Mathe sicher können

Didaktischer Kommentar
zum Diagnose- und Fördermaterial

B4 Mit Brüchen rechnen

Inhalt

Zitierbar als Schink, Andrea, Prediger, Susanne & Böing, Lena (2026). Didaktischer Kommentar zum Mathe-sicher-können-Diagnose- und Förderbaustein B4: Addition & Subtraktion von Brüchen verstehen. Open Educational Resources unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/bpd/#B4

Hinweis zu verwandtem Material Dieser didaktische Kommentar gehört zu dem MSK-Diagnose- und Fördermaterial, das gedruckt beim Cornelsen-Verlag und frei online verfügbar ist. Online finden sich auch Fortbildungsfilme, Erklärvideos und flexible digitale Bruchstreifen für Lernende, unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/bpd#B4 bzw. https://dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html.

B4A Addition und Subtraktion von Brüchen verstehen – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Überblick zu vier Lernzielen verständigen Rechnens

Das **verständige Rechnen** mit Addition und Subtraktion von Brüchen umfasst nicht nur die Beherrschung eines relativ komplexen (dreischrittigen) Verfahrens, sondern vier Teil-Lernziele:
(1) Zentrale Voraussetzung ist das **Zahlverständnis** von Brüchen als Anteilen, d. h. als Beziehungen vom Teil zum Ganzen.
(2) Darauf kann ein **Operationsverständnis** von Addieren und Subtrahieren aufgebaut werden: Brüche addieren bzw. subtrahieren, das bedeutet, Anteile vom gleichen Ganzen zusammenzufügen bzw. wegzunehmen. Die Grundvorstellungen für die Addition bzw. die Subtraktion von Brüchen lassen sich von den natürlichen Zahlen auf die Brüche übertragen: So kann die Addition als ein Zusammenfügen oder Hinzufügen von Anteilen und die Subtraktion als ein Wegnehmen oder Ergänzen interpretiert werden. Daher sind sie vielen Lernenden grob klar, doch nicht alle sind sensibel, dass nur Anteile von gleich großen Ganzen zusammengefügt werden dürfen, wie folgende falsche Deutung zeigt:

Aufgabe 3.5: Falsche Textaufgabe erfunden zu 1/2 + 1/4

Maja kauft $\frac{1}{2}$ Sack Kartoffeln und $\frac{1}{4}$ Kilo Äpfel.
Frage: Wie viel hat sie gekauft?

(3) Bedeutung und Begründung der Rechenschritte

Die Rechenschritte in ihren Bedeutungen zu verstehen und zu begründen ist das aufwendigste Lernziel (s.u.). Wenn dies gelingt, dann wird auch die Durchführung längerfristig fehlerfrei.

(4) Beherrschung der Rechenschritte des Verfahrens

Wer versucht, Lernenden das Verfahren nahezubringen, dabei aber Operationsverständnis und die Bedeutung der Rechenschritte überspringt, wird auch bei den Rechenfertigkeiten immer wieder Fehler erleben.

Veranschaulichung und Material

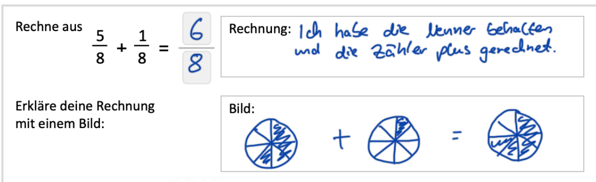
Digitale Bruchstreifen

Die digitalen Bruchstreifen lassen sich für das Addieren und Subtrahieren mit Brüchen ideal nutzen, weil sie Addition als Zusammenfügen und Subtraktion als Wegnehmen oder Ergänzen von Anteilen veranschaulichen können (s.u.). Außerdem machen sie die Notwendigkeit eines gemeinsamen Nenners bei ungleichnamigen Brüchen erfahrbar und unterstützen so das Verständnis für die Rechenschritte.

Streifentafel

Ein weiteres Anschauungsmittel zur inhaltlichen Deutung der Addition (und auch der Subtraktion) ist die Streifentafel. Diese kann wie in Baustein **B2AB** und **B3A** genutzt werden, um gleichnamige Brüche über mögliche gemeinsame Streifen zu finden. Die Streifen repräsentieren dabei immer die Nenner der Brüche. Allerdings liegt der Fokus in diesem Material auf der Nutzung der digitalen Bruchstreifen. Lernende nutzen zum Teil auch Kreisbilder, wie im Beispiel unten. Dies ist richtig, aber technisch deutlich schwieriger zu handhaben, deswegen werden die Streifen hier bevorzugt.

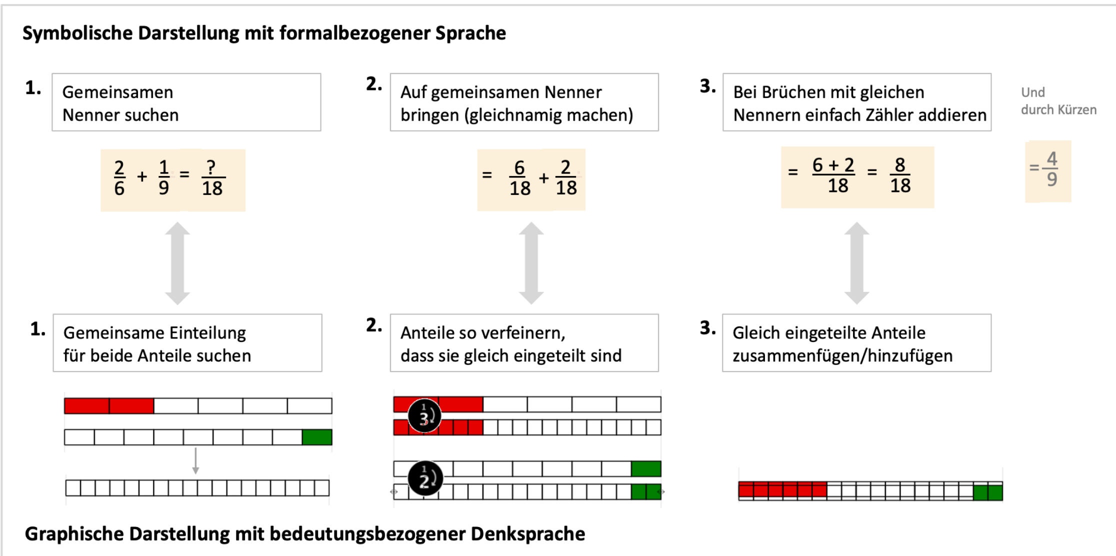
Lernenden-Darstellung der Addition mit Kreisen



Weitere Darstellungen

Weitere Darstellungen dienen nicht dem Verständnisaufbau, aber der Flexibilisierung des Denkens und werden in Fördereinheit 3 thematisiert.

