

Mathe sicher können



Didaktischer Kommentar zum Diagnose- und Fördermaterial

D4 Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen



Inhalt

Hintergrund



Worauf kommt es beim Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen inhaltlich an?

Baustein D4A

Ich kann Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren und dividieren



Was können wir diagnostizieren?



Wie können wir fördern?

Baustein D4B

Ich kann Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren



Was können wir diagnostizieren?



Wie können wir fördern?



Zitierbar als

Hinweis zu
verwandtem Material

Dieses Material wurde durch Lara Sprenger & Stephan Hußmann in der 1. Auflage konzipiert und in der 2. Auflage weiterentwickelt. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-NC-SA (Namensnennung – Nicht Kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

Sprenger, Lara & Hußmann, Stephan (2025). Mathe sicher können – Didaktischer Kommentar zu D4: Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen (2. Auflage). Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik, Dortmund. Open Educational Resources unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/bpd#d4

Die 1. Auflage des Materials ist in Print auch bei Cornelsen kaufbar, wurde in der 2. Auflage hier jedoch leicht weiterentwickelt. Zu den Handreichungen ist auch das Diagnose- und Fördermaterial sind verfügbar sowie Erklärvideos und Fortbildungsangebote, alles zu finden unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de.

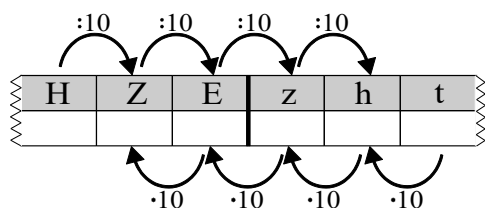
D4 Worauf kommt es beim Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen inhaltlich an?

Lerninhalt

Mit Zehnerzahlen multiplizieren und dividieren

Die Multiplikation und Division von Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen (Zehnerpotenzen, also 10, 100, 1000, etc.) sind wichtige Voraussetzung für das Kopfrechnen und halbschriftliche Rechnen. Sie bieten unter anderem eine tragfähige Strategie zum Multiplizieren bzw. Dividieren von Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen (Baustein **D4 B**). Die Multiplikation mit und die Division durch Zehnerzahlen sollte im Unterricht thematisiert werden, um vor allen Dingen der Übergeneralisierung der Regel *Nullen anhängen oder wegstreichen* entgegenzuwirken, die im Bereich der Dezimalzahlen so nicht mehr tragfähig ist.

Wichtiger als die korrekte Ausführung der Multiplikation und Division von Dezimalzahlen mit und durch Zehnerzahlen sind die damit verbundenen Einsichten in das Stellenwertsystem und die erweiterte Stellenwerttafel, welche schon im Bereich der natürlichen Zahlen (Baustein **N6 A**, Förderbausteine Natürliche Zahlen) und beim Dezimalzahlverständnis (Baustein **D1 A**) angebahnt wurde.



Dekadische Struktur der erweiterten Stellenwerttafel

Bei der Multiplikation mit 10 bzw. der Division durch 10 werden alle Ziffern in der Stellenwerttafel um eine Spalte nach links bzw. nach rechts geschoben, bei 10^n entsprechend um n Stellen. Dadurch ergibt sich die Kommaverschiebungsregel, bei der das Komma bei Multiplikation mit bzw. Division durch 10^n um n Stellen nach rechts bzw. links rückt. In der Förderung wird besonders darauf geachtet, dass immer die Stellen der Dezimalzahl verschoben werden und nicht das Komma. Dies ist für ein sicheres Stellenwertverständnis von großer Bedeutung, damit den Lernenden verdeutlicht werden kann, dass das Komma immer an derselben Stelle im Aufbau der Dezimalzahlen bleibt und sich durch Multiplikation mit oder Division durch Zehnerzahlen lediglich die Ziffern der Zahl verschieben. Inhaltlich lässt sich diese Verschiebung der Ziffern erklären, wenn veranschaulicht wird, dass zunächst die einzelnen Ziffern in jedem Stellenwert mit der jeweiligen (Zehner-)Zahl multipliziert werden und anschließend gebündelt wird. Analog gilt für die Division, dass die einzelnen Ziffern in jedem Stellenwert zunächst in den nächstkleineren

Stellenwert entbündelt werden, bevor durch die jeweilige Zehnerzahl dividiert werden kann. Diese Vorgehensweise kann auch auf das Multiplizieren mit und Dividieren von Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen übertragen werden.

Mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren und umgekehrt

Die Multiplikation mit und die Division durch natürliche Zahlen bereitet vielen Lernenden große Schwierigkeiten, weshalb meist die schriftlichen Verfahren angewendet werden. Doch durch ein fehlendes Stellenwertverständnis kann die Ermittlung des richtigen Ergebnisses behindert werden, da die richtige Position des Kommas nicht gefunden wird. Dies macht die Bedeutung eines tragfähigen Operationsverständnisses der Multiplikation und der Division und eines tragfähigen Stellenwertverständnisses umso wichtiger.

Bei der Multiplikation mit und der Division durch natürliche Zahlen im Bereich der Dezimalzahlen müssen die Lernenden vor allen Dingen die Vorstellungen revidieren, dass eine Multiplikation immer vergrößert und eine Division immer verkleinert. Das Produkt von zwei Dezimalzahlen muss jetzt nicht mehr größer sein als seine Faktoren und der Quotient ist nicht mehr unbedingt kleiner als der Dividend.

Bei der Multiplikation besitzt (in Deutschland) der erste Faktor meist die Rolle des Multiplikators (Wie viele Gruppen?) und der zweite Faktor die Rolle des Multiplikanden (Wie viele Elemente in jeder Gruppe?). Bei der Multiplikation im Bereich der Dezimalzahlen fällt es Lernenden meist leichter, Aufgaben der Art *natürliche Zahl · Dezimalzahl* zu berechnen statt umgekehrt. Deshalb sollte die Kommutativität in diesem Baustein (Aufgabe 1.4) angesprochen werden. Bei Unklarheit der Kommutativität sollte diese im Bereich der natürlichen Zahlen aufgearbeitet werden (Baustein **N4 A**, Förderbausteine Natürliche Zahlen).

Ein tragfähiges Operationsverständnis der Division beinhaltet bei den natürlichen Zahlen (Baustein **N4 B**, Förderbausteine Natürliche Zahlen) zwei Grundvorstellungen: das Verstehen der Division als *Aufteilen* und als *Verteilen* (Padberg & Benz, 2021). Gerade für die Division von natürlichen Zahlen durch Dezimalzahlen ist die Grundvorstellung des Aufteilens von großer Bedeutung, da die Interpretation der Aufgabe $3 : 0,5 = 6$ als „Wie oft passt die 0,5 in die 3?“ bzw. „Wie viele Schritte der Länge 0,5 passen in die 3?“ eine gute Strategie zum Lösen dieser Aufgaben bietet. *Verteilen*: Bekannt ist bei Verteil-Situationen die zu verteilende Gesamtmenge sowie die Anzahl der Gruppen, welchen die einzelnen Objekte zugeordnet werden. Unbekannt ist hingegen, wie viele Objekte sich

in einer Gruppe befinden. Eine Verteil-Situation kann gelöst werden, indem sukzessive die Objekte den Gruppen zugeordnet werden. Bei Aufgaben des Typs *natürliche Zahl : Dezimalzahl* ist es weniger sinnvoll, diese Vorstellung zu nutzen, da in dieser Interpretation die Anzahl der Gruppen, an die verteilt würde, nicht ganzzahlig ist.

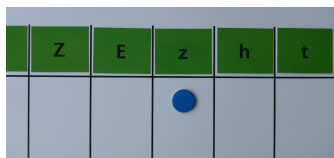
Aufteilen: Bei Aufteil-Situationen ist neben der Gesamtmenge die Anzahl der Objekte pro Gruppe bekannt, während nach der Anzahl der Gruppen gefragt ist. Aufteil-Situationen können insbesondere durch wiederholte Subtraktion oder Addition gelöst werden, linear am Zahlenstrahl durch Zeichnen von Schritten mit gegebener Länge des Divisors. Die Aufgaben können durch die Frage „Wie oft passt ... in ...?“ gut interpretiert werden.

