergleichen

a) Welcher Anteil ist größer? Vergleiche die Anteile mit den digitalen Bruchstreifen oder der Streifentafel.

(1) $\frac{4}{10}$ oder $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{3}{4}$ oder $\frac{3}{8}$ (3) $\frac{4}{10}$ oder $\frac{8}{20}$ beide sind gl. groß

b) Rico vergleicht Anteile in Streifen.
Überprüfe: Stimmt Ricos Weg?
Finde Beispiele, für die sein Weg nicht funktioniert.

1.3 **Erarbeiten**

Ziel: Größere und kleinere Anteile in Situationen selbstständig finden

Material: Streifentafel(n), ggf. Folienstifte, ggf. digitale Bruchstreifen

Umsetzung: a) EA, b), c) EA, dann UG, d) EA/PA, e) Aufgabengenerator (PA)

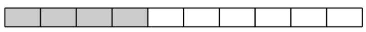
Hintergrund:
Die Lernenden sollen gezielt größere und kleinere Anteile finden. Dabei wird auf die inhaltliche Vorstellung vom Verfeinern bzw. Vergröbern (**B2A**) zurückgegriffen. In demselben Streifen lassen sich kleinere bzw. größere Anteile durch Wegnehmen bzw. Hinzufügen von gefärbten Feldern erzeugen.
Lernende orientieren sich z.T. an den Streifen der anderen Teilaufgaben und finden zunächst in diesen über das direkte Abtragen der Anteile geeignete kleinere oder größere Anteile.

Impulse:
- In welchem feineren / gröberen Streifen könntest du denselben Anteil darstellen? Wie heißt er da?
  → z.B. im 8tel-Streifen bzw. im 3tel-Streifen.
  6/8 bzw. 1/3.
- Warum sind diese Anteile größer?
  Woran sehen wir das?

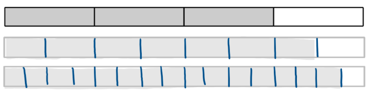
Methode:
Digitale Bruchstreifen können zur Kontrolle genutzt werden: https://dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html

1.3 Anteile in anderen Streifen und Situationen finden

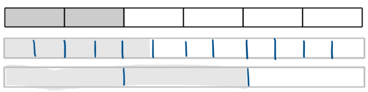
a) Lies den Anteil ab. Finde drei Anteile **im selben Streifen**,
- die **größer** sind.
- die **kleiner** sind.



b) Finde drei **größere** Anteile **in anderen Streifen**.
Erkäre, wie du die Anteile gefunden hast.



c) Finde drei **größere** Anteile **in anderen Streifen**.
Erkäre, wie du die Anteile gefunden hast.
Wie hilft dir die Vorstellung der Streifentafel dabei?



Wenn ich größere Anteile in anderen Streifen finden will, brauche ich einen gleichwertigen Anteil (feiner oder gröber eingeteilt), bei dem der markieret Teil länger ist.
Das Ganze bleibt gleich groß, also vergrößert sich der Anteil, je mehr Felder ich vom Ganzen markiere.

d) Tim hat $\frac{5}{8}$ vom Schokoriegel bekommen. Gib drei Situationen an, in der Sarah
- genau denselben Anteil von einem anderen Schokoriegel bekommt.
- einen größeren oder kleineren Anteil von einem anderen Riegel bekommt.

e) Eine Person gibt einen Anteil (und einen Streifen) oder eine Situation vor, die andere findet dazu größere oder kleinere Anteile. Wechselt euch ab.

1.4 Erarbeiten

Ziel: Brüche in verschiedenen Darstellungen vergleichen; erste Vergleichswege auf Zahlebene entwickeln

Material: Digitale Bruchstreifen

Umsetzung: a), b) jeweils EA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen Brüche vergleichen und auch mit der symbolischen Ebene vernetzen.
Die Frage nach dem Ladefortschritt von Maurices und Jonas‘ Computer hat diagnostisches Potential. Lernende, die über Abstand von Zähler und Nenner argumentieren wie Rico (1.2), werten Maurices und Sarahs Anteil als gleich.
Wenn Zähler gleich groß sind, kann man auf die Anzahl der gleich großen Felder schauen. 2/5 ist zu 4/10 erweiterbar. Bei verschiedenen Nennern ist das Vergleichen eher schwer.