Bedeutung der Rechenschritte beim verständigen Addieren



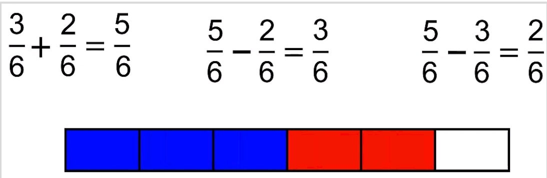
In der Förderung

Aufbau der Förderung zum Operationsverständnis

In **Fördereinheit 1 (Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen)** werden die Addition und die Subtraktion von gleichnamigen Brüchen in Bruchstreifen (wieder-)erarbeitet, also das **Operationsverständnis** in einer quasikardinalen Denkweise gestärkt: 3 Achtel plus 4 Achtel sind 7 Achtel. Darüber hinaus werden auch gemischte Brüche erarbeitet, indem sie als Anteile in aneinandergelegten Bruchstreifen gedeutet werden.

In der Förderung wird das Operationsverständnis mit Streifentafel und digitalen Bruchstreifen erarbeitet, zunächst für gleichnamige Brüche. In Analogie zum Operationsverständnis für natürliche Zahlen (Baustein **N3**) sollen die Lernenden in das gleiche Bild immer eine Additionsaufgabe und zwei Subtraktionsaufgaben hineinsehen, damit sie das Addieren als Zusammenfügen von Anteilen und das Subtrahieren entweder als Wegnehmen von Anteilen oder Ergänzen verstehen.

Operationsverständnis: Drei Aufgaben in Streifen hineinsehen



(aus MSK-Erklärvideo B4-1: mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=757)

Im Erklärvideo wird dynamisch gezeigt, wir hier die Anteile 3/6 und 2/6 zusammengefügt werden und zusammen 5/6 ergeben. Und wie 2/6 von 5/6 weggenommen werden oder dass man von 3/6 zu 5/6 ergänzt und die zwei fehlenden Stücke markiert. Ins statische Bild sollen diese hineingesehen werden. Diese Umkehrbeziehungen zwischen den Aufgaben sind wichtig für die spätere Algebra: Äquivalenzumformungen werden durch die Umkehrbeziehung sofort mit Bedeutung gefüllt.
Als **Denksprache** gehört dazu:

- zusammenfügen, wegnehmen, wie viel fehlt noch
- gleich großes Ganzes

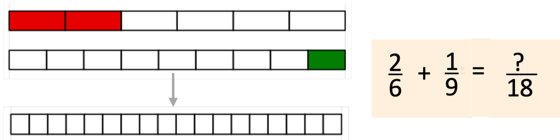
Aufbau der Förderung zu (3) Bedeutung und Begründung der Rechenschritte für ungleichnamige Brüche

In **Fördereinheit 2 (Anteile mit verschiedenen Nennern zusammenfügen und wegnehmen)** wird die Bedeutung und Begründung der Rechenschritte für ungleichnamige (also ungleich eingeteilte) Brüche erarbeitet. Dabei kann das Gleichnamigmachen, das in Baustein **B3A** einzeln erarbeitet wird, auch integriert mit erarbeitet werden als Suchen derselben Einteilung.

Will man beliebige Brüche addieren bzw. subtrahieren, so kann man nicht nur die Zähler zusammenfügen, wenn die Brüche unterschiedlich eingeteilt sind. Dieses Problem bringt ein kurzes Problemvideo auf den Punkt (nicht im Lernendenmaterial: https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=759). Es entlässt die Lernenden dann ins Erkunden, um mit den digitalen Bruchstreifen eine Lösung zu finden.

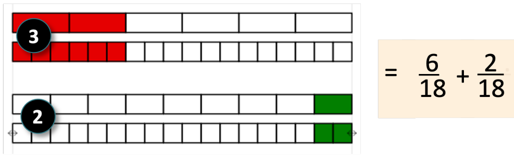
Es muss also eine gemeinsame Einteilung für beide Anteile gesucht werden, bei Sechsteln und Neunteln ist das der 18tel-Streifen.

Digitale Bruchstreifen: Gemeinsame Einteilung suchen



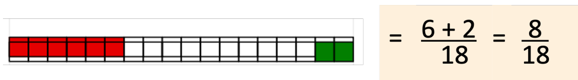
Dann werden die Anteile feiner eingeteilt, so dass sie hinterher gleich eingeteilt sind. Der 6tel-Streifen muss mit 3 verfeinert werden, der 9tel-Streifen mit 2.

Digitale Bruchstreifen: Anteile verfeinern



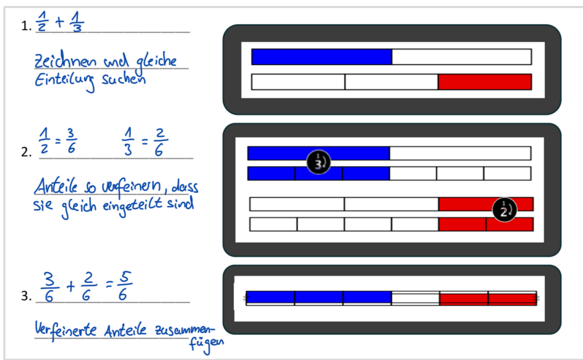
Erst dann ist es möglich, die gleich eingeteilten Anteile zusammenzufügen, indem man sie übereinanderschiebt.

Digitale Bruchstreifen: Gleich eingeteilte Anteile zusammenfügen



In der Aufgabe 2.1 wird dies weniger offen erarbeitet, indem Lernende gegebene Lösungsschritte deuten und mit einem Titel versehen. Es passt zum Erklärvideo B4-2 (mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=758).

Aufgabe 2.1: Drei Schritte der Addition von 1/2 und 1/3 mit den digitalen Bruchstreifen



Bedeutungsbezogene Denksprache

- gleich oder unterschiedlich eingeteilt
- feiner oder gröber einteilen
- in … mal so viele Stücke einteilen
- in gleich viele und gleichgroße Stücke
- gleichnamig
- zusammenfügen, wegnehmen

Verfahren immer wieder an Vorstellung rückbinden

Das Rechnen mit Brüchen bleibt trotz verstehensorientierter Erarbeitung anspruchsvoll und erfordert daher eine kontinuierliche Rückbindung an die Vorstellungen, die die Lernenden mit den digitalen Bruchstreifen und der Streifentafel aufbauen.

Den häufigsten Fehler des komponentenweisen Addierens bzw. Subtrahierens von Zähler und Nenner „(Zähler + Zähler) / (Nenner + Nenner)“ kann man durch Thematisieren der Größenordnungen hinterfragen, denn werden zwei Anteile zusammengefügt, muss das Ergebnis größer sein, die komponentenweise Addition liefert aber immer einen Wert zwischen den Summanden. Auch hilft der anschauliche Rückgriff auf die quasikardinale Interpretation im Bruchstreifen zu verstehen, warum nur die Zähler bei gleichnamigen Brüchen addiert bzw. subtrahiert werden: 2/8 + 3/8 = 5/8.

Brüche größer 1: gemischte Brüche – unechte Brüche

Gemischte und unechte Brüche (z. B. 1 3/4 oder 5/4) stellen Zahlen größer 1 dar. Diese Brüche werden mittels der Vorstellung vom Hinzufügen in Bruchstreifen verstehbar: 1 3/4 bedeutet, dass man einen vollen 4tel-Bruchstreifen und einen weiteren 4tel-Bruchstreifen benötigt, bei dem nur drei Stücke markiert sind. Unechte Brüche werden ebenso gedeutet: Um z. B. 5/4 darzustellen, benötigt man einen ganzen 4tel-Bruchstreifen, und im zweiten Streifen ist nur 1/4 markiert.