Eine weitere Strategie, die sich für das Lösen von Aufgaben der Art *natürliche Zahl : Dezimalzahl* anbietet, ist das Vereinfachen. Dazu werden sowohl Dividend als auch Divisor mit der gleichen Zehnerzahl multipliziert, sodass beide Zahlen natürliche Zahlen sind. Durch das gleichsinnige Verändern ändert sich der Wert des Quotienten nicht.

Veranschaulichung und Material

Erweiterte Stellenwerttafel

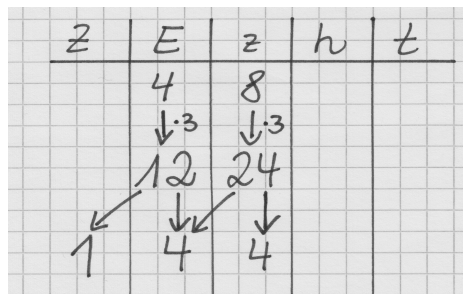
Die erweiterte Stellenwerttafel bietet eine gute Veranschaulichung, um die multiplikativen Zusammenhänge des dezimalen Stellenwertsystems zu erarbeiten. Dazu wird in **D4 A** in einer großen Stellenwerttafel mit Plättchen gearbeitet, die zunächst jeweils um eine und anschließend auch um mehrere Spalten verschoben werden. Die Lernenden nennen die jeweils passenden Multiplikations- oder Divisionsaufgaben zu diesen Handlungen bzw. erschließen sie sich über die Betrachtung der Veränderungen in Start- und Zielzahl, z.B. liegt 1 Plättchen in der Zehntelspalte, die Dezimalzahl heißt 0,1. Das Plättchen wird dann um eine Spalte nach links geschoben. Die neue Zahl heißt 1. Durch Vergleich von 1 und 0,1 kann die Verzehnfachung entdeckt werden.



Erweiterte Stellenwerttafel mit 1 Plättchen in der Zehntelspalte

Außerdem untermalt die Arbeit mit der erweiterten Stellenwerttafel das Verständnis, dass das Komma immer an der gleichen Stelle bleibt.

Die erweiterte Stellenwerttafel bietet weiterhin eine gute Veranschaulichung, um Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen zu multiplizieren. Dazu wird der zweite Faktor der Zahl in die Stellenwerttafel eingetragen und jeder Stellenwert wird mit dem ersten Faktor multipliziert.



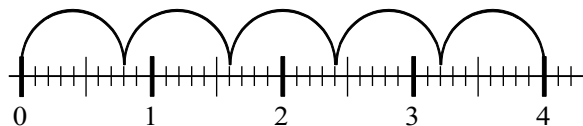
Lösung der Aufgabe $3 \cdot 4,8$ in der Stellenwerttafel

Hierbei ist es wichtig auf richtige Bündelungen in den einzelnen Stellen zu achten. Dieses Vorgehen kann auch schon bei Multiplikation mit und Division durch Zehnerzahlen verdeutlichen, warum die Ziffern der Zahl bei Multiplikation mit 10 um eine Stelle nach links und bei Division durch 10 um eine Stelle nach rechts geschoben werden (siehe auch *Lerninhalt*). Das Verständnis der erweiterten Stellenwerttafel sowie des Bündelungsprinzips ist eine Voraussetzung für einen verständnisbasierten Umgang mit der Multiplikation (Baustein **D1 A** für die Dezimalzahlen, Baustein **N1 B**, Förderbausteine Natürliche Zahlen für die natürlichen Zahlen).

Zahlenstrahl

Für die Erarbeitung der Multiplikation und Division mit bzw. durch natürliche Zahlen und umgekehrt wird in **D4 B** zunächst der Zahlenstrahl genutzt, an dem sowohl die Multiplikation als auch die Division als Reihe gleichgroßer Sprünge darstellbar ist. Dieses Verständnis ist schon bei der Multiplikation und Division natürlicher Zahlen bedeutsam und wird dort bereits aufgegriffen (Bausteine **N4 A** und **N4 B**, Förderbausteine Natürliche Zahlen).

Multiplikation: Für die Multiplikation am Zahlenstrahl ist es wichtig, dass die Rollen von erstem und zweitem Faktor klar sind. Der erste Faktor gibt an, wie viele Schritte derselben Länge gezeichnet werden, der zweite Faktor, wie lang diese Schritt jeweils sind. Deshalb passt zu dem aufgeführten Bild am Zahlenstrahl zwar die Aufgabe $5 \cdot 0,8 = 4$, nicht aber die Aufgabe $0,8 \cdot 5 = 4$, denn es werden fünf 0,8er-Schritte gemacht.



Darstellung der Aufgabe $5 \cdot 0,8$ am Zahlenstrahl

Division: Für die Division sind aufteilende und verteilende Strategien dann möglich, wenn zu einem Bild am Zahlenstrahl passende Aufgaben gesucht werden sollen. Soll allerdings zu einer Aufgabe ein passendes Bild gezeichnet werden, bietet sich lediglich die aufteilende Strategie durch das Einzeichnen von Bögen mit Länge des Divisors an. Für eine verteilende Strategie müsste das Ergebnis und somit die Anzahl der zu zeichnenden Bögen bereits bekannt sein und kann nicht durch die

Zeichnung ermittelt werden. Für die Erarbeitung ist ein grundlegendes Verständnis des Zahlenstrahls Voraussetzung (Baustein D1 A).

Multiplikation und Division: In diesem Baustein ist es wichtig, den Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division als Operation und Umkehroperation zu erwähnen. Zu jedem Bild am Zahlenstrahl, zu dem eine Multiplikationsaufgabe passt, passen auch zwei Divisionsaufgaben, für das Beispiel oben:

- $5 \cdot 0,8 = 4$
- $4 : 0,8 = 5$ (Im Sinne des Aufteilens)
- $4 : 5 = 0,8$ (Im Sinne des Verteilens)

In der Förderung

Über den gesamten Baustein, aber insbesondere bei der Multiplikation mit und Division durch Zehnerzahlen, wird der Hintergrund der Kommaverschiebungsregel thematisiert, um einem verständnislosen Verschieben des Kommas entgegenzuwirken. Dabei wird u.a. die Regel *Nullen anhängen* aus den natürlichen Zahlen reflektiert, um einem fehlerhaften Transfer in den Bereich der Dezimalzahlen entgegenzuwirken und ein tragfähiges Verständnis aufzubauen. Die verständige Multiplikation mit und Division durch Zehnerzahlen kann gerade bei der Divisionsaufgaben des Typs *Dezimalzahl : natürliche Zahl* als Teil einer Rechenstrategie zum Einsatz kommen: Durch Multiplikation des Dividenden mit einer Zehnerzahl und späterer Korrektur des Ergebnisses anhand der Division durch die gleiche Zehnerzahl, kann eine Divisionsaufgabe ohne Dezimalzahlen generiert werden, die meist leichter zu lösen ist. Das verständige Multiplizieren mit und Dividieren durch Zehnerzahlen wird als Hintergrund der Kommaverschiebungsregel vor allem deshalb explizit gemacht, um gerade Lernenden mit einem fehlenden Verständnis der Division einer Dezimalzahl durch eine natürliche Zahl aufzuzeigen, wie und warum man das Komma verschieben kann.

Zudem wird in der Förderung stets der enge Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division als Operation und Umkehroperation betont, sodass die beiden Fördereinheiten in D4 A und D4 B nicht zwingend nacheinander bearbeitet werden müssen. Es ist durchaus denkbar, in D4 A Fördereinheit 1 (Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren) und Fördereinheit 2 (Dezimalzahlen durch Zehnerzahlen dividieren) ineinander zu verschachteln, sodass die Aufgaben auch in der folgenden Reihenfolge bearbeitet werden können: 1.1, 2.1, 1.2, 1.3, 2.2, 1.4, 1.5 und 2.3.

Das gilt für D4 B ebenfalls, sodass bei Verschachtelung von Fördereinheit 1 (Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren) und Fördereinheit 2 (Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen dividieren und umge-

kehrt) die Aufgaben in der folgenden Reihenfolge bearbeitet werden können: 1.1, 2.1, 1.2, 2.2, 1.3, 2.3, 1.4, 2.4 und 2.5.

Bedeutungsbezogene Denksprache

In Baustein D4 B sollte am Zahlenstrahl immer wieder begründet werden, warum die Bilder zu den jeweiligen Multiplikations- und Divisionsaufgaben passen, um zu verstehen, wo die Zahlen aus den Rechenaufgaben am Zahlenstrahl zu sehen sind, sodass die Lernenden sicher einen Darstellungswechsel in beide Richtungen vollziehen können.

