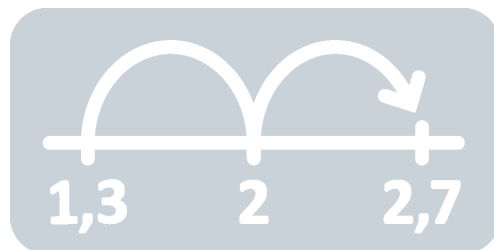


Mathe sicher können



Didaktischer Kommentar zum Diagnose- und Fördermaterial

D3 Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen



Inhalt

Hintergrund



Worauf kommt es beim Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen inhaltlich an?

Baustein D3A

Ich kann Dezimalzahlen am Zahlenstrahl und schriftlich addieren und subtrahieren



Was können wir diagnostizieren?



Wie können wir fördern?



Zitierbar als

Hinweis zu
verwandtem Material

Dieses Material wurde durch Lara Sprenger & Stephan Hußmann in der 1. Auflage konzipiert und in der 2. Auflage weiterentwickelt. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-NC-SA (Namensnennung – Nicht Kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

Sprenger, Lara & Hußmann, Stephan (2025). Mathe sicher können – Didaktischer Kommentar zu D3: Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen (2. Auflage). Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik, Dortmund. Open Educational Resources unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/bpd#d3

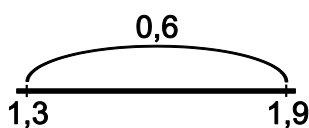
Die 1. Auflage des Materials ist in Print auch bei Cornelsen kaufbar, wurde in der 2. Auflage hier jedoch erheblich weiterentwickelt. Zu den Handreichungen ist auch das Diagnose- und Fördermaterial sind verfügbar sowie Erklärvideos und Fortbildungsangebote, alles zu finden unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de.

D3A Worauf kommt es beim Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen inhaltlich an?

Lerninhalt

In diesem Baustein wird das Addieren und Subtrahieren am Zahlenstrahl als Hinführung zum Kopfrechnen sowie das schriftliche Addieren und Subtrahieren im Bereich der Dezimalzahlen thematisiert. Dabei werden die Addition und Subtraktion parallel behandelt, um sie als Umkehroperationen deutlich zu machen.

Am Zahlenstrahl wird bei der Addition die Vorstellung des *Hinzufügens* und bei der Subtraktion die des *Wegnehmens* (*Abziehens*) und die des *Ergänzens* angesprochen. Zu dem untenstehenden Bild am Zahlenstrahl passen eine Additionsaufgabe ($1,3 + 0,6 = 1,9$) und zwei Subtraktionsaufgaben: Im Sinne der Grundvorstellung des *Wegnehmens* (*Abziehens*) passt die Aufgabe $1,9 - 0,6 = 1,3$ da von 1,9 die Zahl 0,6 weggenommen/abgezogen wird. Mit Fokus auf die Grundvorstellung des *Ergänzens* wird ermittelt, wie viel zu 1,3 hinzugefügt werden muss, damit 1,9 erreicht wird. Dementsprechend würde gerechnet: $1,3 + \underline{\quad} = 1,9$, was der Subtraktionsaufgabe $1,9 - 1,3 = 0,6$ entspricht, die dann ebenfalls zu dem Bild passt.



Am Zahlenstrahl dargestellte Aufgabe mit einem Sprung

Bei vergleichbaren Aufgaben am Zahlenstrahl können daher immer eine Additions- und zwei Subtraktionsaufgaben genannt werden. Bei Aufgaben mit zwei oder mehr Sprüngen werden die einzelnen Subtrahenden am Zahlenstrahl als Schrittgröße dargestellt, sodass nur jeweils eine Additions- und eine Subtraktionsaufgabe (im Sinne des *Wegnehmens* (*Abziehens*)) bestimmt werden.

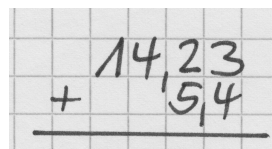
Die Hauptfehlerstrategie, bei der bei Dezimalzahlen die Zahlen rechts und links vom Komma als getrennte natürliche Zahlen gesehen und addiert oder subtrahiert werden (Padberg & Wartha, 2017, S. 225 / 226), kann durch die Veranschaulichung am Zahlenstrahl reflektiert und ihr entgegengewirkt werden.

Wenn bei der Addition der zweite Summand bzw. bei der Subtraktion der Subtrahend in die einzelnen Stellenwerte zerlegt wird, so wie es z.B. durch ein Bild mit zwei oder mehr Sprüngen am Zahlenstrahl veranschaulicht wird, können die Stellenwerte entweder von groß nach klein oder von klein nach groß hinzugefügt oder abgezogen werden. Dies sollte sich nach den spezifischen Zahlenwerten der Aufgabe richten. Für die Aufgabe $1,63 + 0,27$ bietet sich ein Hinzufügen von klein nach groß an: Zuerst werden 0,07 und anschließend 0,2 addiert. Für die Aufgabe $1,63 + 0,38$ ist ein Vorgehen von groß nach klein sinnvoller, sodass zunächst 0,3 und

dann 0,08 addiert werden. Bei vielen Aufgaben sind beide Vorgehensweisen gleichermaßen sinnvoll, sodass nach Vorliebe entschieden werden kann. Zu beachten ist allerdings, dass trotz der Nähe zu den schriftlichen Algorithmen die Vorgehensweise von klein nach groß nicht besonders betont, sondern vielmehr eine Flexibilität angestrebt werden sollte.

Bei vielen Lernenden der Sekundarstufe I zeigen sich neben den aus den natürlichen Zahlen bekannten Übertrags- und Rechenfehlern (siehe Bausteine **N7 A** und **N7 B**, Förderbausteine Natürliche Zahlen) auch Fehlerstrategien im Bereich der Dezimalzahlen, die mit der Erweiterung des Zahlbereichs zusammenhängen:

- **Leere Stelle:** Die Summanden einer Addition werden im schriftlichen Additionsalgorithmus stellengerecht notiert, sodass die Kommata untereinanderstehen. Die Schwierigkeit für die Lernenden liegt darin, dass die Zahlen nicht mehr rechtsbündig notiert werden, wie im schriftlichen Additions- oder Subtraktionsalgorithmus der natürlichen Zahlen, da nicht mehr die letzte Stelle, sondern das Komma als Orientierung für die Abfolge der Stellenwerte dient. Deshalb passiert es häufig, dass die Dezimalzahlen wie natürliche Zahlen rechtsbündig ohne Beachtung der Stellenwerte untereinander geschrieben werden.