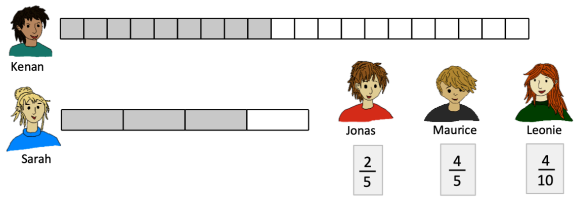
Impulse:
- Wie verändern sich die Felder am Bruchstreifen, wenn sich der Nenner verdoppelt/halbiert? (vgl. Maurice/Jonas und Leonie)

Methode:
Die Reflexion über Vergleiche findet an den digitalen Bruchstreifen statt:
https://dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html.
Bei Schwierigkeiten in der Streifentafel operative öSerien wie in 1.1 d) bearbeiten.

Lösung zu a):
Kein Streifen bei 2/5 und 4/5 nötig, da gleicher Nenner (größerer Zähler → größerer Anteil).
Maurices Computer hat am meisten kopiert.

1.4 Verschiedene und gleiche Anteile in Download-Balken und Streifen

Die Kinder wollen wissen, wer am meisten von der Datei heruntergeladen hat.



a) Hat Jonas‘ Computer schon mehr von der Datei heruntergeladen oder Maurices Computer? Vergleiche auch die anderen Brüche.
Wo brauchst du keinen Streifen zum Vergleichen? Wie vergleichst du dort?
Wer hat schon am meisten von der Datei heruntergeladen?

*Wenn Brüche gleich eingeteilt sind (gleicher Nenner), reicht ein Blick auf die Anzahl der markierten Felder (z.B. hat Maurice mehr als Jonas).
Wenn die Einteilungen verschieden sind, stelle ich die Anteile im gleich langen und gleich eingeteilten Bruchstreifen dar. Der längere markierte Teil gehört zum größeren Anteil.
Zum Beispiel kann man Jonas 2/5 und Leonies 4/10 im Zehntel-Streifen vergleichen: 2/5 sind dort 4/10.
Beide Anteile sind gleich lang markiert.*

*Auch Kenans 9/20 lässt sich gut mit den anderen vergleichen, wenn man 20tel nimmt: Jonas' 2/5 sind 8/20 – Kenan hat also etwas mehr heruntergeladen als Jonas und Leonie.
Vergleicht man mit Sarahs 3/4, sieht man im gemeinsamen Streifen, dass ihr Anteil länger ist als 9/20.
Maurices 4/5 reicht noch weiter – sein Streifen ist am längsten markiert.*

Digitale Bruchstreifen

b) Welche Anteile sind leicht zu vergleichen, welche schwieriger?
Vergleiche die schwierigen Brüche mit den digitalen Bruchstreifen.

dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html

2 Brüche vergleichen mit Situationen, Bildern, Zahlbeziehungen

2.1 **Erarbeiten**

Ziel: Anteile über Vergleichsgrößen 0, 1 und 1/2 vergleichen; auf dem leeren Bruchstreifen orientieren

Material: Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a) UG, b), c) EA, dann UG, d) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund:
Die Lernenden sollen Brüche grob über die Vergleichsgrößen 0, 1 und $\frac{1}{2}$ vergleichen. Kenans Idee ist besonders hilfreich, wenn ein Bruch größer und der andere Bruch kleiner als $\frac{1}{2}$ ist, bzw. wenn Abstände zu $\frac{1}{2}$ stark voneinander abweichen. Nähe zur 0 bzw. 1 kann alternativ ebenfalls helfen, Brüche zu ordnen.

Impuls zu a):
- Wann funktioniert Kenans Idee (nicht)?

Methode zu b):
Begriff *fast* hat Interpretationsspielraum. Lernende sortieren hier sehr unterschiedlich, deshalb ist es wichtig, nach Begründungen zu fragen.
Der Vergleich mit 1/2 ist hier aussagekräftiger. Ein Verweis auf Kenans Weg hilft, die unterschiedlichen Situationen (a): Vergleich von zwei Brüchen über den Bruch 1/2 und (b): Einschätzung von Situationen mit 1/2 und einem weiteren Bruch zu verknüpfen.