Multiplikation (am Beispiel oben):

- Fünf 0,8er-Schritte
- Fünf Schritte der Länge 0,8
- Es sind 5 Schritte, die jeweils 0,8 lang sind. Bei welcher Zahl lande ich dann?

Division (am Beispiel oben):

- Wie viele 0,8er-Schritte passen in 4? / In 0,8er-Schritten zur 4. Wie viele Schritte sind es?
- In 5 Schritten zur 4, wie lang ist jeder Schritt?

Digitale Medien zum Baustein

Alle digitalen Medien werden kontinuierlich ausgebaut und sind stets aktuell verlinkt unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/bpd#d4

- Im **didaktischen Themenfilm** werden die aufgeführten Aspekte zum Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen mit Fallbeispielen illustriert und es wird aufgezeigt, worauf es bei der Förderung ankommt: <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/707>
- Mit den **Erklärvideos** lassen sich die erarbeiteten Zusammenhänge mit den Kindern systematisieren.
 - 1) Dezimalbrüche mit Zehnerzahlen multiplizieren und dividieren: <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklervideos?nid=729>
 - 2) Dezimalbrüche mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren: <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklervideos?nid=730>
- Digitale Diagnose wird in zunehmend mehr Bundesländern im **MSK-Online-Check** möglich.

Weiterführende Literatur

- Heckmann, K. (2006). *Zum Dezimalbruchverständnis von Schülerinnen und Schülern*. Logos Verlag.
- Padberg, F. & Wartha, S. (2017). *Didaktik der Bruchrechnung (5. Auflage)*. Springer.
- Schmassmann, M. (2009). „Geht das hier ewig weiter?“ In A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.), *Fördernder Mathematikunterricht in der Sek. I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden* (S. 167 - 185). Beltz Praxis.



D4A Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Lernende darauf hinweisen, dass nicht schriftlich gerechnet werden soll. Die Schülerinnen und Schüler sollten angeregt werden, ihren Rechenweg zu notieren und / oder zu erklären.

1 Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren

Rechne die Aufgaben aus. Schreibe deinen Rechenweg auf.

a) $37,2 \cdot 10 = 372$
 $30 \cdot 10 = 300$
 $7 \cdot 10 = 70$
 $0,2 \cdot 10 = 2$

oder: Erklärung wie bei b) 1

$37,2 \cdot 100 = 3720$
 $30 \cdot 100 = 3000$
 $7 \cdot 100 = 700$
 $0,2 \cdot 100 = 20$

oder: Erklärung wie bei c) 2

b) $0,584 \cdot 10 = 5,84$

Alle Ziffern der Zahl um eine Stelle nach links geschoben.

oder: stellungsgerechte Multiplikation wie in a) 1

$5,84 \cdot 10 = 58,4$

$5 \cdot 10 = 50$
 $0,8 \cdot 10 = 8$
 $0,04 \cdot 10 = 0,4$

oder: Erklärung wie bei b) 1

c) $10 \cdot 87,85 = 878,5$

Alle Ziffern von 87,85 um eine Stelle nach links geschoben.

oder: stellungsgerechte Multiplikation wie in a) 1

$100 \cdot 8,785 =$

Alle Ziffern von 8,785 um zwei Stellen nach links geschoben.

oder: stellungsgerechte Multiplikation wie in a) 2

2 Dezimalzahlen durch Zehnerzahlen dividieren

Rechne die Aufgaben aus. Schreibe deinen Rechenweg auf.

a) $25,8 : 10 = 2,58$

Alle Ziffern der Zahl um eine Stelle nach rechts geschoben.

oder stellungsgerechte Division

$25,8 : 100 = 0,258$

Alle Ziffern der Zahl um zwei Stellen nach rechts geschoben.

oder stellungsgerechte Division

b) $0,6 : 10 = 0,06$

Siehe a) 1

$6 : 10 = 0,6$

Siehe a) 1

Hinweise zur Auswertung

Übergreifende Fehler

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
$\begin{array}{r} 37,2 \cdot 100 \\ \underline{} \\ 372 \\ 000 \\ \underline{} \\ 37200 \end{array}$	Es wird ausschließlich das schriftliche Verfahren verwendet, da kein anderer Rechenweg zur Verfügung steht.	Ggf. mündlich nach anderen Rechenwegen fragen. Erarbeitung des Multiplizierens mit und Dividierens durch Zehnerzahlen (1.1 - 1.5; 2.1 - 2.3).
$25,8 : 10 = 2,58$ $\begin{array}{r} 20 \\ \underline{20} \\ 58 \\ \underline{50} \\ 80 \\ \underline{80} \\ 0 \end{array}$		
Es wird schriftlich multipliziert / dividiert, aber das Komma falsch gesetzt. $\begin{array}{r} 37,2 \cdot 10 \\ \underline{} \\ 372 \\ 000 \\ \underline{} \\ 3720 \end{array}$	Kommasetzung bei den schriftlichen Verfahren zur Multiplikation / Division unklar und durch fehlendes Stellenwertverständnis kann die richtige Position des Kommas nicht ermittelt werden.	



Diagnoseaufgabe 1: Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
$37,2 \cdot 10 = 37,20$	Die Regel <i>Nullen anhängen</i> aus den natürlichen Zahlen wird auf den Bereich der Dezimalzahlen übertragen.	Erarbeitung des Multiplizierens mit Zehnerzahlen unter besonderer Berücksichtigung der Fehlerstrategie <i>Nullen anhängen</i> (1.1 - 1.5).
$5,84 \cdot 10 = 0,584$	Die Ziffern der Zahl bzw. das Komma werden in die falsche Richtung verschoben.	Erarbeitung des Multiplizierens mit Zehnerzahlen (1.1 - 1.5).
$0,584 \cdot 10 = 58,4$	Die Ziffern der Zahl bzw. das Komma werden um zu viele Stellen verschoben.	
$37,2 \cdot 10 = 370,20$	Vorstellung, dass das Komma zwei natürliche Zahlen trennt und beide müssen mit 10 multipliziert werden.	
$37,2 \cdot 100 = 372$	Es werden keine weiteren Nullen hinzugefügt, da das Komma bzw. die Ziffern der Zahl vermeintlich nicht weiter verschoben werden können.	

Diagnoseaufgabe 2: Dezimalzahlen durch Zehnerzahlen dividieren

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
$25,8 : 10 = 2,508$	Die Ziffern der Zahl bzw. das Komma werden richtig verschoben, es wird allerdings zusätzlich eine 0 eingefügt, wahrscheinlich um das Ergebnis kleiner zu machen.	Erarbeitung des Dividierens durch Zehnerzahlen (2.1 - 2.3).
$25,8 : 10 = 258$	Das Komma wird außer Acht gelassen, vermutlich weil nicht sicher ist, wo es gesetzt werden muss.	
$6 : 10 = 1,6$	Die größere wird durch die kleinere Zahl geteilt, also $10 : 6$ und die Nachkommazahl ungefähr abgeschätzt, da in diesem Fall 6 kein Teiler von 10 ist. Vorstellung, dass eine Zahl immer durch eine kleinere dividiert werden muss, ist verhaftet.	
$0,6 : 10 = 6$	Unklar, dass weitere Nullen hinzugefügt werden müssen, um das Komma bzw. die Ziffern der Zahl in die richtige Richtung verschieben zu können. Die Ziffern der Zahl bzw. das Komma werden in die falsche Richtung verschoben.	

D4A Wie fördern wir, Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen zu multiplizieren und zu dividieren?

1 Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren

1.1 Erarbeiten

Ziel: Multiplikative Zusammenhänge der verschiedenen Stellenwerte verstehen

Material: MB/KV: Stellenwerttafel, Buchstabenkarten aus Kartensatz D1 A 2.1; Plättchen

Umsetzung: UG

Methode: Vorab inhaltliche Bedeutung der einzelnen Spalten der Stellenwerttafel und die Abfolge der Stellenwerte klären (Wiederholung aus **D1 A**). Mit Plättchen eine Zahl in der Stellenwerttafel legen, sodass max. 2 Spalten belegt sind.

Impuls bei Nennung einer Additionsaufgabe: Welche Multiplikationsaufgabe würde denn passen?