Fehlerhafte rechtsbündige Notationsweise beim schriftlichen Additionsalgorithmus

- Ein Übertrag über das Komma fällt Lernenden besonders dann schwer, wenn die Vorstellung, dass das Komma zwei natürliche Zahlen trennt, vorherrscht. Der Übertrag von den Zehnteln zu den Einern wäre dann eine Verbindung dieser beiden Zahlen. Dadurch kann es besonders an dieser Stelle zu einer Nichtbeachtung des Übertrags kommen.
- Bei der Subtraktion werden häufig die kleineren von den größeren Ziffern abgezogen.

Die meisten Fehler sind auf ein fehlerhaftes Stellenwertverständnis im Bereich der Dezimalzahlen (wird in Baustein **D1 A** erarbeitet) oder auf ein fehlerhaftes Verständnis der schriftlichen Additions- und Subtraktionsalgorithmen (werden in den Bausteinen **N7 A** und **N7 B**, Förderbausteine Natürliche Zahlen erarbeitet) zurückzuführen.

Veranschaulichung und Material

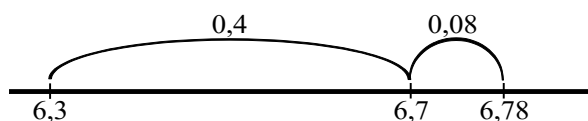
Notationsweise

Bei der schriftlichen Addition und Subtraktion von Dezimalzahlen ist es wie auch bei den natürlichen Zahlen (Bausteine **N7 A** und **N7 B**, Förderbausteine Natürliche Zahlen) besonders wichtig, dass die Zahlen stellengerecht untereinander geschrieben werden. Nach einer Einführung anhand der erweiterten Stellenwerttafel, bei der dieses Untereinanderschreiben einsichtig wird, wird eine Schreibweise ohne erweiterte Stellenwerttafel aufgrund der Handhabbarkeit bevorzugt und die Orientierung auf das Komma in den Dezimalzahlen gelegt: Stehen die Kommata richtig untereinander, dann stehen bei sauberer Schreibweise auch die Ziffern der Zahlen stellengerecht untereinander. Auf die saubere Schreibweise sollte demnach unbedingt geachtet werden, um Fehler zu vermeiden.

Stellengerechte Notationsweise beim schriftlichen Additionsalgorithmus

Zahlenstrahl

Der Zahlenstrahl unterstützt ein ordinales Zahlverständnis und wird in diesem Baustein als Veranschaulichung von Additions- und Subtraktionsaufgaben genutzt. Es wird allerdings im Gegensatz zu den Bausteinen **D1** und **D2** hauptsächlich der unskalierte, oder auch leere Zahlenstrahl, verwendet, da die Skalierung in Zusammenhang mit Addition und Subtraktion häufig zum zählenden Rechnen verleitet.



Am Zahlenstrahl dargestellte Additionsaufgabe mit zwei Sprüngen

Bei diesen leeren Zahlenstrahlen, im Folgenden nur Zahlenstrahlen genannt, sind die genauen Abstände von zwei Zahlen nicht von Bedeutung.

Bei Additions- und Subtraktionsaufgaben mit mehreren Sprüngen ist die Reihenfolge der Sprünge wichtig. Zu dem aufgeführten Beispiel in der Abbildung passt die Aufgabe $6,3 + 0,4 + 0,08$, die Aufgabe $6,3 + 0,08 + 0,4$ allerdings nicht. Bei diesen Bildern mit zwei Sprüngen sollte den Lernenden verdeutlicht werden, dass zu *zwei* Sprüngen am Zahlenstrahl trotzdem *eine* Aufgabe gehört und nicht zwei verschiedene.

Erweiterte Stellenwerttafel

Die erweiterte Stellenwerttafel bietet einen Einstieg in das schriftliche Addieren und Subtrahieren über den quasi-kardinalen Aspekt der Dezimalzahlen (Bausteinen **D1 A**), d.h. dass die Stellenwerte der Dezimalzahl inhaltlich benannt werden.

Z	E	z	h
5	2	8	
5	0	1	3
5	2	9	3

In der Stellenwerttafel dargestellte Additionsaufgabe

Durch diese Vorgehensweise kann die Notwendigkeit des stellengerechten Untereinanderschreibens erfasst und geübt werden, außerdem können Stellenübergänge im Sinne des Bündelns verdeutlicht werden. Die Stellenwerttafel stellt außerdem eine gute Vorbereitung für die Schreibweise des schriftlichen Algorithmus dar.

In der Förderung

In dem Baustein zur Addition und Subtraktion von Dezimalzahlen wird in beiden Fördereinheiten durch die Erarbeitung mithilfe passender Darstellungen das Additions- und Subtraktionsverständnis gefördert. Zunächst werden Addition und Subtraktion mithilfe von Bildern an leeren Zahlenstrahlen visualisiert, um zu verdeutlichen, wie eine Additions- bzw. Subtraktionsaufgabe im Kopf gelöst werden kann. Dazu müssen passende Bilder zu Aufgaben gezeichnet oder passende Aufgaben zu Bildern gefunden werden. Im weiteren Verlauf der Fördereinheit erfolgt eine Ablösung vom Zahlenstrahl. Die Lernenden sollten immer wieder zu einem geschickten Rechnen angeregt werden.

Im zweiten Teil zum schriftlichen Rechnen werden zwei Wege der schriftlichen Addition reflektiert: Die Darstellung in der erweiterten Stellenwerttafel und die stellengerechte Schreibweise der Dezimalzahlen im Sinne des Additions- oder Subtraktionsalgorithmus, bei denen die Kommata und damit die entsprechenden Stellenwerte jeweils untereinanderstehen.