Das Ganze als Bezugsgröße beim Rechnen mit Brüchen

Fördereinheit 3 (Addition und Subtraktion vielfältig verstehen) setzt verschiedene Darstellungswechsel ein, um ein umfassendes und flexibles inhaltliches Verständnis der Addition aufzubauen. Hier wird auch die Rolle des Ganzen als Voraussetzung der Möglichkeit des Zusammenfügens von Anteilen explizit angesprochen.

Eine entscheidende Schwierigkeit für Lernende besteht darin, beim Addieren und Subtrahieren und beim Umgang mit gemischten Brüchen das Ganze als Bezugsgröße für die Anteile im Blick zu behalten. Während man beim reinen Rechnen mit Brüchen als Zahlen in der Regel nicht weiter über das jeweils zugehörige Ganze nachdenkt, ist dieses beim anwendungsbezogenen Rechnen mit Anteilen in Sachzusammenhängen wichtig.

Explizit reflektieren lässt sich über das Ganze als Bezugsgröße, wenn Rechengeschichten oder Bilder zu Aufgaben gefunden werden sollen (siehe Beispiel auf S. 1). Hier nutzen Lernende z.T. zu unterschiedlichen Ganzen gehörende Anteile und addieren so auch schon mal z. B. 1/4 Apfel und 1/2 Birne. Diese Interpretation ist nicht tragfähig: Nur wenn das Ganze für beide Anteile dasselbe ist – etwa ein Rechteck oder eine Maßzahl – können Anteile zusammengerechnet werden.

Bedeutungsbezogene Denksprache

- gleich oder unterschiedlich eingeteilt
- feiner oder gröber einteilen
- in … mal so viele Stücke einteilen
- in gleich viele und gleichgroße Stücke
- gleichnamig
- zusammenfügen, wegnehmen

Digitale Medien zum Baustein

Alle digitalen Medien werden kontinuierlich ausgebaut und sind stets aktuell verlinkt unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/bpd#b4

- Mit den **digitalen Bruchstreifen** wird die Addition und Subtraktion von Anteilen visualisiert. So wird der Vorstellungsaufbau unterstützt.
  https://dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html
- Mit den **Erklärvideos** lassen sich die erarbeiteten Inhalte mit den Kindern systematisieren:
  1) Addieren gleich eingeteilter Brüche (B4-1): mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/757
  2) Problem der Einteilung (B4-Problem): mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=759
  3) Addieren ungleich eingeteilter Brüche (B4-2): mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/758
- Die digitale Diagnose wird in zunehmend mehr Bundesländern im **MSK-Online-Check** möglich.

Weiterführende Literatur

Malle, G. (2004). Grundvorstellungen zu Bruchzahlen. In: Mathematik lehren 123, 4 - 8.

Padberg, F. (2009). Didaktik der Bruchrechnung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 70 - 99.

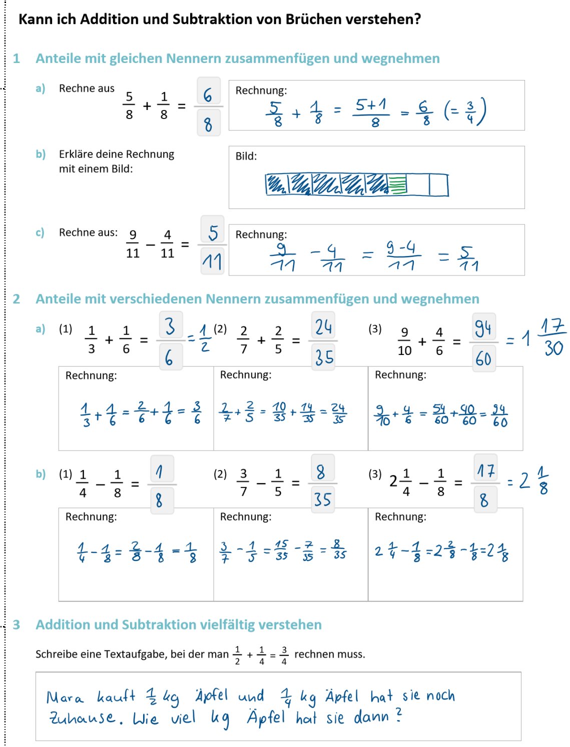
B4A Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 20 - 25 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

1 b): Lernende haben z.T. Schwierigkeiten, die Rechnung mit einem Bild zu erklären.
Die Aufforderung, ein Bild zu zeichnen, in dem man gleichzeitig die beiden Anteile und das Ergebnis sehen kann, kann den Lernenden über diese Schwierigkeit hinweghelfen.

3) Der Impuls „Sonst musst du oft Rechnungen zu Sachaufgaben finden, hier ist es jetzt umgekehrt: Du sollst eine Situation erfinden, in der man die Aufgabe rechnen muss." kann den Schülerinnen und Schülern bei der Lösung der Aufgabe helfen.



Kann ich Addition und Subtraktion von Brüchen verstehen?

1 Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen

a) Rechne aus $\frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8}$ Rechnung: $\frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5+1}{8} = \frac{6}{8} \left(= \frac{3}{4}\right)$

b) Erkläre deine Rechnung mit einem Bild: Bild:

c) Rechne aus: $\frac{9}{11} - \frac{4}{11} = \frac{5}{11}$ Rechnung: $\frac{9}{11} - \frac{4}{11} = \frac{9-4}{11} = \frac{5}{11}$

2 Anteile mit verschiedenen Nennern zusammenfügen und wegnehmen

a) (1) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ Rechnung: $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$

(2) $\frac{2}{7} + \frac{2}{5} = \frac{24}{35}$ Rechnung: $\frac{2}{7} + \frac{2}{5} = \frac{10}{35} + \frac{14}{35} = \frac{24}{35}$

(3) $\frac{9}{10} + \frac{4}{6} = \frac{94}{60} = 1\frac{17}{30}$ Rechnung: $\frac{9}{10} + \frac{4}{6} = \frac{54}{60} + \frac{40}{60} = \frac{94}{60}$

b) (1) $\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ Rechnung: $\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$

(2) $\frac{3}{7} - \frac{1}{5} = \frac{8}{35}$ Rechnung: $\frac{3}{7} - \frac{1}{5} = \frac{15}{35} - \frac{7}{35} = \frac{8}{35}$

(3) $2\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{17}{8} = 2\frac{1}{8}$ Rechnung: $2\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = 2\frac{2}{8} - \frac{1}{8} = 2\frac{1}{8}$

3 Addition und Subtraktion vielfältig verstehen

Schreibe eine Textaufgabe, bei der man $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ rechnen muss.

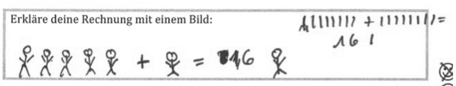
Mara kauft $\frac{1}{2}$ kg Äpfel und $\frac{1}{4}$ kg Äpfel hat sie noch Zuhause. Wie viel kg Äpfel hat sie dann?