Hintergrund: Beim Verschieben aller Plättchen um eine Spalte nach links, wird die Ausgangszahl mit 10 multipliziert. Zahlen evtl. in der Stellenwerttafel notieren lassen, um die Veränderung besser zu sehen.

Zu beachten: Es wird nicht das Komma verschoben, sondern die Ziffern sind eine Spalte nach links geschoben worden.

Hintergrund: Erklärung analog zu a).

Impuls: Was bedeutet es, wenn man Plättchen um 2 / 3 / 4 Spalten nach links verschiebt? → · 100 / 1000 / 10 000.

Hintergrund: Es wird zunächst gesagt, was gerechnet werden soll und dann wird das Plättchen um die entsprechende Spaltenzahl verschoben.

Methode: Mehrere Durchläufe anregen, bei denen in verschiedenen Spalten gestartet wird.

Erklärvideo: In dem Video (<https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erkl%C3%A4rvideos?nid=729>) wird das Multiplizieren mit Zehnerzahlen in der Stellenwerttafel erläutert und visualisiert. Dabei wird zunächst das Vervielfachen der einzelnen Ziffern in jedem Stellenwert mit der jeweiligen Zehnerzahl und anschließend das Bündeln fokussiert. Im Video wird das Vorgehen am Beispiel eines Plättchens in der Stellenwerttafel gezeigt (Wiederholung aus c)).

Methode: Das Vorgehen zur Multiplikation soll auf komplexere Aufgaben (3 Spalten belegt) übertragen werden. Dabei müssen nicht nur benachbarte Spalten belegt sein.

1.1 Zahlen in der Stellenwerttafel



- a)
- Wie heißt die Zahl in der Stellenwerttafel?
 - Schiebe alle Plättchen jeweils eine Spalte nach links.
 - Wie heißt die neue Zahl? Was hat sich verändert?
 - Welche Rechenaufgabe würde dazu passen?

T	H	Z	E	x	h	x



- b)
- Schiebe die Plättchen wieder eine Spalte nach links.
 - Wie heißt die Zahl jetzt? Was hat sich verändert?



- c)
- Lege ein Plättchen in eine Spalte.
 - Welchen Wert hat das Plättchen? Ist es 1 Einer oder 1 Zehntel oder 1 Hundertstel?
 - Wie musst du das Plättchen verschieben, wenn du
 - 10
 - 100
 - 1000 rechnen möchtest?
 - Welchen Wert hat das Plättchen dann jeweils? Erkläre, warum das so ist.

Z	E	x	h	x



- d)
- Schaue dir das Video an (0:13 bis 1:30). Lege dann eine Zahl mit Plättchen in die Stellenwerttafel, bei der 3 Spalten belegt sind.
- Wie musst du die Plättchen jetzt verschieben, wenn du · 10 oder · 100 rechnen möchtest?
 - Wie heißt die neue Zahl? Was hat sich verändert?



mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erkl%C3%A4rvideos?nid=729

Z	E	x	h	x



1.2 Erarbeiten

Ziel: Verständnis aufbauen, dass beim Multiplizieren mit Zehnerzahlen nicht das Komma, sondern die Ziffern der Zahl verschoben werden

Material: MB/KV: Ggf. Stellenwerttafel

Umsetzung: a) UG; b) EA

Hintergrund: Grundlage Kommaverschiebungsregel: Das Komma bleibt immer an der gleichen Stelle, die Ziffern der Dezimalzahl werden durch die Multiplikation verschoben – in der Dezimalzahl sieht es so aus, als würde das Komma verschoben.

Impulse an großer Stellenwerttafel: Wo würde das Komma stehen? Bleibt es immer an der gleichen Stelle? → Es steht immer zwischen Einern und Zehnteln.

Hintergrund: Schriftliche Sicherung der zuvor in 1.1 und 1.2 a) erarbeiteten Zusammenhänge.

Zu beachten: Nicht das Komma, sondern die Ziffern werden verschoben. Das Komma bleibt immer an der gleichen Stelle.

1.2 Komma oder Ziffern verschieben?

a)



Wenn ich $7,63 \cdot 10$ rechne, verschiebe ich das Komma einfach um eine Stelle nach rechts.

Nein, das Komma bleibt immer an der gleichen Stelle. Bei deiner Aufgabe werden alle Ziffern in der Stellentafel um eine Spalte nach links geschoben.



Erkläre, warum Kenan recht hat und Sarah nicht.



b) Rechne die Aufgabe $0,87 \cdot 100$.

Erkläre, was mit den Ziffern beim Multiplizieren mit 100 passiert.

$$0,87 \cdot 100 = 87$$

Beim Multiplizieren mit 100 werden die Ziffern der Zahl 0,87 um zwei Spalten nach links geschoben.

1.3 Üben

Ziel: Dezimalzahlen aus der Stellenwerttafel ablesen und Zusammenhänge erkennen

Material: -

Umsetzung: a) EA, dann UG; b) UG, dann EA

Lösung: Es fällt auf, dass die Dezimalzahl immer größer wird und das Komma immer zwischen verschiedenen Ziffern steht.

Hintergrund: Die Ziffern werden jeweils um eine Spalte nach links geschoben, dadurch steht das Komma in den Dezimalzahlen immer zwischen verschiedenen Ziffern.

Lösung: Da die Ziffern von Zeile zu Zeile immer um eine Spalte nach links geschoben werden, wird von Dezimalzahl zu Dezimalzahl immer $\cdot 10$ gerechnet.

1.3 Ziffern verschieben



a) In der Stellentafel sind verschiedene Zahlen eingetragen.

Schreibe die Zahlen aus der Stellentafel direkt dahinter als Dezimalzahl. Was fällt dir auf?

H	Z	E	z	h	t	Dezimalzahl
			4	2	7	→ 0,427
		4	2	7		→ 4,27
	4	2	7			→ 42,7
4	2	7				→ 427



b) Wie kommst du von einer Zahl zur nächsten? Erkläre.

Schreibe an die gebogenen Pfeile, mit welcher Zahl jeweils multipliziert wird.



1.4 - 1.5 Erarbeiten und Üben

Ziel: Typische Fehler beim Multiplizieren mit Zehnerzahlen reflektieren;
Multiplizieren mit Zehnerzahlen üben und Zusammenhänge entdecken

Material: MB/KV: Ggf. Stellenwerttafel

Umsetzung: 1.4 a) UG; b) EA; c) Aufgabengenerator (PA); 1.5 a) EA; b) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Emily überträgt ihre Vorstellung aus den natürlichen Zahlen. Bei den Dezimalzahlen kann beim Multiplizieren mit 10 nicht einfach eine 0 angehängt werden, sondern alle Ziffern der Zahl werden um eine Stelle nach links geschoben, sodass das richtige Ergebnis 34,5 lautet. Dieses Vorgehen ist auch im Bereich der natürlichen Zahlen tragfähig und kann in **N6 A** (Förderbausteine Natürliche Zahlen) erarbeitet werden.

Hilfestellung: Vorgehensweise an der großen Stellenwerttafel zeigen.

Impuls: Was fällt euch bei den Päckchen auf?
→ Muster in den schönen Päckchen erkennen, beschreiben und ggf. erläutern. Ggf. große Stellenwerttafel zur Visualisierung hinzunehmen.

Methode: Mit dem Aufgabengenerator können zur Festigung weitere Übungen zum Multiplizieren von Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen erfolgen.

Hintergrund: Gegensinniges Verändern der Faktoren: Die linke Zahl wird immer durch 10 dividiert und die rechte mit 10 multipliziert, dadurch bleibt das Ergebnis gleich.

Impuls: Warum bleiben die Ergebnisse immer gleich?

Hilfestellung: Große Stellenwerttafel dazu nehmen.

Hintergrund: Lernende anregen, a) als Vorbild zu nehmen. Durch das eigene Erstellen von schönen Päckchen sollen Zusammenhänge (z.B. gegensinniges Verändern) zwischen den Aufgaben besser verstanden werden.

1.4 Null anhängen

a) Emily und Tim rechnen die Aufgabe $3,45 \cdot 10$.



Emily

Bei Zahlen ohne Komma muss man einfach hinten eine 0 anhängen, z.B. $345 \cdot 10 = 3450$.

Bei $3,45 \cdot 10$ mache ich das genauso, dann ist das Ergebnis 3.450.



Tim

Wenn du die Null hinten anhängst, dann kommt doch das Gleiche raus: 3.450 ist das Gleiche wie 3,45.