Durch die parallele Bearbeitung von Addition und Subtraktion soll der Zusammenhang der beiden Rechenarten für die Lernenden transparent werden und zeigen, dass Subtraktionsaufgaben auch mithilfe von Additionsaufgaben gelöst werden können.



Bedeutungsbezogene Denksprache

Die bedeutungsbezogene Denksprache ist ein zentrales Medium für den Aufbau mathematischer Vorstellungen und zum Klären von Bedeutungen.

Gerade in der ersten Fördereinheit zum Addieren und Subtrahieren am Zahlenstrahl sollte geklärt werden, wie die gegebenen und wie die gesuchten Zahlen am Zahlenstrahl sichtbar sind und wie sie zusammenhängen, also welche Bedeutung die Operation hat. In der Addition ist die gesuchte Zahl stets die Gesamtzahl. Bei der Subtraktion ist die Gesamtzahl gegeben. Gesucht ist einer der Teile, die als „Schrittlänge“ oder als „Position auf dem Zahlenstrahl“ identifiziert werden müssen.

Für die Verbalisierung im Sinne der verschiedenen Grundvorstellungen werden in den Förderaufgaben entsprechende Fragestellungen angeboten.

Digitale Medien zum Baustein

Alle digitalen Medien werden kontinuierlich ausgebaut und sind stets aktuell verlinkt unter

mathe-sicher-koennen.dzlm.de/bpd#d2

- Im **didaktischen Themenfilm** werden die aufgeführten Aspekte zum Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen mit Fallbeispielen illustriert und es wird aufgezeigt, worauf es bei der Förderung ankommt: <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/706>
- Mit dem **Erklärvideo** lassen sich die erarbeiteten Zusammenhänge mit den Kindern systematisieren.
1) Dezimalbrüche addieren und subtrahieren: <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaraudios?nid=728>
- Digitale Diagnose wird in zunehmend mehr Bundesländern im **MSK-Online-Check** möglich.

Weiterführende Literatur

Daubert, K. (1984). Addieren (Subtrahieren) von Dezimalzahlen – kein Problem? *mathematik lehren*, 5, 19 - 21.

Heckmann, K. (2006). *Zum Dezimalbruchverständnis von Schülerinnen und Schülern*. Logos Verlag.

Padberg, F. & Wartha, S. (2017). *Didaktik der Bruchrechnung (5. Auflage)*. Springer.



D3A Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Lernende sind mit der Visualisierung von Rechenaufgaben am Zahlenstrahl und mit dem Begründen in der Sekundarstufe I oft nicht mehr vertraut. Dies kann besonders bei den Aufgaben 1 und 2 b) zu Irritationen führen.

Oft hilft es schon, sie zum Aufschreiben ihrer Ideen zu motivieren.

Zum ersten Bild in 1 a) passen je nach Deutung zwei Subtraktionsaufgaben: Im Sinne der Grundvorstellung des *Wegnehmens (Abziehens)* passt die Aufgabe $1,9 - 0,6 = 1,3$ da von 1,9 die Zahl 0,6 weggenommen/abgezogen wird.

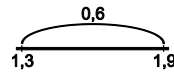
Wird im Sinne der Grundvorstellung des *Ergänzens* gefragt, was zu 1,3 hinzugefügt werden kann, damit 1,9 erreicht wird, dann passt auch die Aufgabe $1,9 - 1,3 = 0,6$ zu dem Bild.

Es ist ausreichend, wenn die Lernenden *eine* Lösung angeben.

Lernende darauf hinweisen, dass die Striche in Aufgabe 1 b) leere Zahlenstrahlen darstellen, an denen die Bilder gezeichnet werden sollen.

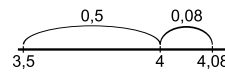
1 Am Zahlenstrahl addieren und subtrahieren

- a) Nenne zu den Bildern jeweils eine passende Additions- und mindestens eine passende Subtraktionsaufgabe.



Additionsaufgabe:
 $1,3 + 0,6 = 1,9$

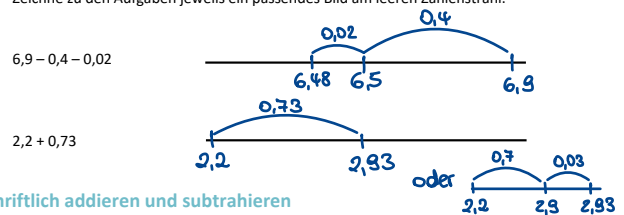
Subtraktionsaufgabe:
 $1,9 - 0,6 = 1,3$ / $1,9 - 1,3 = 0,6$



Additionsaufgabe:
 $3,5 + 0,5 + 0,08 = 4,08$

Subtraktionsaufgabe:
 $4,08 - 0,08 - 0,5 = 3,5$

- b) Zeichne zu den Aufgaben jeweils ein passendes Bild am leeren Zahlenstrahl.



2 Schriftlich addieren und subtrahieren

- a) Schreibe untereinander und rechne aus.

$14,23 + 5,4$

	1	4	2	3
+		5	4	
	1	9	6	3

$17,45 - 3,8$

	1	7	4	5
-		3	8	
	1	3	6	5

- b) Beim schriftlichen Addieren und Subtrahieren mit Dezimalzahlen muss ich darauf achten, dass...

die richtigen Stellen untereinander stehen. /
die Kommas untereinander stehen.