Hinweise zur Auswertung

Übergreifende Fehler

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
1), 2)	z. B. Rechne aus: (1) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{9}$ Platz für die Rechnung: $1+1=2$ $3+6=9$	Komponentenweises Addieren / Subtrahieren, das keine Beziehung zwischen Zähler und Nenner herstellt und nicht auf Vorstellungen zurückgreift. (Häufigster Fehler nach Einführung der Multiplikation.)	Bedeutung der Addition und der Subtraktion mit 1.1 - 1.3 (gleicher Nenner) bzw. 2.1 - 2.3 (ungleiche Nenner) erarbeiten. Vertiefen in 2.4.

Diagnoseaufgabe 1: Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
b)	Bild passt nicht zur Aufgabe 5/8 + 1/8, z. B. 	Die Anteile werden nicht (deutlich) auf ein gemeinsames Ganzes bezogen dargestellt. Zum Teil wird keine Beziehung zwischen Zähler und Nenner hergestellt.	Erarbeitung von Additions- und Subtraktionsaufgaben in Streifen (1.1 - 1.2).
	Es wird kein Bild gezeichnet, sondern eine Rechnung aufgeschrieben, z. B. $\frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8}$	Es bestehen u.U. Unsicherheiten darin, wie ein Bild zu einer Additionsaufgabe mit Brüchen aussehen kann.	

Diagnoseaufgabe 2: Anteile mit verschiedenen Nennern zusammenfügen und wegnehmen

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
a), b)	z. B. (2) $\frac{2}{7}+\frac{2}{5}=\frac{4}{7}$	Einer der beiden Nenner wird beibehalten. Die Zähler werden addiert.	Ggf. wiederholen in **B3 A** (gleichnamig machen). Erarbeiten der Addition von Brüchen mit verschiedenen Nennern und üben (2.1 - 2.4). Abschließende Reflexion (3.3). Handelt es sich um einen Einmaleins-Fehler, besteht hier kein Förderbedarf bzgl. der Brüche.
	z. B. (2) $\frac{3}{7}-\frac{1}{5}=\frac{2}{30}$ 30 30	Es wird fehlerhaft erweitert und gleichnamig gemacht.	
a.3), b.3)	z. B. (3) $2\frac{1}{4}-\frac{3}{8}=$ Platz für die Rechnung: $2\frac{1}{4}-\frac{3}{8}=2\frac{2}{8}-\frac{3}{8}$ $=2\frac{1}{8}$	Schwierigkeiten im Umgang mit gemischten Brüchen	Einstieg zu gemischten Brüchen mit gleichen Nennern bearbeiten (1.4). Üben mit nicht gleichnamigen Brüchen (2.2 - 2.3).

Diagnoseaufgabe 3: Addition und Subtraktion vielfältig verstehen

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
	z. B. Mir fällt nix dazu ein.	Es ist u.U. nicht klar, was eine Textaufgabe sein soll.	Vorgegebene Beispiele mit Fokus auf Darstellungswechsel bearbeiten (3.1 - 3.2).
	z. B. Schreibe eine Textaufgabe, bei der man $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ rechnen muss. Ich habe ein halben Apfel gegessen und ich habe ein viertel Pizza gegessen also hamm ich auf mein $\frac{3}{4}$ Tagesbedarf	Es werden verschiedene Ganze miteinander verrechnet.	Relevanz des Ganzen erarbeiten und reflektieren (3.2; 3.4 - 3.5).
	z. B. Du hast $\frac{1}{2}$ Äpfel und du isst $\frac{1}{4}$ wie viele Äpfel hast du dann nach	Es wird eine Textaufgabe zu einer anderen Rechenoperation erfunden.	Passung von Situationen und Operationen reflektieren (3.1).

a

B4A Wie können wir fördern, Addition und Subtraktion von Brüchen zu verstehen?

1 Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen

1.1 Erarbeiten und Üben

Ziel: Additions- und Subtraktionsaufgaben als Markierung von Streifen interpretieren und nutzen; Anteile in Streifen addieren und subtrahieren können

Material: Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a), b) jeweils EA, dann PA, dann UG, c) UG, d), e) PA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen mithilfe der digitalen Bruchstreifen gleich eingeteilte Anteile addieren und subtrahieren. Das Addieren kann man sich als Zusammenfügen von Anteilen vorstellen. Mit den digitalen Bruchstreifen kann man zwei Anteile übereinanderschieben, so dass die markierten Teile sich nicht überschneiden,und den zusammengefügten Anteil dann in einem gemeinsamen Streifen ablesen.
Beim Subtrahieren kann man entweder ergänzend denken oder sich vorstellen, wie ein Anteil weggenommen wird.

Impulse:
- Was passiert beim Zusammenfügen und Wegnehmen mit Zählern und Nennern?
- Warum verändert sich der Nenner nicht?
- Wo sehe ich das Plus/Minus im Bild?

Erklärvideo:
Mit dem Erklärvideo wird der erarbeitete Inhalt des Addierens und Subtrahierens gleichnamiger Brüche systematisiert: https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/757

1.1 Mehrere Anteile zusammenfügen und wegnehmen am Bruchstreifen

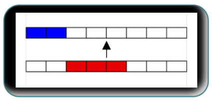
a) Erst hat Emily eine halbe Stunde gewartet, dann noch eine Viertelstunde.
- Wie lange hat sie insgesamt gewartet?
- Mit welcher Aufgabe kann man diese Frage aufschreiben und beantworten?

b) Im digitalen Bruchstreifen oder der Streifentafel kann man mehrere Anteile zusammenfügen.

Digitale Bruchstreifen dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html

Rico: Ich kann zwei Anteile zusammenfügen, wenn ich die Teile im gleich großen Streifen zusammenschiebe.

- Welchen Anteil hat der blaue Teil am ganzen Streifen?
- Welchen Anteil hat der rote Teil am ganzen Streifen?
- Wie schiebt Rico die Teile zusammen? Zeige am digitalen Bruchstreifen oder an der Streifentafel.
- Mit welchen Aufgaben könnte man das Zusammenfügen beider Anteile darstellen?



c) Stelle Dir vor, erst sind fünf Sechstel blau gefärbt, dann nimmst du zwei blaue Sechstel weg und färbst sie stattdessen rot.
- Welche Aufgabe passt dazu?
- Wieso kannst du zu einem Bild mehrere Aufgaben finden?
- Findest Du noch eine Aufgabe zu demselben Bild?

d) Schaue das Erklärvideo und bearbeite die letzte Aufgabe im Video.

B4-1 mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=757

e) Stelle an Bruchstreifen folgende Aufgaben dar und rechne sie aus.

(1) $\frac{3}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$ (2) $\frac{4}{10} - \frac{3}{10} = \frac{1}{10}$ (3) $\frac{4}{10} - \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$

(4) $\frac{7}{10} - \frac{5}{10} = \frac{2}{10}$ (5) $\frac{2}{10} + \frac{5}{10} = \frac{7}{10}$ (6) $\frac{7}{10} - \frac{2}{10} = \frac{5}{10}$

(7) $\frac{10}{12} - \frac{7}{12} = \frac{3}{12}$ (8) $\frac{3}{12} + \frac{7}{12} = \frac{10}{12}$ (9) $\frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

Welche Aufgaben passen zu demselben Bild wie (7)?