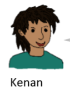
Methode zu c):
Anteile nur ungefähr eintragen lassen. Lernende sehen die Aufgabenteile b) und c) oft als voneinander getrennt an und greifen in c) dann nicht auf b) zurück, sondern strukturieren den Streifen in Viertel, Zwanzigstel etc.

Impulse zu c):
- Wie kann die Sortierung aus b) jetzt helfen, die Anteile einzuzeichnen? → Zunächst Referenzgröße 1/2 eintragen, dann weiß man, was weiter links und was weiter rechts liegt. Danach leichtere Anteile wie 3/4 einzeichnen.

Impulse zu d):
- Ist der Anteil größer als 1/2?
- Ist er kleiner als 1/2?
- Ist er im 5tel-Streifen darstellbar?
- Ist er größer als 3/4?

2.1 Brüche mit 0, $\frac{1}{2}$ und 1 vergleichen

Kenan hat eine andere Idee, um Brüche zu vergleichen.



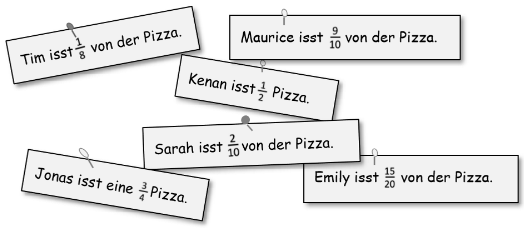
Ich vergleiche mit $\frac{1}{2}$: Man kann gut sehen, ob ein Anteil größer oder kleiner ist.

a) Wie kannst du mit Kenans Idee entscheiden,
- ob $\frac{2}{5}$ oder $\frac{3}{4}$ größer ist?
- ob $\frac{18}{24}$ oder $\frac{2}{15}$ größer ist?

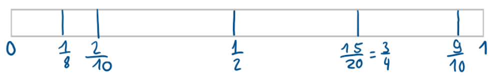
Wo liegen die Brüche in der Streifentafel ungefähr?

Kenan vergleicht die Brüche mit 1/2, weil er dann sehen kann, ob ein Anteil kleiner oder größer als die Hälfte vom Ganzen ist.
Bei 2/5 sind weniger Felder als die Hälfte vom Ganzen markiert. Bei 3/4 sind es mehr als die Hälfte. Bei 18/24 sind weit über die Hälfte der Felder markiert und bei 2/15 weit unter der Hälfte.
Die ersten beiden Brüche sind vergleichsweise näher an 1/2, während die unteren beiden weit davon entfernt liegen.

b) Ordne die Pizzaanteile der Kinder der Größe nach und markiere sie ungefähr oben in der Streifentafel.
- Wer hat mehr als eine halbe Pizza gegessen?
- Wer hat weniger als eine halbe Pizza gegessen?
- Wer hat fast eine ganze Pizza gegessen?
- Wer hat nur ganz wenig von der Pizza gegessen?



c) Zeichne die Anteile aus **b)** jetzt ungefähr in diesen Streifen ein.
Nutze dazu deine Sortierung aus **b)**. Überprüfe dann mit der Streifentafel.



d) Eine Person denkt sich einen Anteil auf der Streifentafel aus, die andere versucht, ihn zu raten und markiert sich in der Streifentafel, wo der Anteil liegen kann.
Wechselt euch ab.

2.2 Erarbeiten

Ziel: Verschiedene Vergleichswege erarbeiten und nutzen, um Brüche zu vergleichen

Material: Ggf. Streifentafel(n), ggf. Folienstifte

Umsetzung: a), b) EA, dann UG, c) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund:
Die Lernenden sollen Vergleichswege erarbeiten und nutzen.
Emily: Gleichlanger Streifen ist wichtig. Weg funktioniert theoretisch für alle Brüche, praktische Beschränkung durch Zeichengenauigkeit (z. B. bei großen Nennern).
Sarah: Verallgemeinerung der Regel für die Stammbrüche: Je mehr Leute sich einen Schokoriegel teilen, desto weniger bekommt jeder.
Jonas und Dilara sind gleich: Rückgriff auf die Erfahrung, dass der Zähler zählt.
Der Weg von *Maurice* bereitet häufig Schwierigkeiten: Verfeinern und Vergröbern wird in neuem Kontext aufgegriffen.
Leonie: Der Weg passt zu vielen anderen Wegen, da er den Darstellungswechsel thematisiert, der auch z. B. bei Maurice genutzt wird.