Hinweise zur Auswertung

Diagnoseaufgabe 1: Am Zahlenstrahl addieren und subtrahieren

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
a)	Die Zahlen am Zahlenstrahl werden durch Addition / Subtraktion verknüpft. Z.B. $1,3 + 1,9 / 1,3 - 1,9$ oder $3,5 + 4 + 4,08 / 3,5 - 4 - 4,08$	Bild am Zahlenstrahl mit Startzahl, Sprung / Sprünge und Ergebnis ist unklar.	Erarbeiten und Üben des Darstellungswechsels von Bildern am Zahlenstrahl zu formalen Additions- / Subtraktionsaufgaben mit einem oder mehreren Schritten (1.1 - 1.9).
a.2)	Es werden nur (richtige) Teilaufgaben aufgeschrieben. Z.B. $3,5 + 0,5 = 4 / 4 + 0,08 = 4,08$	Zwei Sprünge am Zahlenstrahl werden als zwei unterschiedliche Aufgaben gedeutet.	
b)	Nicht bearbeitet.	Darstellung der Rechenaufgabe am Zahlenstrahl ist unklar.	Erarbeiten und Üben des Darstellungswechsels von formalen Additions- / Subtraktionsaufgaben mit einem oder mehreren Schritten zu Bildern am Zahlenstrahl (1.3 - 1.9). Bei fehlerhaftem Stellenwertverständnis: Wiederholung in 1.2 und / oder Thematisierung des Bausteins D1 A .
b.1)	6,9 steht ganz links und von dort wird nach rechts gesprungen.	Richtung des Zahlenstrahls ist unklar.	
	Stellenwerte werden nicht korrekt addiert oder subtrahiert. z.B. $6,9 - 0,4 - 0,2$ statt $0,02$	Fehlerhaftes Stellenwertverständnis, evtl. Null nach dem Komma als Nichts gedeutet.	

Diagnoseaufgabe 2: Schriftlich addieren und subtrahieren

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
a)	Die Zahlen werden nicht stellengerecht untereinander geschrieben.	Komma als Bezugspunkt für die Stellenwerte ist unklar.	Erarbeiten und Üben des schriftlichen Addierens und Subtrahierens von Dezimalzahlen (2.1 - 2.4). Evtl. Wiederholung der Rolle des Kommas in Dezimalzahlen (D1 A) und / oder des schriftlichen Addierens und Subtrahierens von natürlichen Zahlen (N7 A , N7 B , Förderbausteine Natürliche Zahlen).
	Der Übertrag wird nicht berücksichtigt / beachtet.	Rolle des Übertrags beim schriftlichen Addieren / Subtrahieren ist unklar.	
b)	„... richtig gerechnet wird.“	Das Komma als Orientierung für das stellengerechte Untereinanderschreiben der Zahlen ist möglicherweise unklar.	Den Fokus u.a. auf das Komma als Bezugspunkt und das stellengerechte Untereinanderschreiben legen (2.1 - 2.4).

D3A Wie fördern wir, am Zahlenstrahl und schriftlich zu addieren und zu subtrahieren?

1 Am Zahlenstrahl addieren und subtrahieren

1.1 Erarbeiten

Ziel: Additions- / Subtraktionsaufgaben mit einem Sprung zu Bildern am Zahlenstrahl finden

Material: -

Umsetzung: a), b) jeweils EA, dann UG; c) Aufgabengenerator (PA)

Lösung:

Erklärung Additionsaufgabe: Startpunkt ist 0,2 und von dort werden 0,3 weitergesprungen, das Ergebnis ist dann 0,5. Mit Fokus auf bedeutungsbezogene Sprache kann man fragen: „Wenn ich von 0,2 noch 0,3 weitergehe, wo lande ich dann? / Wenn ich zu 0,2 noch 0,3 hinzufüge, wie viel habe ich dann insgesamt?“

Erklärung Subtraktionsaufgaben: Startpunkt ist 0,5 und von dort werden 0,3 zurückgesprungen, das Ergebnis ist dann 0,2 (im Sinne der Grundvorstellung *Wegnehmen (Abziehen)*). Mit Fokus auf bedeutungsbezogene Sprache kann man fragen: „Wenn ich von 0,5 0,3 wegnehme, was bleibt übrig?“

Im Sinne der Grundvorstellung des *Ergänzens* kann 0,2 als Startpunkt und 0,5 als gegebener Zielpunkt gedeutet werden, sodass die Aufgabe $0,5 - 0,2 = 0,3$ zu dem Bild passt, da die Schrittgröße in diesem Fall unbekannt ist. Mit Fokus auf bedeutungsbezogene Sprache kann man dann fragen: „Was muss zu 0,2 hinzugefügt werden, damit 0,5 erreicht werden kann?“

Lösung: Erklärungen analog zu a)

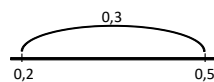
Zu beachten: Die Sprunggröße wird hier nicht angezeigt, sondern muss selbst ermittelt werden.

Erklärvideo: In dem Video (<https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklavideos?nid=728>) wird erklärt, wie man passende Additions- und Subtraktionsaufgaben zu dem Bild am Zahlenstrahl finden kann. Dabei wird bei der Subtraktionsaufgabe die Grundvorstellung des *Wegnehmens (Abziehens)* fokussiert.

Zu beachten: Bei den Bildern am Zahlenstrahl steht die kleinere Zahl immer links und die größere rechts, damit die Richtung des Zahlenstrahls beibehalten wird.

1.1 Ein Sprung am Zahlenstrahl

a) Nenne eine Additions- und zwei Subtraktionsaufgaben, die zu dem Bild passen. Erkläre, warum die Aufgaben passen. Bei diesen Zahlenstrahlen sind die genauen Abstände nicht so wichtig.



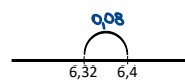
Additionsaufgabe:

$$0,2 + 0,3 = 0,5$$

Subtraktionsaufgaben:

$$0,5 - 0,3 = 0,2 \quad 0,5 - 0,2 = 0,3$$

b) Nenne drei passende Aufgaben zu dem Bild am Zahlenstrahl. Erkläre.



Additionsaufgabe:

$$6,32 + 0,08 = 6,4$$

Subtraktionsaufgaben:

$$6,4 - 0,08 = 6,32 \quad 6,4 - 6,32 = 0,08$$



Überprüfe deine Erklärung dann mit dem Video (1:18 bis 2:31).



mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklavideos?nid=728

c) Stellt euch gegenseitig Bilderaufgaben:

- Eine Person zeichnet Bilder wie in a) oder b).
- Die andere Person sucht passende Additions- und Subtraktionsaufgaben. Wechselt euch ab.