Musst du hier nicht die Stellen verschieben, wenn du $\cdot 10$ rechnest?



Was meint Tim damit?

Wie muss das Ergebnis richtig heißen? Erkläre.

b) Rechne die folgenden Aufgaben.

$$0,34 \cdot 10 = \underline{3,4} \quad 2,93 \cdot 1000 = \underline{2930} \quad 0,051 \cdot 10 = \underline{0,51}$$

$$0,34 \cdot 100 = \underline{34} \quad 2,93 \cdot 100 = \underline{293} \quad 0,051 \cdot 100 = \underline{5,1}$$

$$0,34 \cdot 1000 = \underline{340} \quad 2,93 \cdot 10 = \underline{29,3} \quad 0,051 \cdot 10000 = \underline{510}$$



c) Stellt euch gegenseitig Multiplikationsaufgabe mit einer Zehnerzahl wie in b):

- Eine Person stellt eine Multiplikationsaufgabe mit einer Zehnerzahl.
- Die andere Person löst diese im Kopf.

Wechselt euch ab.

1.5 Schöne Päckchen

Löse die Aufgaben. Was fällt dir auf? Erkläre.



a) $15,1 \cdot 10 = \underline{151}$

$$1,51 \cdot 100 = \underline{151}$$

$$0,151 \cdot 1000 = \underline{151}$$

Mir fällt auf, dass... **das Ergebnis immer gleich ist, weil die 1. Zahl immer durch 10 dividiert und die 2. Zahl mit 10 multipliziert wird.**



b) Findet selbst zwei schöne Päckchen wie in a).

- Die andere Person löst die beiden Päckchen.



2 Dezimalzahlen durch Zehnerzahlen dividieren

2.1 Erarbeiten

Ziel: Multiplikative Zusammenhänge der verschiedenen Stellenwerte verstehen

Material: MB/KV: Stellenwerttafel, Buchstabenkarten aus Kartensatz D1 A 2.1; Plättchen

Umsetzung: a), b), c) UG; d) Aufgabengenerator (PA)

Impuls um Nähe zu 1.1 zu verdeutlichen: Man kann die Plättchen in der Stellenwerttafel nicht nur nach links, sondern auch nach rechts schieben.

Methode: Mit Plättchen eine Zahl in der Stellenwerttafel legen, sodass max. 2 Spalten belegt sind.

Impuls bei Nennung einer Subtraktionsaufgabe: Welche Divisionsaufgabe würde denn passen?

Hintergrund: Beim Verschieben aller Plättchen um eine Spalte nach rechts, wird die Ausgangszahl durch 10 dividiert. Zahlen evtl. notieren lassen, um die Veränderung besser zu sehen.

Zu beachten: Es wird nicht das Komma verschoben, sondern die Ziffern sind eine Spalte nach rechts geschoben worden.

Hintergrund: Verschieben um 2 / 3 Spalten heißt, dass die Ausgangszahl durch 100 / 1000 dividiert wird. Sie wird immer kleiner.

Hintergrund: Es wird zunächst gesagt, was gerechnet werden soll und dann wird das Plättchen um die entsprechende Spaltenzahl verschoben.

Methode: Mehrere Durchläufe anregen, bei denen in verschiedenen Spalten gestartet wird.

Methode: Mit dem Aufgabengenerator können zur Festigung der inhaltlichen Vorstellungen weitere Übungen zum Schieben von Plättchen in der Stellenwerttafel und den dazu passenden Multiplikations- und Divisionsaufgaben erfolgen. Dabei sollte angeregt werden, dass Plättchen sowohl nach rechts als auch nach links verschoben werden können, sodass sowohl multipliziert als auch dividiert werden muss.

2.1 Zahlen in der Stellentafel



- a) Überlege an der großen Stellentafel.
- Was passiert, wenn du die Plättchen alle um eine Spalte nach rechts schiebst?
 - Welche Rechenaufgabe würde dazu passen?

T	H	Z	E	z	h	t



- b)
- Was passiert, wenn du die Plättchen alle um 2 Spalten nach rechts schiebst?
 - Und bei einer Verschiebung um 3 Spalten?



- c)
- Lege ein Plättchen in eine Spalte.
 - Welchen Wert hat das Plättchen? Ist es 1 Einer oder 1 Zehntel oder 1 Hundertstel?
 - Wie musst du das Plättchen verschieben, wenn du
 - : 10
 - : 100
 - : 1000 rechnen möchtest?
 - Welchen Wert hat das Plättchen dann jeweils? Erkläre, warum das so ist.

	Z	E	z	h	t



- d) Stellt euch gegenseitig Aufgaben:
- Eine Person legt Plättchen in die Stellentafel und schiebt sie in eine andere Spalte.
 - Die andere Person nennt die Startzahl und sagt, welche Rechenaufgabe dazu passt. Wechselt euch ab.



2.2 - 2.3 Üben

Ziel: Dezimalzahlen aus der Stellenwerttafel ablesen und Zusammenhänge erkennen;
Dividieren durch Zehnerzahlen und multiplizieren mit Zehnerzahlen üben

Material: -

Umsetzung: 2.2 a) EA und UG; b) EA; 2.3 a) EA; b), c) Aufgabengeneratoren (PA)

Hintergrund: Da die Pfeile jetzt von unten nach oben zeigen, wird von Zeile zu Zeile analog zu 1.3 immer : 10 gerechnet. Die Ziffern der Zahlen werden immer um eine Spalte nach rechts geschoben.

Impuls: Was fällt euch bei den Päckchen auf?
→ Muster in den schönen Päckchen erkennen, beschreiben und ggf. erläutern. Ggf. große Stellenwerttafel zur Visualisierung hinzunehmen.

Hintergrund: Gleichsinniges Verändern der Faktoren: Die linke und die rechte Zahl werden jeweils immer mit 10 multipliziert, dadurch bleibt das Ergebnis gleich.

Impuls: Warum bleiben die Ergebnisse immer gleich?

Hilfestellung: Große Stellenwerttafel dazu nehmen.

Hintergrund: Lernende anregen, a) als Vorbild zu nehmen. Durch das eigene Erstellen von schönen Päckchen sollen Zusammenhänge (z.B. gleichsinniges Verändern) zwischen den Aufgaben besser verstanden werden.

Methode: Mit dem Aufgabengenerator können zur Festigung weitere Übungen zum Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen mit bzw. durch Zehnerzahlen erfolgen.

2.2 Ziffern verschieben

a) Das ist die Stellentafel aus Aufgabe 1.3. Schreibe an die gebogenen Pfeile, durch welche Zahl jeweils dividiert werden muss. Erkläre.

H	Z	E	z	h	t	Dezimalzahl
			4	2	7	→ 0,427
		4	2	7		→ 4,27
	4	2	7			→ 42,7
4	2	7				→ 427

Was ist der Unterschied zu Aufgabe 1.3? Erkläre.

Die Pfeile zeigen jetzt von unten nach oben, deshalb wird immer : 10 gerechnet. Die Ziffern werden von unten nach oben immer um eine Stelle nach rechts geschoben.

b) Rechne die folgenden Aufgaben.

$$\begin{array}{lll}
 281,7 : 10 = \underline{28,17} & 45,6 : 1\,000 = \underline{0,0456} & 923 : 10 = \underline{92,3} \\
 281,7 : 100 = \underline{2,817} & 45,6 : 100 = \underline{0,456} & 923 : 100 = \underline{9,23} \\
 281,7 : 1\,000 = \underline{0,2817} & 45,6 : 10 = \underline{4,56} & 923 : 10\,000 = \underline{0,0923} \\
 \\
 367,1 : 10\,000 = \underline{0,03671} & 87,9 : 10 = \underline{8,79} & 64 : 10 = \underline{6,4} \\
 367,1 : 1\,000 = \underline{0,3671} & 87,9 : 100 = \underline{0,879} & 64 : 100 = \underline{0,64} \\
 367,1 : 10 = \underline{36,71} & 87,9 : 1\,000 = \underline{0,0879} & 64 : 1\,000 = \underline{0,064}
 \end{array}$$

2.3 Schöne Päckchen

a) Löse die Aufgaben. Was fällt dir auf? Erkläre.

$$\begin{array}{ll}
 0,78 : 10 = \underline{0,078} \\
 7,8 : 100 = \underline{0,078} \\
 78 : 1\,000 = \underline{0,078}
 \end{array}$$

Mir fällt auf, dass ... das Ergebnis immer gleich ist, weil die 1. Zahl und die 2. Zahl beide immer mit 10 multipliziert werden.

b) Finde selbst zwei schöne Päckchen wie in a). Die andere Person löst die beiden Päckchen.

c) Stellt euch gegenseitig Aufgaben:

- Eine Person stellt eine Multiplikations- oder eine Divisions-Aufgabe mit einer Zehnerzahl.
 - Die andere Person löst diese im Kopf.
- Wechselt euch ab.