Methode:
Ein eigenes Beispiel kann helfen, Charakteristika der Vergleichswege zu erarbeiten und inhaltliches Verständnis zu sichern. Bei Schwierigkeiten mit einzelnen Wegen hilft es, sich Bilder zu den Anteilen zu malen und davon ausgehend die mehr rechnerischen Wege (wie von Maurice) zu erschließen.

Methode zu b):
Fehlerhafte Ergebnisse an der Streifentafel kontrollieren und besprechen.

2.2 Brüche auf verschiedenen Wegen vergleichen

Auch die Freunde von Kenan haben verschiedene Wege gesammelt, wie man Brüche gut vergleichen und ordnen kann.

Emily: Ich gucke mir die Streifentafel an oder male ein Bild: Der dunkle Streifen gehört zum größeren Anteil, weil er länger ist.

Sarah: Wenn die Zähler gleich sind, dann gucke ich mir nur die Nenner an: Der größere Nenner gehört zum kleineren Bruch.

Jonas: Bei gleichen Nennern ist das ganz einfach: Der größere Zähler gehört zum größeren Bruch.

Maurice: $\frac{4}{8}$ ist so groß wie $\frac{2}{4}$: Wer den Schokoriegel in doppelt so viele Stücke eingeteilt hat, kann doppelt so viele Stücke nehmen und bekommt den gleichen Anteil.

Leonie: Ich stelle mir eine Situation vor, mit der ich die Brüche vergleichen kann.

Dilara: Im gleichen Streifen sehe ich ganz schnell, welcher Anteil kleiner ist: $\frac{2}{10}$ ist kleiner als $\frac{6}{10}$. Bei $\frac{2}{10}$ hat der Computer weniger kopiert.

Kenan: Ich vergleiche mit $\frac{1}{2}$: Das sehe ich inzwischen auch ohne Streifentafel.

a) Siehe dir die Vergleichswege der Jungen und Mädchen für Brüche an:
Welche sind ähnlich? Finde Brüche, mit denen man die Wege gut erklären kann.

b) Kleiner (<), größer (>), oder gleich (=) ?
Probiere die Wege bei diesen Vergleichsaufgaben aus:

(1) $\frac{5}{6} > \frac{5}{8}$ (2) $\frac{4}{9} < \frac{7}{9}$ (3) $\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$

(4) $\frac{3}{4} > \frac{5}{10}$ (5) $\frac{5}{8} < \frac{3}{4}$ (6) $\frac{3}{7} < \frac{5}{8}$

Vergleicht eure Lösungen: Wo eignet sich welcher Weg besonders gut?
Wo findet ihr noch andere Wege?

(1) **Sarah**, weil die Zähler hier gleich sind. Dann kann ich die Größe der Felder vergleichen. Sechstel-Felder sind größer als Achtel-Felder.
(2) **Jonas / Dilara**, weil das Ganze gleich eingeteilt ist. Hier kann ich also direkt den Teil vergleichen. Mehr Felder markiert → größerer Anteil.
(3) **Maurice**, weil 18tel doppelt so fein eingeteilt sind wie 9tel.
(4) **Emily**, weil die Einteilungen nicht zusammenpassen. Hier kann ich auch beide gut mit 1/2 vergleichen.
(5) **Emily** oder ich mache es so ähnlich wie **Maurice**: 3/4 erweitert ergibt 6/8. Also muss 3/4 größer sein.
(6) **Emily** oder ich vergleiche hier beide mit 1/2.

c) Denkt euch selbst Aufgaben aus, die besonders gut zu einzelnen Wegen passen.
Tauscht die Aufgaben untereinander aus und löst sie. Kontrolliert gemeinsam.