1.2 Üben

Ziel: (Im Kopf) Am Zahlenstrahl addieren und subtrahieren

Material: MB: Ggf. Hundertstel-Zahlenstrahl

Umsetzung: a), b) EA; c) Aufgabengenerator (PA)

Impuls vorab: Was bedeutet 2 Zehntel? Was bedeutet 3 Hundertstel? (Baustein D1 A)

Hilfestellung: Evtl. großen Zahlenstrahl anbieten.

Zu beachten: Für den zweiten Schritt muss jeweils vom Ergebnis der ersten Aufgabe weitergerechnet werden.

1.2 Addieren und Subtrahieren üben

a) Gehe von 0,35 aus 2 Zehntel weiter. Bei welcher Zahl landest du?

Zahl: 0,55

Wie heißt die Rechenaufgabe? Du kannst den Zahlenstrahl nutzen.

Rechenaufgabe: $0,35 + 0,2 = 0,55$

Gehe noch 2 Zehntel weiter, und gib nun die passende Rechenaufgabe an.

Rechenaufgabe: $0,55 + 0,2 = 0,75$

b) Gehe von 0,9 aus 3 Hundertstel zurück. Bei welcher Zahl landest du? Wie heißt die Rechenaufgabe?

Rechenaufgabe: $0,9 - 0,03 = 0,87$

Gehe noch 3 Hundertstel zurück, und gib die passende Aufgabe an.

Rechenaufgabe: $0,87 - 0,03 = 0,84$



c) Stellt euch gegenseitig Aufgaben wie in a) oder b). Die andere Person löst die Aufgabe. Wechselt euch ab. Ihr könnt als Hilfe den Zahlenstrahl benutzen.

1.3 Erarbeiten

Ziel: Additions- / Subtraktionsaufgaben mit zwei Sprüngen zu Bildern am Zahlenstrahl finden

Material: -

Umsetzung: a) UG; b) EA, dann UG; c) EA

Zu beachten: Bei Aufgaben mit zwei Sprüngen unbedingt verdeutlichen, dass auch *zwei* Sprünge am Zahlenstrahl zu *einer* Aufgabe gehören und nicht zwei unterschiedliche Aufgaben darstellen.

Lösung: Kenan zerlegt den zweiten Summanden in seine Stellenwerte und springt von 6,3 stellenweise nach rechts, zuerst die Zehntel und dann die Hundertstel.

Hintergrund: Zwei stellengerechte Sprünge erleichtern das Rechnen, insbesondere wenn ein Stellenübergang überwunden werden muss.

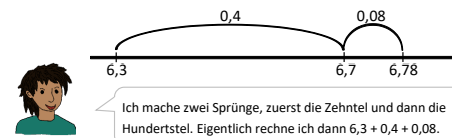
Methode: Lernende sollen zunächst eine eigene Zuordnung finden und diese hinterher in der Gruppe begründen.

Impulse: Warum geht man bei Plus nach rechts und bei Minus nach links? → Bei Plus wird die Zahl größer und größere Zahlen liegen weiter rechts auf dem Zahlenstrahl. Bei Minus wird die Zahl kleiner und kleinere Zahlen liegen weiter links auf dem Zahlenstrahl.

Kann man auch zuerst die Hundertstel und dann die Zehntel springen? → Ja, das geht auch. Man kann immer schauen, was für die jeweiligen Zahlen besser passt.

1.3 Zwei Sprünge

a) Kenan malt ein Bild zu der Aufgabe $6,3 + 0,48 = 6,78$.



Kenan

Was meint Kenan damit? Warum macht er zwei Sprünge?



b) Sarah hat die Aufgabe $8,2 + 0,49$ am Zahlenstrahl gelöst. Ordne ihren Schritten die passenden Bilder zu. Verbinde und erkläre.

Ich fange auf dem Zahlenstrahl mit der 8,2 an.	
Ich gehe auf dem Zahlenstrahl nach rechts, weil es eine Additionsaufgabe ist.	
Ich mache zwei Schritte, weil die zweite Zahl Zehntel und Hundertstel hat.	
Ich gehe zuerst die Zehntel-Schritte und dann die Hundertstel-Schritte.	



Methode: Hier soll nur das Bild des letzten Schritts aus b) angeschaut werden.

Hintergrund: Zu jedem Bild dieser Art am Zahlenstrahl passt jeweils eine Additions- und eine Subtraktionsaufgabe.

c)



Zu dem Bild passt auch eine Subtraktionsaufgabe.

Welche Subtraktionsaufgabe passt zu dem Bild aus b)?

Subtraktionsaufgabe:

$$8,63 - 0,03 - 0,4 = 8,2$$

1.4 - 1.5 Üben

Ziel: Additions- / Subtraktionsaufgaben zu Bildern am Zahlenstrahl finden bzw. zuordnen; Bilder zu Additions- / Subtraktionsaufgaben zeichnen

Material: -

Umsetzung: 1.4 a), b) EA; c) Aufgabengenerator (PA); 1.5 a) EA, dann UG; b) EA; c) EA, dann UG; d) EA

Methode: Jeweils Additions- und Subtraktionsaufgabe ins Heft schreiben.

Zu beachten: Richtige Richtung am Zahlenstrahl einhalten: Von links nach rechts werden die Zahlen größer. Bei zwei Schritten soll die Reihenfolge der Schritte im Bild zu der in der Aufgabe passen, z.B. wird zuerst 0,6 und dann 0,04 hinzugefügt und nicht umgekehrt.

Zu beachten: Die zweite passende Aufgabe ist bei Additionsaufgaben die Subtraktionsaufgabe und umgekehrt.

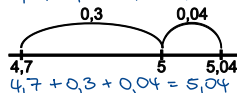
Hinweise gelten analog für 1.5 b) und d).

1.4 Bilder am Zahlenstrahl

a) Nenne zu den Bildern am Zahlenstrahl jeweils zwei passende Aufgaben.