D4B Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Lernende darauf hinweisen, dass nicht schriftlich gerechnet werden soll. Die Lernenden sollten in 1 b) und 2 b) angeregt werden, ihren Rechenweg zu notieren und / oder zu erklären.

1 Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren

a) Welche Multiplikationsaufgabe passt zu dem Bild am Zahlenstrahl?



Multiplikationsaufgabe:
 $5 \cdot 0,4 = 2$

b) Rechne aus und erkläre, wie du gerechnet hast.

$3 \cdot 5,2 = 15,6$

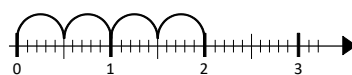
Ich rechne so:
 $3 \cdot 5 = 15$
 $3 \cdot 0,2 = 0,6$
 $15 + 0,6 = 15,6$

$3 \cdot 5,4 = 16,2$

Ich rechne so:
 $3 \cdot 5 = 15$
 $3 \cdot 0,4 = 1,2$
 $15 + 1,2 = 16,2$

2 Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen dividieren und umgekehrt

a) Welche Divisionsaufgabe passt zu dem Bild am Zahlenstrahl?



Divisionsaufgabe:
 $2 : 4 = 0,5$ /
 $2 : 0,5 = 4$

b) Rechne aus und erkläre, wie du gerechnet hast.

$9,6 : 3 = 3,2$

Ich rechne so:
 $9 : 3 = 3$
 $0,6 : 3 = 0,2$
 $3 + 0,2 = 3,2$

$13,2 : 3 = 4,4$

Ich rechne so:
 $12 : 3 = 4$
 $1,2 : 3 = 0,4$
 $4 + 0,4 = 4,4$

$30 : 0,5 = 60$

Ich rechne so:
Ich überlege, wie oft 0,5 in 30 passt : 60 mal.



Hinweise zur Auswertung

Übergreifende Fehler

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
Lösung durch wiederholte Addition / Subtraktion, sowohl am Zahlenstrahl, als auch in den formalen Aufgaben.	Es wird ausschließlich die wiederholte Addition / Subtraktion verwendet, da die Multiplikation / Division mit Dezimalzahlen nicht geläufig ist.	Ggf. mündlich nach anderen Rechenwegen fragen. Erarbeitung des Multiplizierens mit und Dividierens durch natürliche Zahlen (1.1 - 1.4; 2.1 - 2.5).
1.a), 2.a) z.B. $0,4 \cdot 0,8 \cdot 1,2 \cdot 1,6 \cdot 0,8 \cdot 2,0$ $/ 0,5 : 1 : 1,5 : 2$	Zwischenschritte werden am Zahlenstrahl abgelesen und mit einer Rechenoperation verbunden. Vermutlich fehlendes Verständnis des Zahlenstrahls und von Rechenoperationen am Zahlenstrahl.	Erarbeitung des Darstellungswechsels von Bildern am Zahlenstrahl zu formalen Multiplikations- / Divisionsaufgaben (1.1; 2.1). Evtl. Wiederholung des Dezimalzahlverständnisses und des Zahlenstrahls (D1 A).
z.B. $4 \cdot 5 / 2 : 5$	Es wird mit falschen Stellenwerten gerechnet. Vermutlich fehlendes Verständnis des Zahlenstrahls.	
1.b), 2.b) $3 \cdot 5,4 = 15,12$ da $3 \cdot 5 = 15$ und $3 \cdot 4 = 12$	Fehlerhafte Vorstellung, dass das Komma zwei natürliche Zahlen trennt. Keine Berücksichtigung der Stellenwerte und Bündelungen. Bei der Division hier jedoch korrekt, da keine Bündelungen auftreten.	Erarbeitung des Multiplizierens mit und Dividierens durch natürliche Zahlen (1.1 - 1.4; 2.1 - 2.5). Evtl. Wiederholung des Dezimalzahlverständnisses (D1 A).
$9,6 : 3 = 3,2$ da $9 : 3 = 3$ und $6 : 3 = 2$		
Es wird schriftlich multipliziert / dividiert.	Es wird ausschließlich das schriftliche Verfahren verwendet, da kein anderer Rechenweg zur Verfügung steht.	Ggf. mündlich nach anderen Rechenwegen fragen. Erarbeitung des Multiplizierens mit und Dividierens durch natürliche Zahlen (1.1 - 1.4; 2.1 - 2.5).

Diagnoseaufgabe 1: Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
b) z.B. $3 \cdot 5,2 = 15,2$	Es wird nur mit der Zahl vor dem Komma multipliziert, die Nachkommastellen bleiben unberücksichtigt bzw. werden in das Ergebnis übernommen.	Erarbeitung des Multiplizierens von Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen (1.1 - 1.4). Evtl. Wiederholung des Dezimalzahlverständnisses (D1 A).

Diagnoseaufgabe 2: Dezimalzahlen durch Zehnerzahlen dividieren und umgekehrt

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
b) $9,6 : 3 = 32$ $\begin{array}{r} 9 \\ 06 \\ \hline 6 \\ 0 \end{array}$	Es wird schriftlich dividiert, das Komma aber falsch oder gar nicht gesetzt, da die Kommasetzung beim schriftlichen Verfahren zur Division unklar ist und durch fehlendes Stellenwertverständnis die richtige Position des Kommas nicht ermittelt werden kann.	Erarbeitung des Dividierens von Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen (2.1 - 2.3). Evtl. Wiederholung des Dezimalzahlverständnisses (D1 A).
b.2) $13,2 : 3 = 5$ $2 : 3 = 1$ $13 : 3 = 4$	Zusätzlich zur fehlerhaften Vorstellung, dass das Komma zwei natürliche Zahlen trennt, wird die größere durch die kleinere Zahl geteilt. Die Teilergebnisse werden addiert.	
b.3) Nicht bearbeitet.	Keine Vorstellung, was es heißt, eine natürliche Zahl durch eine Dezimalzahl zu dividieren.	Erarbeitung der Division von natürlichen Zahlen durch Dezimalzahlen (2.4 - 2.5).
$30 : 0,5 = 6$	Es wird mit den falschen Stellenwerten gerechnet. Division mit natürlichen Zahlen ohne die Dezimalzahl zu berücksichtigen.	

D4B Wie fördern wir,

Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen zu multiplizieren und zu dividieren?

1 Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren

1.1 Erarbeiten

Ziel: Multiplikationsaufgaben zu Bildern am Zahlenstrahl finden und umgekehrt

Material: KV: Zahlenstrahlen

Umsetzung: a), b), c) jeweils EA, dann UG; d) Aufgabengenerator (PA); e) EA

Lösung: Es sind 5 Schritte, die jeweils 0,8 lang sind. Es passen demnach diese drei Aufgaben und Sätze, da die eine die richtige Multiplikation angibt, die aber auch als wiederholte Addition verstanden werden kann. Der Satz unterstützt die bedeutungsbezogene Sprache, in der betont wird, wie viele gleich große Schritte es gibt und wie lang diese jeweils sind.

Hintergrund: Der erste Faktor gibt an wie oft eine Zahl multipliziert wird, dies entspricht am Zahlenstrahl der Anzahl der Schritte. Der zweite Faktor gibt an, welche Größe multipliziert wird, dies entspricht der Länge der Schritte am Zahlenstrahl. Deshalb passt die Aufgabe $0,8 \cdot 5$ hier nicht zum Bild.

Impulse: Warum zeigen die Schritte nicht die Aufgabe $0,8 \cdot 5$? Wie müsste das Bild zu $0,8 \cdot 5$ aussehen?
→ 0,8 Schritte der Größe 5.

Lösung: Erklärungen analog zu a).

Methode: Eventuell vorkommende Unterschiede in den Lösungen der Lernenden ansprechen und klären.