3 Brüche und Prozente ordnen

3.1 **Erarbeiten**

Ziel: Brüche durch Suchen gleichnamiger Brüche vergleichen und ordnen

Material: Digitale Bruchstreifen, Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a), b) EA/PA, c), d) jeweils EA/PA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen Brüche durch Suchen gleichnamiger Brüche vergleichen und ordnen.
Hier wird die Gleichnamigkeit als Werkzeug genutzt, um beliebige Brüche vergleichen zu können. Bei Schwierigkeiten mit gleichnamigen Brüchen auf **B3A** zurückgreifen.
Es wird an die inhaltliche Bestimmung gleichnamiger Brüche in der Streifentafel angeknüpft.
In Aufgabenteil d) werden auch Prozente verglichen: Bei Prozenten bietet sich der gemeinsame Nenner 100 an.

Digitale Bruchstreifen:
Die digitalen Bruchstreifen helfen, die Verfeinerungsstrukturen sichtbar zu machen, die dem Gleichnamigmachen zugrunde liegen.
https://dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html

Methode:
Hier lassen sich auch die Vergleichswege aus 2.1 und 2.2 nutzen. Wichtig ist, dass Lernende nach Möglichkeit flexibel Brüche vergleichen können und nicht stur Standardverfahren nutzen. Wenn alle Brüche gleichnamig gemacht werden, auch explizit weitere Vergleichswege ansprechen.

Hinweis:
Diejenigen, die das Material zur Neuerarbeitung nutzen, lieber mit B3B-Fördereinheit 1 und 2 starten, dann B3A und dann erst B3B-Fördereinheit 3 machen.

3.1 Brüche ordnen durch gleichnamig machen

Kleiner (<), größer (>) oder gleich (=)? Tara und Tim sollen die Büche ordnen.


Tara

Bei diesen Brüchen kann man ja gar nicht immer leicht vergleichen.

Aber vielleicht kann man die Nenner passend machen?


Tim

A $\frac{5}{6} > \frac{1}{3}$ B $\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$ C $\frac{15}{18} > \frac{1}{3}$ D $\frac{4}{5} > \frac{2}{3}$

E $\frac{4}{10} > \frac{1}{3}$ F $\frac{4}{5} > \frac{3}{4}$ G $\frac{2}{5} < \frac{4}{7}$ H $\frac{4}{6} > \frac{5}{9}$

I $\frac{4}{5} > \frac{4}{11}$ J $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ K $\frac{4}{6} < \frac{3}{4}$

Digitale Bruchstreifen

dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html

a) Finde für die Brüche in Aufgabe **A** und **B** gemeinsame Nenner in der Streifentafel oder den digitalen Bruchstreifen.

b) Für Aufgabe **E** reicht die Streifentafel nicht aus:
Wenn man nicht immer Streifen zeichnen möchte, kann man auch die Brüche auf den gleichen Nenner erweitern, also gleichnamig machen, und dann vergleichen.

Finde für Aufgabe **E** gleiche Nenner, indem du die Brüche gleichnamig machst. Welcher Bruch ist größer?

c) Finde auch zu den anderen Aufgaben gleiche Nenner und ordne die Brüche.
Gibt es Aufgaben, die man auch ohne gleichen Nenner gut vergleichen kann? Vergleicht, wie ihr die Aufgaben gelöst habt.

d) Wie löst du Aufgaben, in denen Prozente und Brüche vorkommen?

A $\frac{3}{4} > 50\,\%$ B $40\,\% > \frac{5}{20}$

Vergleicht eure Lösungswege.

Ich mache aus beiden Anteilen 100tel-Brüche, um sie zu vergleichen.
A: 3/4 muss ich mit 25 erweitern, damit ich auf 100tel komme. 75/100 > 50/100.
B: 5/20 muss ich mit 5 erweitern, damit ich auf 100tel komme. 25/100 < 40/100.

3.2 **Üben**

Ziel: Brüche und Prozente am 100tel-Streifen und durch Erweitern auf den Nenner 100 ordnen

Material: Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a), b) EA/ PA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Struktur des 100tel-Streifens für alle Brüche nutzen. Hier hilft es, zunächst einfache Brüche (z. B. 1/2, 5/10 oder 4/5) zu besprechen und jeweils geeignete Einteilung des Streifens zu markieren, um dann zu schwereren Brüchen überzugehen.