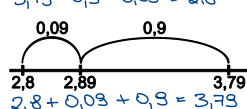
Schreibe ins Heft.

$$5,04 - 0,04 - 0,3 = 4,7$$



$$4,7 + 0,3 + 0,04 = 5,04$$

$$3,73 - 0,9 - 0,03 = 2,8$$



$$2,8 + 0,03 + 0,9 = 3,73$$

b) Zeichne zu den Aufgaben jeweils ein passendes Bild am Zahlenstrahl ins Heft. Nenne jeweils noch eine zweite Aufgabe, die auch zu deinem Bild passt.

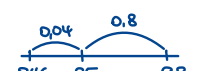
$$5,2 + 0,6 + 0,04$$

$$9,3 - 0,8 - 0,04$$

$$13,5 + 1,6$$



$$5,84 - 0,04 - 0,6 = 5,2$$



$$8,46 + 0,04 + 0,8 = 9,3$$



$$15,1 - 1,6 = 13,5$$

oder



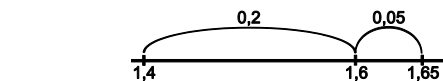
c) Stellt euch gegenseitig Aufgaben wie in a) oder b):

- Formuliert Rechenaufgaben und sucht passende Bilder am Zahlenstrahl oder umgekehrt.
- Wechselt euch ab.

1.5 Mehrere Sprünge am Zahlenstrahl



a) Welche Aufgaben passen zu dem Bild am Zahlenstrahl? Kreise ein und erkläre.



$$1,4 + 0,25 = 1,65$$

$$1,65 - 0,25 = 1,4$$

$$1,4 + 0,05 + 0,2 = 1,65$$

$$1,4 + 1,6 = 3$$

$$1,4 + 0,2 + 0,05 = 1,65$$

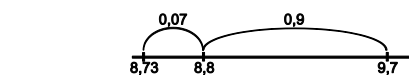
$$1,6 - 1,4 = 0,2$$

$$1,65 - 0,05 - 0,2 = 1,4$$

b) Zeichne zu den Aufgaben aus a), die du nicht eingekreist hast, passende Bilder am Zahlenstrahl.



c) Welche Aufgaben passen zu diesem Bild? Kreise ein und erkläre.



$$9,7 - 0,97 = 8,73$$

$$8,73 + 8,8 = 17,53$$

$$9,7 - 0,9 - 0,07 = 8,73$$

$$9,7 - 8,8 = 0,9$$

$$8,7 + 0,9 + 0,07 = 9,7$$

$$8,73 + 0,97 = 9,7$$

$$8,73 + 0,07 + 0,9 = 9,7$$

d) Zeichne zu den Aufgaben aus c), die du nicht eingekreist hast, passende Bilder am Zahlenstrahl.



1.6 Üben

Ziel: Additions- / Subtraktionsaufgaben mithilfe des Zahlenstrahls lösen

Material: MB: Ggf. Hundertstel-Zahlenstrahl

Umsetzung: a), b) UG; c) Aufgabengenerator (PA)

Methode: Passendes Bild am Zahlenstrahl ins Heft oder auf die Rückseite zeichnen, dabei sollte erneut auf die richtige Reihenfolge der Sprünge im Bild geachtet werden.

Methode: Jeweils eine Person sucht sich eine Aufgabe aus, erklärt wie Emily in a) bzw. anhand der genannten Leitfragen und nennt das Ergebnis.

Dabei geht es nicht nur um die Notation des Ergebnisses, sondern v.a. um die Beantwortung der Fragen und die Erklärungen zu jeder Aufgabe.

Hilfestellung: Großer Zahlenstrahl kann in b) und c) als Hilfe genutzt werden, der dann jeweils entsprechend der Aufgabe als Ausschnitt zwischen zwei passenden Zahlen gedeutet werden muss.

1.6 Additions- und Subtraktionsaufgaben lösen

a) Emily rechnet die Aufgabe $8 + 1,4$ und erklärt am Zahlenstrahl:



Ich fange mit der 8 an und gehe nach rechts. Dann mache ich zwei Schritte, zuerst + 1 und dann noch + 0,4.

Emily
Erkläre und zeige an einem Bild am Zahlenstrahl wie Emily rechnet.

b) Löse die Aufgaben und beantworte jeweils die Fragen. Erkläre.

- Mit welcher Zahl fängst du an? In welche Richtung musst du gehen?
 - Machst du einen oder mehrere Schritte? Woran kannst du das erkennen?
 - In welcher Reihenfolge machst du die Schritte?
- Du kannst als Hilfe auch den Zahlenstrahl benutzen.

$$\begin{array}{lll} 2 + 0,78 = 2,78 & 0,3 - 0,15 = 0,15 & 5,1 + 0,34 = 5,44 \\ 4,35 + 0,4 = 4,75 & 6,9 - 0,2 = 6,7 & 1 - 0,21 = 0,79 \\ 8,46 + 0,9 = 9,36 & 2,77 + 1,03 = 3,8 & 3,8 - 0,04 = 3,76 \\ 9,1 - 1,3 = 7,8 & 1,78 + 0,7 = 2,48 & 6,42 - 0,5 = 5,92 \end{array}$$

c) Erfindet selbst Aufgaben wie in b):

- Eine Person nennt eine Rechenaufgaben.
 - Die andere zeichnet einen passenden Zahlenstrahl und erklärt, wie sie rechnet.
- Wechselt euch ab.

1.7 - 1.8 Üben

Ziel: Additions- / Subtraktionsaufgaben im Kopf lösen

Material: MB/KV: Kartensatz D3 A 1.7

Umsetzung: 1.7 UG; 1.8 a) EA; b) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Leicht, wenn keine Stellenübergänge überwunden werden müssen, z.B. $5,3 - 3,2$. Schwieriger, wenn ein oder mehr Stellenübergänge überwunden werden müssen, z.B. $9,18 - 1,54$.

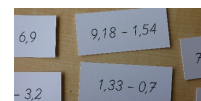
Zu beachten: Die Zuordnung ist individuell verschieden, die Lernenden sollen erklären, welche Aufgaben ihnen leicht- bzw. schwerfallen.