1.2 Erarbeiten

Ziel: Fehlvorstellung vorbeugen

Material: Ggf. digitale Bruchstreifen

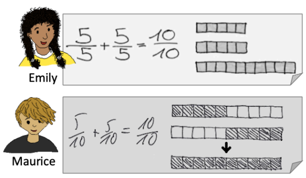
Umsetzung: PA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen ihr Operationsverständnis weiter ausbauen, indem sie die Fehlvorstellung von Emily reflektieren. Das Addieren von Zähler + Zähler und Nenner + Nenner kann nicht stimmen, denn Addieren bedeutet, Anteile zusammenzufügen. Wird ein Anteil zu einem anderen hinzugefügt, muss der resultierende Anteil größer sein als die einzelnen Anteile.

Impulse:
- Wie viele Ganze hat Emily zusammengerechnet / erhält sie als Ergebnis? → 2 bzw. 1.

1.2 Addition von Brüchen richtig darstellen

Emily und Maurice haben zu zwei verschiedenen Aufgaben ihre Streifen gezeichnet, aber dasselbe Ergebnis herausbekommen.
- Wer hat Recht?
- Um welches Ganze geht es bei Emily, um welches Ganze bei Maurice? Erkläre.



Emily hat 2 Teile und 2 Ganze zusammengefügt, dann aber die 10 Felder des neuen Teils auf ein anderes Ganzes bezogen. Das Ganze besteht weiterhin aus 5 Feldern, und nun sind es 10 von 5, also zwei volle Ganze. In ihrer Rechnung wären sodnern 1 Ganzes + 1 Ganzes = 1 Ganzes.
Bei Maurice beziehen sich die Anteile auf das gleiche Ganze.
Den Nenner darf man nicht addieren, weil er zeigt, in wie viele gleich große Teile das Ganze eingeteilt ist – und diese Einteilung ändert sich ja nicht.

1.3 **Üben**

Ziel: Anteile (im Kopf) addieren und subtrahieren können

Material: Digitale Bruchstreifen, Ggf. Streifentafel(n), ggf. Folienstifte

Umsetzung: a) EA, b) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund:
Die Lernenden sollen Anteile (im Kopf) addieren und subtrahieren, um das Verfahren der Addition und Subtraktion von Brüchen einzuüben. Es passt immer eine Additionsaufgabe zu einer Subtraktionsaufgabe.
Die Notation ist auch mit einem Bruchstreifen möglich, da man im gleichen Streifen nur die Anzahl der gleich großen Stücke berücksichtigen muss.
Die digitalen Bruchstreifen dienen hier der Kontrolle.

Impulse:
- Wie kann ich mir diese Aufgabe in einem Bild vorstellen?
- Warum stimmt dein Ergebnis?
- Warum bleibt der Nenner immer gleich?

1.3 Aufgaben mit und ohne Streifen lösen

a) Löse die Aufgaben zuerst im Kopf. Welche Aufgaben passen gut zusammen? Überprüfe danach mit Streifentafel oder digitalen Bruchstreifen.

(1) $\frac{5}{9} + \frac{3}{9} = \frac{8}{9}$ (2) $\frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$ (3) $\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}$

(4) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$ (5) $\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$ (6) $\frac{8}{9} - \frac{5}{9} = \frac{3}{9}$

(1) und (6), (2) und (4), (3) und (5) passen gut zusammen, weil die beiden Aufgaben jeweils die Umkehraufgaben sind und zum gleichen Bruchstreifen passen.

b) Stellt euch gegenseitig Aufgaben und wechselt euch ab:
- Eine Person nennt eine Aufgabe wie in **a)**.
- Die andere löst und zeichnet sie und findet eine weitere dazu passende Aufgabe.

1.4 **Erarbeiten**

Ziel: Additions- und Subtraktionsaufgaben gleichnamiger Brüche lösen, in denen Brüche größer 1 vorkommen

Material: Digitale Bruchstreifen

Umsetzung: a) UG, b) EA, dann UG, c) UG, d), e) jeweils EA, dann UG

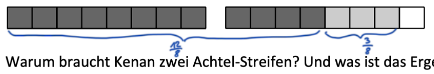
Hintergrund:
Die Lernenden sollen Additions- und Subtraktionsaufgaben lösen, in denen Brüche größer 1 vorkommen. Der Übergang zu Brüchen größer 1 fällt teilwiese schwer, da das Ganze, auf das sich der Bruch bezieht, 1 bleibt: 12/8 + 3/8 = 15/8, d. h. 8tel-Streifen bleibt Referenz für den Nenner und nicht etwa 16 (d. h. 2 Streifen). Das sollte thematisiert und visualisiert werden, um zu verstehen, warum man beim Addieren / Subtrahieren gleichnamiger Brüche den Nenner nicht addiert. Gemischte Brüche werden erst in c) als Schreibweise eingeführt.

Impulse zu a):

- Warum hat Kenan zwei Streifen?
- Kann er seine beiden Streifen nicht einfach zu einem Streifen zusammenschieben?

1.4 Mehr als ein Ganzes

a) Kenan hat eine neue Aufgabe bekommen: $\frac{12}{8} + \frac{3}{8} = \frac{15}{8}$
Er zeigt sie mit zwei Streifen.




Kenan

Warum braucht Kenan zwei Achtel-Streifen? Und was ist das Ergebnis?

b) Zeige die Aufgaben wie Kenan mit digitalen Bruchstreifen.
Was kommt als Ergebnis raus?

(1) $\frac{5}{8} + \frac{4}{8}$ (2) $\frac{12}{8} - \frac{7}{8}$ (3) $\frac{5}{8} + \frac{7}{8}$

(4) $\frac{14}{8} - \frac{6}{8}$ (5) $\frac{8}{8} + \frac{2}{8}$ (6) $\frac{8}{8} - \frac{2}{8}$

Digitale Bruchstreifen
dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html

c) Den Bruch $\frac{12}{8}$ kann man auch anders schreiben: $\frac{12}{8} = \frac{8}{8} + \frac{4}{8} = 1 + \frac{4}{8} = 1\frac{4}{8} = 1\frac{1}{2}$
Erkläre mit den digitalen Streifen und mit a), warum man das so schreiben kann.

d) Zeige die Aufgaben am Streifen und löse sie. Schreibe die Ergebnisse wie in c) auf.

(1) $\frac{12}{9} + \frac{1}{9} = \frac{13}{9} = 1\frac{4}{9}$ (2) $\frac{12}{9} + \frac{6}{9} = 2$ (3) $\frac{12}{9} + \frac{11}{9} = 2\frac{5}{9}$

e) Welche Additions- und Subtraktions-Aufgaben gehören zu den Streifen? Erkläre.

Hintergrund zu c):
Hier kann ein Rückgriff auf die Darstellung aus a) stattfinden: „Weil die 1 für einen vollen Bruchstreifen steht."
Lernende deuten die Schreibweise 1 4/8 z.T. als Multiplikation.

Impuls zu c):

- Für welche Situation ist welche Schreibweise praktischer? (Für das Rechnen sind gemischte Brüche meistens unpraktischer. Für das Vorstellen im Alltag und um über Anteile zu reden sind gemischte Brüche praktischer.)