Impulse:

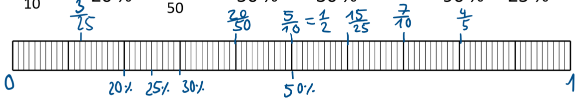
- Wie viele Felder müsste der Streifen haben, damit du gut 4/5 eintragen kannst? → 5
- Wie viele Felder musst du beim 100tel-Streifen dann immer zusammenfassen? → Immer 20

Methode zu b):
Aufgabenteil b) greift Kalkül auf (Erweitern auf 100). Wenn Lernende in a) bereits so argumentiert haben, kann sie übersprungen werden.

3.2 Immer Nenner 100

a) Ordne diese Brüche und Prozente nach ihrer Größe.
Trage sie im Hundertstel-Streifen ein und überprüfe mit der Streifentafel.

$\frac{5}{10}$ $\frac{1}{2}$ 20 % $\frac{3}{25}$ $\frac{20}{50}$ $\frac{15}{25}$ 50 % $\frac{4}{5}$ 30 % $\frac{7}{10}$ 90 % 25 %



b) Man kann viele Brüche und Prozente auch ohne Streifen vergleichen, wenn man alle auf den Nenner 100 erweitert:
Finde damit heraus, ob $\frac{15}{25}$ oder $\frac{5}{10}$ oder 20 % größer ist.
Überprüfe deine Rechnung mit der Streifentafel.

3.3 – 3.4 **Üben**

Ziel: Brüche und Prozente zwischen zwei Grenzen angeben und vergleichen

Material: Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a), b) jeweils EA, c), d) jeweils PA, dann UG; 3.4 EA, dann PA

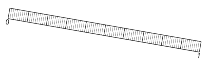
Hintergrund:
Die Lernenden sollen zwischen Prozenten und Brüchen flexibel übersetzen und diese auch vergleichen. Brüche liegen dicht: Durch Erweitern (d. h. Verfeinern) findet man zwischen beliebigen Grenzen weitere Brüche.

Impuls:

- In welchen Streifen kannst du 3/10 noch einzeichnen? → Z. B. im 20tel-Streifen

3.3 Was liegt dazwischen?

a) Gib drei Prozente an, die zwischen $\frac{3}{25}$ und $\frac{20}{50}$ liegen.
Zeichne die Prozente in der Streifentafel ein.



b) Gib drei Brüche an, die zwischen 10 % und 20 % liegen.

c) Emily wundert sich:

Wie soll man denn drei Brüche finden, die zwischen $\frac{3}{10}$ und $\frac{4}{10}$ liegen? $\frac{4}{10}$ kommt doch direkt nach $\frac{3}{10}$. Ich zähle doch 1, 2, 3, 4, 5 ...
Zwischen 3 und 4 gibt es doch keine Zahl mehr!

Emily

Was meint Emily? Erkläre, wie sie trotzdem einen passenden Bruch finden kann.

Zwischen 3 und 4 gibt es keine Zahl mehr, daher denkt Emily, dass es auch zwischen 3/10 und 4/10 keinen Bruch mehr gibt. Aber dabei lässt sie den Nenner außer Acht. Ich kann nämlich z.B. in 20tel feiner einteilen. Dann habe ich 6/20 und 8/20. Dazwischen liegt 7/20. Um noch mehr dazwischenliegende Brüche zu finden, kann ich noch feiner einteilen.

d) Was verändert sich in **c)**, wenn die Zähler verdoppelt werden?
Was verändert sich, wenn die Nenner verdoppelt werden?

Verdoppeln der Zähler erzeugt einen größeren Abstand zwischen Brüchen. Man findet dann Brüche mit gleichem Nenner (7/10). Beim Verdoppeln der Nenner ändert sich nur der Streifen (Verfeinern).

3.4 Brüche und Prozente vergleichen

Siehe dir diese Brüche und Prozente an. Welche sind
(1) kleiner als $\frac{1}{4}$? 20 %, 15 %, $\frac{1}{8}$ (2) größer als $\frac{1}{4}$, aber kleiner als $\frac{1}{2}$? $\frac{8}{20}$, $\frac{2}{6}$, 40 %, 45 %

$\frac{1}{8}$ $\frac{11}{12}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{4}{5}$

40 % 20 % 45 % 15 %