Hintergrund: Klären, das ganze Zahlen, Zahlen ohne Nachkommastellen sind.

Impuls: Woran erkennt man, welche Zahlenpaare addiert eine ganze Zahl ergeben? → Man schaut auf die Nachkommastellen, die sich zu einem Einer ergänzen müssen.

1.7 Leichte und schwere Aufgaben

- Rechne aus und sortiere die Aufgaben.
- Welche der Aufgaben kannst du leicht im Kopf lösen und bei welchen ist es schwieriger? Erkläre.



1.8 Zahlen ganz machen

a) Finde Additionsaufgaben mit diesen Zahlen, deren Ergebnis ganze Zahlen sind, also keine Nachkommastellen haben, z.B. $0,52 + 0,48 = 1,00 = 1$



- b)
- Eine Person sagt eine Zahl.
 - Die andere Person nennt eine passende Zahl, sodass die Summe der beiden Zahlen eine natürliche Zahl ist.
- Wechselt euch ab.

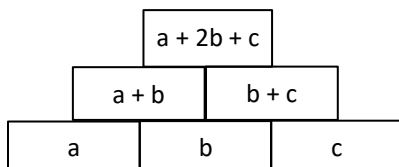
1.9 Üben

Ziel: Additions- und Subtraktionsaufgaben im Format Zahlenmauern lösen; Formatspezifische Zusammenhänge erkennen und erklären

Material: KV: Zahlenmauern

Umsetzung: a) UG; b) EA, dann UG; c) EA, dann GA; d), e), f) jeweils EA, dann UG

Hintergrund: Struktur der Zahlenmauern



Lösung: Der linke Basisstein und der linke Stein der mittleren Reihe werden immer um 0,1 kleiner; der rechte Basisstein und der rechte Stein der mittleren Reihe werden gleichzeitig um 0,1 größer, so verändert sich der Wert des Zielsteins nicht.

Hilfestellung: Zuerst den linken Stein der mittleren Reihe und den rechten Basisstein durch Subtraktion ausrechnen.

Impulse: Mit welcher Aufgabe kannst du den rechten Basisstein / den zweiten Stein der mittleren Reihe ausrechnen? → Erste Mauer: $0,2 - 0,1 / 1 - 0,2$.

Hintergrund: Es gibt in diesem Fall immer mehrere Möglichkeiten. Dies soll durch den Vergleich der verschiedenen Zahlenmauern erkannt werden.

Lösung: Im linken Stein der mittleren Reihe kann jede Zahl stehen, die größer als 0,75 und kleiner als 1 ist. Die anderen Zahlen dementsprechend berechnen.

Hilfestellung: Die 1 so zerlegen, dass der linke Stein der mittleren Reihe größer als 0,75 ist.

Lösung: Da der linke / rechte Basisstein nur einmal im Zielstein enthalten ist, erhöht sich der Zielstein auch um 0,5.

Methode: Die Lernenden sollen bei verschiedenen Zahlenmauern ausprobieren, dazu steht eine Kopiervorlage mit leeren Zahlenmauern zur Verfügung. Sie können dazu die ausgefüllten Zahlenmauern aus c) nutzen und diese entsprechend verändern. Gilt auch für f).

Lösung: Da der Mittelstein zweimal im Zielstein enthalten ist, erhöht sich der Zielstein um $2 \cdot 0,5 = 1$.

1.9 Zahlenmauern

a) Kenan rechnet Zahlenmauern.



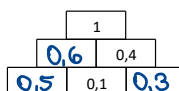
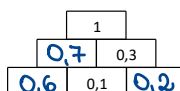
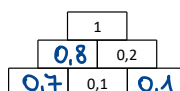
Die Zahlen von zwei Steinen werden addiert. Die Summe steht im Stein, der auf ihnen liegt.



Kenan

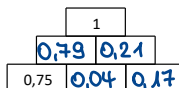
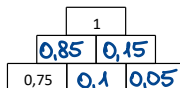
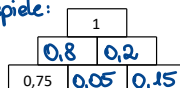
Erkläre mit Kenans Tipp, wie man in Zahlenmauern rechnet.

b) Löse die Zahlenmauern. Was fällt dir auf?



c) Finde drei verschiedene Lösungen für die Zahlenmauer. Vergleiche eure Ergebnisse.

Beispiele:



d) Was passiert mit dem Zielstein in den Zahlenmauern aus b), wenn man den **linken Basisstein** um 0,5 erhöht? Du kannst auf dem Zettel mit den leeren Zahlenmauern ausprobieren.

e) Was passiert mit dem Zielstein in den Zahlenmauern aus b), wenn man den **rechten Basisstein** um 0,5 erhöht? Du kannst auf dem Zettel mit den leeren Zahlenmauern ausprobieren.

f) Was passiert mit dem Zielstein in den Zahlenmauern aus b), wenn man den **Mittelstein** um 0,5 erhöht? Du kannst auf dem Zettel mit den leeren Zahlenmauern ausprobieren.

2 Schriftlich addieren und subtrahieren

2.1 Erarbeiten

Ziel: Verschiedene Vorgehensweisen bei der schriftlichen Addition verstehen und anwenden

Material: -

Umsetzung: a) UG, dann EA; b) UG

Lösung: Sarah rechnet in der Stellenwerttafel. Emily braucht diese nicht, da sie die Dezimalzahlen so untereinander schreibt, dass die Kommata untereinander stehen – dadurch stehen bei sauberer Schreibweise automatisch gleiche Stellen untereinander.

Impuls: Warum steht das Komma immer an dieser Stelle in der Dezimalzahl? (Erarbeitung in **D1 A**)

Methode: Rechenwege im Heft notieren. Es geht hier v.a. darum, dass die Rechenwege nachvollzogen, verstanden und anhand der Aufgaben nochmals angewendet werden und nicht nur um die Notation des Ergebnisses.

Zu beachten: Überträge in (3).