Methode: Auf individuelle Vorgehensweisen der Lernenden eingehen.

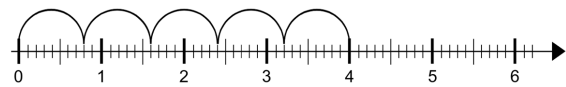
Bedeutungsbezogene Sprache: „Sechs 0,4er-Schritte“ / „sechs Schritte der Länge 0,4“

Methode: Kopiervorlage mit leeren Zahlenstrahlen dazu nehmen. Lernende können die Bilder dort direkt einzeichnen. Anregen, dass Multiplikationsaufgaben der Art *natürliche Zahl · Dezimalzahl* genannt werden.

Impuls: Welche Aufgaben passen denn zu dem Bild?
→ Additions- / Subtraktionsaufgaben, da die Schritte dabei nicht alle gleich groß sein müssen.

1.1 Multiplikationsaufgaben am Zahlenstrahl

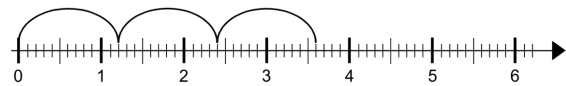
a)



Welche Aufgaben und Sätze passen zu dem Bild am Zahlenstrahl? Kreise ein und erkläre.

$5 \cdot 0,8$ $0,8 \cdot 5$ 0,8 Fünfer-Schritte fünf 0,8er-Schritte $0,8+0,8+0,8+0,8+0,8$

b)



Welche Aufgaben passen zu dem Bild am Zahlenstrahl? Erkläre mit passenden Schritten.

Multiplikationsaufgabe:
 $3 \cdot 1,2$

Additionsaufgabe:
 $1,2 + 1,2 + 1,2$

Es sind drei 1,2er-Schritte / drei Schritte der Länge 1,2.

c)

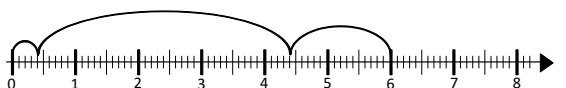


Ergänze die Schritte am Zahlenstrahl so, dass das Bild zu der Aufgabe $6 \cdot 0,4$ passt. Erkläre, wie du vorgegangen bist.



- Eine Person nennt eine Aufgabe.
 - Die andere Person zeichnet sie am Zahlenstrahl ein und nennt das Ergebnis.
- Wechselt euch ab.

e)



Erkläre, warum zu diesen Schritten keine Multiplikationsaufgabe passt.

Hier passt keine Multiplikationsaufgabe, weil die Schritte nicht alle die gleiche Länge haben.

1.2 Erarbeiten und Üben

Ziel: Multiplikation einer Dezimalzahl mit einer natürlichen Zahl in der Stellenwerttafel verstehen

Material: -

Umsetzung: a) UG; b) EA und UG; c) EA

Lösung: Der zweite Faktor wird in die Stellenwerttafel eingetragen und die einzelnen Stellen werden mit dem ersten Faktor multipliziert. Anschließend wird wenn nötig gebündelt.

Hintergrund: Damit die Dezimalzahl direkt abgelesen werden kann, ist es sinnvoll, Zahlen größer 9 in der Stellenwerttafel zu bündeln. Bei Schwierigkeiten Dezimalzahlverständnis in **D1 A** thematisieren.

Erklärvideo: In dem Video (<https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklervideos?nid=730>) wird das Multiplizieren von Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen in der Stellenwerttafel erläutert und visualisiert. Dabei wird analog zum Multiplizieren mit Zehnerzahlen (**D4 A**) zunächst das Vervielfachen der einzelnen Ziffern in einem Stellenwert mit der jeweiligen natürlichen Zahl (zweiter Faktor) und anschließend das Bündeln fokussiert. Diese Erläuterung ist eine gute Ergänzung, wenn Kinder den abgebildeten schriftlichen Rechenweg nicht oder nur schwer nachvollziehen können.

Methode: Es geht hier vor allem darum, dass der Rechenweg aus a) und b) nachvollzogen, verstanden und anhand der Aufgaben nochmals angewendet wird und nicht nur um die Notation des Ergebnisses.

1.2 Multiplikation in der Stellenwerttafel

- a) Kenan rechnet die Aufgabe $3 \cdot 4,8$ in der Stellenwerttafel.



Erkläre Kenans Rechenweg.
Warum kann man aus 12 Einern und 24 Zehnteln die Zahl nicht direkt ablesen?



Tipp: Du kannst dir als Hilfe das Video anschauen (1:35 bis 2:20).



- b) Rechne die Aufgabe $4 \cdot 2,7$ wie Kenan.
Worauf musst du achten?

Nutze als Hilfe eine Stellenwerttafel. $4 \cdot 2,7 = 10,8$

Z	E	z	h	t
	4	8		
	↓3	↓3		
	12	24		
	↓4	↓4		



Z	E	z	h	t
	2	7		
	↓4	↓4		
	8	28		
	↓10	↓8		
1	0	8		

- c) Rechne auch diese Aufgaben so wie Kenan. Schreibe ins Heft.

- (1) $5 \cdot 6,9 = 34,5$ (2) $2 \cdot 8,5 = 17$ (3) $9 \cdot 1,3 = 11,7$
 (4) $7 \cdot 2,6 = 18,2$ (5) $4 \cdot 0,4 = 1,6$ (6) $8 \cdot 5,2 = 41,6$

1.3 - 1.4 Erarbeiten und Üben

Ziel: Ergebnisse von Multiplikationsaufgaben im Kontext überprüfen;
Multiplikationsaufgaben lösen und Zusammenhänge erkennen

Material: MB/KV: Ggf. Stellenwerttafel

Umsetzung: 1.3 a) UG; b) Aufgabengenerator (PA); 1.4 a) EA; b) UG; c) Aufgabengenerator (PA)

Typische Schwierigkeit: Das Komma trennt zwei natürliche Zahlen, beide werden mit dem ersten Faktor multipliziert. Das Komma bleibt bestehen ohne die verschiedenen Stellenwerte zu berücksichtigen.

Hintergrund: Das Aktivieren von Alltagssituationen kann helfen, den Fehler aufzudecken. Lernende anregen, bei Unsicherheit ihre Ergebnisse mit Alltagssituationen zu überprüfen.

Hilfestellung: Evtl. an der Stellenwerttafel zeigen.

Methode: Anregen, dass Aufgaben der Art *natürliche Zahl · Dezimalzahl* genannt werden.

Hintergrund: Faktoren dürfen vertauscht werden, wenn die Rechnung dann leichter fällt (Kommutativität).

Lösung: (1) / (2): Das Ergebnis wird jeweils halbiert / gezehntelt, da der erste Faktor halbiert / gezehntelt wird und der zweite gleich bleibt.

(3): Das Ergebnis bleibt gleich, da gegenseitig verändert wird: Der erste Faktor wird verdoppelt und der zweite Faktor wird halbiert.

Hintergrund: Lernende anregen, a) als Vorbild zu nehmen. Durch das eigene Erstellen von schönen Päckchen sollen Zusammenhänge (z.B. gegenseitiges Verändern) zwischen den Aufgaben besser verstanden werden.

1.3 Überprüfen mit Situationen aus dem Alltag

a)



Emily

4 · 0,8 sind 0,32, denn 4 · 0 = 0 und 4 · 8 = 32.



Tim

Stell dir vor, du kaufst Eis mit 4 Kugeln und jede Kugel kostet 80 Cent. Dann zahlst du nicht nur 32 Cent.



Was meint Tim? Wo hat Emily einen Fehler gemacht? Erkläre.



b)

- Eine Person stellt eine Multiplikationsaufgabe.
- Die andere löst sie im Kopf, mit Schritten am Zahlenstrahl oder mit der Stellentafel. Wechselt euch ab.

1.4 Schöne Päckchen

a)

Rechne die folgenden Aufgaben.

$2 \cdot 3 = 6$	$60 \cdot 4 = 240$	$0,2 \cdot 8 = 1,6$
$1 \cdot 3 = 3$	$6 \cdot 4 = 24$	$0,4 \cdot 4 = 1,6$
$0,5 \cdot 3 = 1,5$	$0,6 \cdot 4 = 2,4$	$0,8 \cdot 2 = 1,6$



b)

Schau dir die Aufgaben und Ergebnisse aus a) nochmal an. Was fällt dir auf?



c)

Stellt euch gegenseitig Päckchen wie in a). Erklärt auch die Muster.