Die Aufgabe 2 2/4 – 1 3/4 = 3/4 passt, weil ich insgesamt 2 ganze Bruchstreifen markiert sehe und einen Bruchstreifen, in dem 2/4 markiert sind. Davon sind 1 ganzer Bruchstreifen und 3 Felder hell markiert. Ich stelle mir vor, wie ich die hellen Felder wegnehme.
Genauso kann ich mir vorstellen, wie ich die dunklen Felder wegnehme. Dann würde die Aufgabe 2 2/4 – 3/4 = 1 3/4 heißen.

Die Aufgabe 3/4 + 7/4 = 10/4 passt, wenn ich den hellen Anteil zu dem dunklen Anteil hinzufüge.

...

1.5 **Erarbeiten**

Ziel: Ungleichnamige Brüche addieren

Material: Ggf. Digitale Bruchstreifen

Umsetzung: EA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Herausforderung des Addierens ungleichnamiger Brüche verstehen. Die Brüche müssen zuerst gleichnamig gemacht werden. Das Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche ist Inhalt der zweiten Fördereinheit und muss hier nicht in aller Tiefe erarbeitet werden.

Impuls:
- Stelle die Anteile mit den digitalen Bruchstreifen dar und schiebe sie übereinander. Kannst du das Ergebnis ablesen? Warum nicht?
- Was genau ist an dieser Aufgabe schwierig?

Erklärvideo:
Hier wäre ggf. der Einsatz des kurzen Erklärvideos „Problem der Einteilung“ eine gute Möglichkeit, um das selbstständige Nachdenken der Lernenden anzuregen. https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=759

1.5 Wenn es komplizierter wird

Warum sind diese Aufgaben schwieriger zu lösen als die vorherigen? Hast du eine Idee, wie du die Anteile im Bruchstreifen verändern kannst, um sie zusammenfügen zu können?

(1) $\frac{6}{18} + \frac{1}{9}$ (2) $\frac{2}{6} + \frac{1}{9}$ (3) $\frac{5}{20} + \frac{2}{5}$ (4) $\frac{1}{4} + \frac{2}{5}$

Die Aufgaben sind schwieriger, weil die Felder nicht gleich eingeteilt sind. Wenn ich die Bruchstreifen übereinanderschiebe, passen die Felder nicht genau aufeinander, sie sind unterschiedlich groß, und man kann sie nicht enfach zusammenzählen.
Daher muss man die Ganzen erst gleich einteilen.

2 Anteile mit verschiedenen Nennern zusammenfügen und wegnehmen

2.1 Erarbeiten

Ziel: Addition und Subtraktion nicht gleichnamiger Brüche in der Streifentafel inhaltlich herleiten

Material: Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a) UG, b) EA, dann UG, c) jeweils PA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche verstehen. Anteile kann man gut in demselben Streifen zusammenfügen oder wegnehmen. Für den Übergang zur Addition nicht gleichnamiger Brüche wird an die Darstellung zum Finden gleicher Nenner aus **B3A** angeknüpft. Um ungleichnamige Brüche zu addieren, muss nämlich erste eine gleiche Einteilung gefunden werden. Die Idee der Verfeinerung soll von den Lernenden in Aufgabenteil a) selbstständig entwickelt werden. Dafür kann das restliche Blatt zunächst abgedeckt werden. Wer hier schon formal addiert, sollte dennoch in b) inhaltlichen Hintergrund zur Fundierung erarbeiten.

Erklärvideo:
Falls nicht schon in 1.5 eingesetzt, wäre in Aufgabenteil a) auch der Einsatz des kurzen Erklärvideos „Problem der Einteilung“ eine gute Möglichkeit, um das selbstständige Nachdenken der Lernenden anzuregen. In dem Video werden die Fragen von Emily und Kenan aufgegriffen und visualisiert, ohne die Lösung schon vorwegzunehmen.
https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=759

Hintergrund zu c):
Die Lernenden sollen Emilys Weg für weitere Beispiele nachvollziehen. Dabei lernen sie auch Subtraktion als Wegnehmen in einem gemeinsamen Streifen kennen. 1/4 + 2/6 lässt sich im 12tel-Streifen ablesen.

Impulse zu c):
- Wie ist Emily vorgegangen?
- Warum benutzt du jetzt diesen Streifen?

Erklärvideo:
Das Erklärvideo „Addieren ungleich eingeteilter Brüche“ systematisiert den erarbeiteten Inhalt. https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/758

2.1 Anteile mit gemeinsamer Einteilung finden und zusammenfügen

a) Emily: Wie addiert man das? $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

Kenan: Das ist blöd, denn die sind nicht gleich eingeteilt! Das geht nicht im Halbe-Streifen und auch nicht im Drittel-Streifen.

Zeige die Aufgabe am Bruchstreifen und erkläre, warum Kenan blöd findet, wenn die Ganzen nicht gleich eingeteilt sind. Was kann man dagegen tun?

b) Emily löst die Aufgabe mit den digitalen Bruchstreifen. Schreibe die Rechenschritte dazu:

1. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

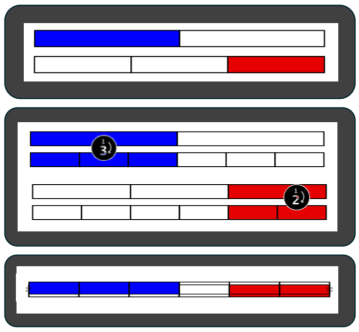
Zeichnen und gleiche Einteilung suchen

2. $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

Anteile so verfeinern, dass sie gleich eingeteilt sind

3. $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

Verfeinerte Anteile zusammenfügen



Beschreibt, was Emily in den Schritten 1, 2 und 3 macht:
- Warum benutzt sie den Sechstel-Streifen? Warum nicht den Drittel-Streifen?
- Wo sieht man im Sechstel-Streifen die einzelnen Teile und wo das Ergebnis?
- Was ist das Ergebnis?
- Welche Überschrift passt zu welchem Schritt? Ergänze sie oben und erkläre, was sie bedeuten.

Verfeinerte Anteile zusammenfügen
Zeichnen und gleiche Einteilung suchen
Anteile so verfeinern, dass sie gleich eingeteilt sind

Anteile kann man nur zusammenfügen, wenn sie gleich eingeteilt sind.
Im Drittel-Streifen passt nur der Anteil mit Dritteln direkt.
Im Sechstel-Streifen kann man beide Anteile darstellen: 1/2 wird feiner eingeteilt zu 3/6 und 1/3 wird feiner eingeteilt zu 2/6.

c) Bestimmt mit dem digitalen Bruchstreifen $\frac{1}{4} + \frac{2}{6}$
Beschreibt, wie ihr vorgeht:
- Was hat der Streifen, in dem man die Ergebnisse ablesen kann, mit dem Viertel- und dem Sechstel-Streifen zu tun?
- Wie könntet ihr $\frac{1}{4}$ und $\frac{2}{6}$ anders schreiben? Warum geht das?

Schreibt die Aufgaben für den neuen Streifen mit Ergebnis auf.