Lösung: Kenan hat die Zahlen nach dem Komma addiert ohne auf die richtigen Stellenwerte zu achten. In 62,8 sind es 8 Zehntel und nicht 8 Hundertstel (Wiederholung in Baustein **D1 A**).
Richtige Lösung: $62,8 + 0,64 = 63,44$

Hintergrund: Ob dazu wie Sarah, wie Emily oder im Kopf gerechnet wird, kann individuell verschieden sein. Die Lernenden sollten ihre Vorgehensweise begründen.

Erklärvideo: In dem Video (<https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erkl%C3%A4rvideos?nid=728>) wird erklärt, worauf man achten muss, wenn man Dezimalzahlen schriftlich addiert. Der besondere Fokus liegt dabei darauf, dass gleiche Stellenwerte korrekt untereinander notiert werden. Das Komma als Bezugspunkt für die Abfolge der Stellenwerte und das Bündeln bei Überträgen wird dabei nochmals betont.

2.1 Dezimalzahlen addieren und subtrahieren

Sarah und Emily rechnen die Aufgabe $52,8 + 0,13$ auf unterschiedliche Weise.

Sarahs Rechenweg:

Z	E	Z	H
5	2	8	
5	2	9	3



Sarah

Es müssen immer gleiche Stellen addiert werden.

Emilys Rechenweg:

52,8
+ 0,13
52,93

Ich mache das so.



Emily



a) Erkläre die beiden Rechenwege von Sarah und von Emily. Warum braucht Emily die Stellentafel nicht? Rechne dann die folgenden Aufgaben einmal wie Sarah und einmal wie Emily.

(1) $68,07 + 4,82 = 72,89$

(2) $53,28 - 0,16 = 53,12$

(3) $87,85 - 2,78 = 85,07$

b)



Kenan

$62,8 + 0,64 = 62,72$
weil 8 Hundertstel plus 64 Hundertstel gleich 72 Hundertstel sind.



Welchen Fehler hat Kenan gemacht? Erkläre und korrigiere seine Rechnung. Rechnest du dazu wie Sarah oder wie Emily? Tipp: Du kannst dir als Hilfe das Video anschauen (4:58 bis 7:09).



mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erkl%C3%A4rvideos?nid=728

2.2 Üben

Ziel: Fehler in schriftlichen Additionen / Subtraktionen erkennen; Additions- / Subtraktionsaufgaben schriftlich lösen

Material: -

Umsetzung: a) UG; b) EA

Lösung:

(1): Der Übertrag wird an der falschen Stelle notiert und somit zu dem falschen Stellenwert addiert.

(2) / (3): Die Zahlen sind nicht ordentlich untereinander geschrieben. Die Kommata stehen nicht untereinander.

Tip: Kommata und Zahlen ordentlich untereinander schreiben und darauf achten, dass der Übertrag an der richtigen Stelle notiert wird. Lösungen in b) auf Kästchenpapier schreiben lassen, damit die Orientierung leichter fällt.

Impulse: Was bedeutet der Übertrag? Wo muss er stehen? (Für natürliche Zahlen Erarbeitung / Wiederholung in **N7 A** und **N7 B**, Förderbausteine Natürliche Zahlen).

Warum müssen die Kommata immer untereinander stehen? (2.1 bzw. **D1 A**)

2.2 Fehler beim schriftlichen Addieren und Subtrahieren

Die folgenden Aufgaben wurden leider falsch gelöst.

$$\begin{array}{r} 27,81 \\ + 11,42 \\ \hline 48,23 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 63,7 \\ + 4,12 \\ \hline 103,82 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35,48 \\ - 1,73 \\ \hline 34,75 \end{array}$$



a) Welche Fehler wurden gemacht? Welchen Tipp kannst du für das richtige Lösen geben?

b) Löse die Aufgaben richtig. Schreibe ins Heft.

2.3 Üben

Ziel: Fehler in schriftlichen Additionen / Subtraktionen erkennen, reflektieren und korrigieren

Material: -

Umsetzung: a) EA, dann UG; b) EA

2.3 Fehler suchen



a) Die folgenden Aufgaben wurden leider falsch gelöst. Ordne den Rechnungen die passenden Fehler zu.

$$\begin{array}{r} 8,46 \\ - 1,28 \\ \hline 7,28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18,37 \\ - 4,92 \\ \hline 14,65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22,7 \\ - 5,83 \\ \hline 28,53 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19,88 \\ - 3,4 \\ \hline 19,54 \end{array}$$

Es wurde nicht richtig Komma unter Komma geschrieben.

Es wurde addiert statt subtrahiert.

Der Übertrag wurde nicht berücksichtigt.

Es wurde immer die kleinere von der größeren Ziffer subtrahiert.

b) Schreibe zu jedem Fehler ein weiteres Beispiel in dein Heft, bei dem auch dieser Fehler gemacht wurde. Korrigiere ihn dann und rechne richtig.

Hintergrund: Es soll jeweils ein weiteres Beispiel für jeden Fehlertyp gefunden werden, um den Fehler zu reflektieren.



2.4 Üben

Ziel: Additions- / Subtraktionsaufgaben schriftlich lösen

Material: -

Umsetzung: a) EA; b) Aufgabengenerator (PA)

Zu beachten: Die Aufgaben zuerst richtig untereinander schreiben und dann lösen.

2.4 Eigene Aufgaben rechnen

a) Löse die Aufgaben schriftlich.

$$54,23 + 3,92$$

	5	4	,	2	3	
+		3	,	9	2	
	5	8	,	1	5	

$$9,78 + 28,43$$

	9	,	7	8		
+	2	8	,	4	3	
	3	8	,	2	1	

$$93,65 - 14,81$$

	9	3	,	6	5	
-	1	4	,	8	1	
	7	8	,	8	4	

Hintergrund: Mit dem Aufgabengenerator können weitere Übungen zum Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen erfolgen. Dabei sollte angeregt werden, dass möglichst im Kopf gerechnet wird. Es sollten nicht grundsätzlich alle Aufgaben schriftlich gelöst, sondern geschaut werden, bei welchen Zahlen sich das Kopfrechnen anbietet.



- b)
- Eine Person stellt eine Aufgabe.
 - Die andere Person rechnet diese im Kopf oder schriftlich.
- Wechselt euch ab.