Digitale Bruchstreifen
dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html

B4-2

d) Schaut das Erklärvideo zu zweit, erklärt euch gegenseitig das Video und bearbeitet die Aufgaben am Ende des Videos.

mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=758

2.2 - 2.3 **Üben**

Ziel: Addition und Subtraktion nicht gleichnamiger Brüche in der Streifentafel üben

Material: Digitale Bruchstreifen, ggf. Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: 2.2 a) EA, dann UG, b) Aufgabengenerator (PA); 2.3 a), b) jeweils EA, dann UG, c) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Addition und Subtraktion nicht gleichnamiger Brüche im Kopf üben.
In der Streifentafel ist der passende Streifen nicht immer gegeben. Besser geeignet sind bei manchen der Aufgaben die digitalen Bruchstreifen. Hier ist dann ein geschicktes Verfeinern erforderlich.
Wenn man in 2.3 b) bei (3) die 6tel mit 3 kürzt, kann man das Ergebnis in den 4tel-Streifen übertragen.

Impulse:

- Wie hast du verfeinert?
- Welche(n) Streifen hast du dir für die Aufgabe vorgestellt? Warum?

2.2 Mit Bruchstreifen im Kopf addieren

a) Löse wie Emily mit der Streifentafel oder den digitalen Bruchstreifen. Einige Streifen werden nicht dargestellt, dann stelle dir die Streifen im Kopf vor. Kürze die Ergebnisse.

(1) $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{9}{20}$ (2) $\frac{10}{30}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$ (3) $\frac{20}{30}+\frac{1}{5}=\frac{13}{15}$ (4) $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{11}{15}$ (5) $\frac{1}{5}+\frac{1}{4}=\frac{9}{20}$

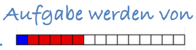
(6) $\frac{2}{5}+\frac{4}{10}=\frac{8}{10}$ (7) $\frac{2}{5}+\frac{6}{10}=1$ (8) $\frac{4}{6}+\frac{1}{8}=\frac{19}{24}$ (9) $\frac{4}{6}+\frac{1}{3}=\frac{6}{6}=1$

b) Versucht nun, die Streifen nur noch im Kopf zu nutzen. Stellt euch gegenseitig Aufgaben: Eine Person nennt eine Aufgabe, die andere löst sie. Überprüft mit der Streifentafel oder den digitalen Bruchstreifen. Wechselt euch ab.

2.3 Mit Bruchstreifen subtrahieren: Im Streifen und mit Streifen im Kopf

a) Löse die Aufgabe $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{11}{15}$ mit der Streifentafel oder den digitalen Bruchstreifen.

Was muss man an dem Bild verändern, wenn man die Aufgabe $\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{1}{15}$ rechnen will? Was bleibt gleich?

Beide Aufgaben lassen sich im 15tel-Streifen lösen. Die Einteilung bleibt in beiden Aufgaben also gleich. Ich verändere nur die markierten Teile: Bei der ersten Aufagbe werden zu 2/5, bzw. 6/15 noch 1/3, bzw. 5/15 hinzugefügt.
Bei der zweiten Aufgabe werden von 6 blau markierten Feldern 5 weggenommen. 

b) Löse wie in a). Kürze die Brüche vielleicht vor dem Suchen gleicher Einteilungen.

(1) $\frac{2}{4}+\frac{1}{3}$ $\frac{8}{16}-\frac{1}{3}$ (2) $\frac{30}{80}+\frac{1}{4}$ $\frac{30}{80}-\frac{1}{4}$ (3) $\frac{4}{6}+\frac{1}{4}$ $\frac{4}{6}-\frac{1}{4}$

c) Stellt euch gegenseitig Aufgaben: Eine Person nennt eine Aufgabe, die andere löst sie. Überprüft mit der Streifentafel oder den digitalen Bruchstreifen. Wechselt euch ab.

2.4 **Üben**

Ziel: Additionsaufgaben lösen, bei denen der gemeinsame Nenner nicht in der Streifentafel vorkommt

Material: -

Umsetzung: a) EA, b) UG, c) EA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Addition und Subtraktion mit den digitalen Bruchstreifen vertiefen und auch auf Brüche größer 1 anwenden.
Anteile in c) können in gemischter und nicht gemischter Form notiert werden.

Denksprache:

- jedes Fünftel in 8 Stücke, jedes Achtel in 5 Stücke
- verfeinern und vergröbern

Impuls:

- Was fällt dir auf? (Z. B. (3) Geschickte Wege: 2 1/2 – 5/4 = 2 1/2 – 1 1/4 = 1 1/4.)

2.4 Wenn die Streifentafel nicht reicht

Digitale Bruchstreifen
dzlm.de/vam/msk-bruchstreifen.html

a) Löse die Aufgaben $\frac{3}{5}+\frac{1}{8}$ und $\frac{3}{4}+\frac{1}{9}$ wie Emily mit den digitalen Bruchstreifen.

b) Wie habt ihr die Streifen verfeinert? Erklärt Kenans Idee.

Kenan stellt sich vor, dass er Fünftel und Achtel in 40tel feiner einteilen kann kann: Jedes Fünftel in 8 Felder, jedes Achtel in 5 Felder.
Viertel und Neuntel kann er in 36tel feiner einteilen: Jedes Viertel in 9 Felder und jedes Neunetel in 4 feinere Felder.

c) Auch bei diesen Aufgaben reicht die Streifentafel nicht, denn es kommen Brüche größer 1 vor. Löse wie Emily oder Kenan auch mit dem digitalen Streifen.

(1) $\frac{11}{4}-\frac{1}{2}$, $\frac{10}{4}-\frac{1}{2}$, $\frac{9}{4}-\frac{1}{2}$

(2) $\frac{12}{5}-\frac{3}{2}$, $\frac{12}{5}-\frac{4}{3}$, $\frac{12}{5}-\frac{5}{4}$

(3) $2\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{2}-\frac{5}{4}$

3 Addition und Subtraktion vielfältig verstehen

3.1 Üben

Ziel: Darstellungswechsel zwischen Situation und Term, Situation und Bild, Bild und Term üben

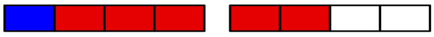
Material: -

Umsetzung: a), b) EA/PA, dann UG, c) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund:
Die Lernenden sollen mithilfe des Darstellungswechsels die Addition und Subtraktion von Brüchen auch in Sachkontexten deuten und anwenden können.

Lösung zu a):
Plus: Emily (1/4 + 5/4 = 6/4 = 1 1/2), Tim (3/8 + 1/3 = 9/24 + 8/24 = 17/24)
Minus: Leonie (5 3/4 – 6/8 = 5)
beides: Bild (z. B. 6/12 – 2/12 = 4/12; 4/12 + 2/12 = 6/12)

Lösung zu b):
Z. B. für Emily:



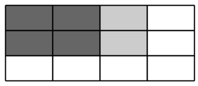
3.1 Addition und Subtraktion „übersetzen“

a) Sortiere das Bild und die Situationen: Wo rechnest du plus und wo minus?
Schreibe zu jedem Kasten eine Rechnung mit Ergebnis auf.

Emily hat eingekauft:
$\frac{1}{4}$ Liter Wasser und $\frac{5}{4}$ Liter Cola.
Wie viel Liter Getränke hat sie gekauft?

Leonie hat ihren Koffer gewogen.
Er wiegt $5\frac{3}{4}$ kg. Sie packt noch $\frac{6}{8}$ kg aus.
Wie schwer ist ihr Rucksack jetzt?

Tim nimmt sich ein $\frac{3}{8}$-Stück von der Pizza und ein $\frac{1}{3}$- Stück.
Welchen Anteil hat er von der Pizza gegessen?



b) Zeichne zu jeder Situation ein passendes Bild.

c) Stellt euch gegenseitig Aufgaben: Eine Person stellt eine Aufgabe mit (evtl. digitalen) Streifen dar, die andere nennt dazu eine passende Situation. Wechselt euch ab.

3.2 Erarbeiten

Ziel: Bilder und Situationen beurteilen

Material: Ggf. Streifentafel(n) oder digitale Bruchstreifen

Umsetzung: PA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen mithilfe der Darstellungsvernetzung Bilder und Situationen beurteilen. Falls Bild als passend zur Rechnung interpretiert wird, mit Streifentafel argumentieren.

Impulse:

- Was muss man an der Geschichte / am Bild ändern, damit Rechnung passt? → Gleiche Ganze
- Woran erkennst du, dass es (nicht) passt?
- Was genau am Bild/ an der Rechnung/ am Text passt (nicht)?

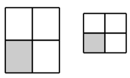
3.2 Bilder und Situationen beurteilen

Emily hat ein Bild, eine Geschichte und eine Aufgabe aufgeschrieben.
Überprüfe:

- Passt das Bild zur Rechnung? Passt das Bild zur Situation?
- Passt die Situation zur Rechnung?

Ich bekomme $\frac{1}{4}$ vom Kuchen
und $\frac{1}{4}$ von der Pizza.
Welchen Anteil bekomme ich?

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$



Die Rechnung passt weder zur Situation, noch zum Bild, weil sich die Rechnung auf das gleiche Ganze bezieht. In der Sitiation und dem Bild geht es aber um verschiedene Ganze. Das Bild passt allerdings zur Situation, weil zwei getrennte Ganze dargestellt sind, von denen jeweils 1/4 markiert ist.

3.3 **Üben**

Ziel: Typischen Rechenfehler zur Addition widerlegen

Material: Evtl. digitale Streifen zum Zeigen

Umsetzung: PA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen einen typischen rechnerischen Fehler mit ihrem Operationsverständnis widerlegen. Das Bild kann auch mit den digitalen Bruchstreifen erstellt werden.

Impulse:
- Vergleiche 1/4 und 1/7. (Ergebnis ist kleiner.)
- Erkläre: Warum müssen die Felder gleich groß sein, um sie zu addieren?
- Wenn du dir 2/7 vorstellst, kann das von der Größe so viel sein, wie und 1/3?

3.3 Fehler erklären


Emily

Ich rechne einfach beides plus: $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{2}{7}$ f

Emily hat falsch gerechnet.
Zeige mit einem Bild,
- wie man auf die richtige Lösung kommt und
- warum Emilys Lösung falsch ist.

Beim Addieren sucht man für beide Anteile einen gleichwertigen Anteil in einem gemeinsamen Streifen. Den findet man durch feineres Einteilen der Felder und nicht durch Addition. In den 7tel-Streifen passen weder Drittel noch Viertel. Für die Aufgabe wähle ich den 12tel-Streifen und kann dann sehen, dass das Ergebnis 7/12 ist.

3.4 **Üben**

Ziel: Darstellungswechsel vom Term zum Bild vollziehen und Bezug der Anteile auf das Ganze reflektieren

Material: -

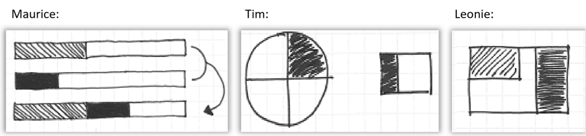
Umsetzung: a) EA, dann UG, b) EA, dann PA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Passung zwischen Term und Bild erklären und dadurch ihre Vorstellungen reflektieren und vertiefen. Es wird oft nicht beachtet, dass Addition nur funktioniert, wenn sich die Anteile auf dasselbe Ganze beziehen.

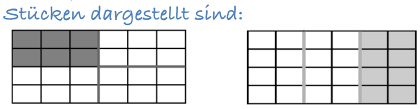
Impuls:
- Wie könnte man hier einteilen, damit du besser sehen kannst, ob es passt?

3.4 Rechnungen in Bildern überprüfen

a) Maurice, Tim und Leonie haben Bilder zur Aufgabe $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ gezeichnet.
Welche Bilder passen zur Aufgabe, welche nicht? Warum?



Das Bild von Maurice passt, weil beide Anteile zum selben Ganzen gehören. Bei Tim sind die Ganzen nicht gleichgroß, daher passt es nicht.
Leonie passt, weil beide Anteile im selben Ganzen mit 24 Stücken dargestellt sind:



b) Zeichne eigene Bilder zu den Aufgaben $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$.

3.5	**Üben**
Ziel:	Darstellungswechsel vom Term zur Situation vornehmen und beurteilen
Material:	-
Umsetzung:	a), b) EA, dann PA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen anhand von Rechengeschichten üben, Additionsaufgaben in Kontexten wiederzufinden. Es sind verschiedene Umsetzungen möglich. Lernende schreiben teilweise keine Rechengeschichten, sondern z. B. Anweisungen: „Du rechnest 1/4 + 1/8 = 3/8 und es ist richtig.“
Eine weitere Schwierigkeit, die auftreten kann, ist, dass Lernende Aufgaben schreiben, bei denen verschiedene Ganze addiert werden – ähnlich wie b). Die Abgrenzung von Sanja, Sverre und Maja ist wichtig, aber für Lernende nicht einfach.

Impulse:
- Wie kann man die Geschichten passend machen? (→ gemeinsame Ganze nutzen)
- Was sind die Ganzen hier in dieser Geschichte?

3.5 Rechengeschichten

a) Schreibe eine Rechengeschichte zu der Aufgabe $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$.

Ich habe eine Tafel Schokolade, die in gleich große Stücke eingeteilt ist. Zuerst esse ich 1/4 von der Schokolade. Später esse ich noch 1/8 von derselben Tafel.
Wie viel Schokolade habe ich insgesamt gegessen?

b) Jonas, Kenan, Emily und Sarah haben Rechengeschichten zur Aufgabe $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ geschrieben. Welche Rechengeschichten passen zu der Aufgabe?
Zeichne zu jeder Geschichte ein passendes Bild.

Jonas Geschichte passt: Sanja fügt Mehl und Zucker zusammen, aber beide nutzen kg. Daher beziehen sich die Anteile auf dasselbe Ganze (1 kg Gewicht).
Sarahs Geschichte passt nicht: Schokolade und Bonbons kann man nicht zusammenrechnen: Bei 10 Schokostücken und 20 Bonbons bekäme Sverre 5 Schokostücke und 5 Bonbons, d. h. 10 von 30 Stücken, d. h. 1/3. 1/2 + 1/4 = 3/4.
Kenans Geschichte passt nicht: Maja verrechnet verschiedene Größen (Sack und Kilo).
Emilys Geschichte passt, weil die Pizzen von Moritz gleich groß sind.