2 Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen dividieren und umgekehrt

2.1 Erarbeiten

Ziel: Multiplikationsaufgaben zu Bildern am Zahlenstrahl finden und umgekehrt

Material: KV: Zahlenstrahlen

Umsetzung: a), b), c) jeweils EA, dann UG; d) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Im Sinne der Grundvorstellungen zur Division passen hier beide Divisionsaufgaben:

Aufteilen: $4 : 0,8 = 5 \rightarrow$ Wie viele Schritte braucht man? Länge *eines* Schritts ist bekannt. Das Ergebnis gibt an, wie viele Schritte gebraucht werden.

Verteilen: $4 : 5 = 0,8 \rightarrow$ Wie lang ist *ein* Schritt? Anzahl der Schritte ist bekannt. Das Ergebnis gibt an, wie lang *ein* Schritt sein muss.

Die Division kann auch als wiederholte Subtraktion verstanden werden. Zusätzlich passt auch die angegebene Multiplikationsaufgabe: fünf 0,8er-Schritte bzw. fünf Schritte der Länge 0,8. Zur Verdeutlichung des Zusammenhangs zwischen Multiplikation und Division als Operation und Umkehroperation wird die Multiplikationsaufgabe ebenfalls bestimmt. Bei Schwierigkeiten in Aufgabe 1.1 wiederholen.

Im Sinne der bedeutungsbezogenen Sprache liegt auch bei der Division der Fokus in b) auf der Beschreibung der Aufgaben mit Schritten. Es können wie bei der Multiplikation die drei zentralen Fragen deutlich werden: Wie groß sind die Schritte? Wie viele Schritte? Wie viel ist es insgesamt? Dadurch passen jeweils zwei Divisions-Aufgaben, aber nur eine Multiplikations-Aufgabe zu dem Bild am Zahlenstrahl.

Methode: Verdeutlichen, dass zu diesen Bildern immer zwei Divisions- und eine Multiplikationsaufgabe passen. Mit Fokus auf die bedeutungsbezogene Sprache jeweils die passende Beschreibung mit Schritten besprechen.

Impuls: Wo siehst du die Zahlen deiner Aufgabe in dem Bild? $\rightarrow$ Dividend (Zielzahl), Divisor / Quotient (Anzahl der Schritte), Quotient / Divisor (Länge der Schritte). Verdeutlichen, dass bzw. wo Dividend, Divisor und Quotient in dem Bild zu sehen sind.

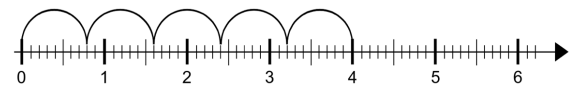
Methode: Kopiervorlage mit leeren Zahlenstrahlen dazu nehmen. Lernende können die Bilder dort direkt einzeichnen.

Zu beachten: Alle drei passenden Aufgaben (zwei Divisions- und eine Multiplikationsaufgabe) sollen genannt und wie in b) und c) erklärt werden.

Impulse: Welche Aufgaben passen noch zu deinem Bild? Wie kannst du das sehen?

2.1 Rechenaufgaben am Zahlenstrahl

a)



Schau dir das Bild am Zahlenstrahl aus Aufgabe 1.1 noch einmal an. Welche Aufgaben passen noch dazu? Kreise ein und erkläre.

$4 - 0,8 - 0,8 - 0,8 - 0,8 - 0,8$ $4 : 0,8$ $5 \cdot 0,8$ $4 : 5$ $5 - 0,8$



b) Zu welchen Aufgaben aus a) passen die Beschreibungen mit Schritten? Erkläre.

Ich laufe fünf 0,8er-Schritte. Bei welcher Zahl lande ich dann?
 $5 \cdot 0,8$

Ich will in fünf Schritten zur 4 laufen. Wie lang sind die Schritte?
 $4 : 5$

Ich laufe in 0,8er-Schritten zur 4. Wie viele Schritte brauche ich?
 $4 : 0,8$

c)



Welche Aufgaben passen zu dem Bild am Zahlenstrahl?

Divisionsaufgabe:
 $2,7 : 3 = 0,9$

Divisionsaufgabe:
 $2,7 : 0,9 = 3$

Multiplikationsaufgabe:
 $3 \cdot 0,9 = 2,7$



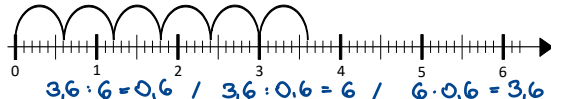
Finde wie in b) Beschreibungen mit passenden Schritten zu den Aufgaben.

Ich will in drei Schritten zur 2,7 laufen. Wie lang sind die Schritte?

Ich laufe in 0,9er-Schritten zur 2,7. Wie viele Schritte brauche ich?

Ich laufe drei 0,9er-Schritte. Bei welcher Zahl lande ich dann?

d)



Welche Divisionsaufgaben und welche Multiplikationsaufgabe passen zu diesem Bild? Erkläre wie in b) und c) mit den Schritten.



- e)
- Eine Person nennt eine Multiplikations- oder eine Divisionsaufgabe.
 - Die andere Person zeichnet sie am Zahlenstrahl ein und nennt das Ergebnis. Wechselt euch ab.

2.2 Erarbeiten und Üben

Ziel: Division einer Dezimalzahl durch eine natürliche Zahl mit der Kommaverschiebungsregel verstehen

Material: -

Umsetzung: a) EA; b) UG; c) EA, dann UG; d) EA

Hintergrund: Dezimalzahl mit der passenden Zehnerzahl multiplizieren, damit die Division im Bereich der natürlichen Zahlen durchgeführt werden kann / damit ohne Komma dividiert werden kann. Nach der Division muss das Ergebnis durch die gleiche Zehnerzahl dividiert werden, damit es zu der Ausgangsaufgabe passt.

Hier erfolgt gleichzeitig eine Wiederholung der Multiplikation mit / Division durch Zehnerzahlen (**D4 A**), da das verstanden sein muss, um den Rechenweg nachvollziehen / durchführen zu können.

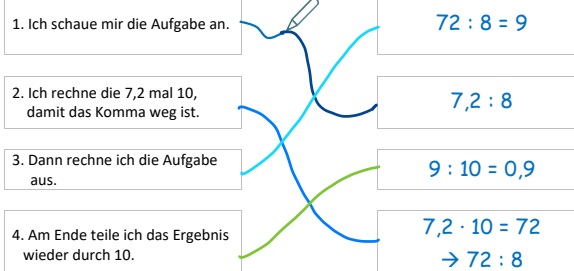
Zu beachten: Das Ergebnis muss am Ende durch die richtige Zehnerzahl dividiert werden.

Methode: Lernende dazu auffordern, zunächst so kleinschrittig wie Kenan zu rechnen, um die Zusammenhänge nachzuvollziehen und zu verstehen.

Zu beachten: Es geht hier vor allem darum, dass der Rechenweg reflektiert, verstanden und anhand der Aufgaben nochmals angewendet wird und nicht nur um die Notation des Ergebnisses.

2.2 Dividieren

- a) Kenan rechnet die Aufgabe $7,2 : 8$ und erklärt seinen Rechenweg. Ordne seiner Beschreibung die passenden Rechenschritte zu. Verbinde.



- b) Wie funktioniert Kenans Rechenweg?

- c) Rechne die Aufgabe $5,6 : 7$ wie Kenan. Worauf musst du achten?

Ich muss darauf achten, dass ich das Ergebnis hinterher noch durch 10 dividiere, da ich vorher mit 10 multipliziert habe.

- d) Rechne auch diese Aufgaben so wie Kenan. Schreibe ins Heft.

- (1) $4,8 : 6 = 0,8$ (2) $3,6 : 9 = 0,4$ (3) $14,4 : 12 = 1,2$
(4) $2,4 : 3 = 0,8$ (5) $6,4 : 8 = 0,8$ (6) $5,2 : 4 = 1,3$

2.3 Üben

Ziel: Ergebnisse von Divisionsaufgaben im Kontext überprüfen; Divisionsaufgaben im Kopf lösen

Material: MB/KV: Ggf. Stellenwerttafel

Umsetzung: a) UG; b) Aufgabengenerator (PA)

Typische Schwierigkeit: Das Komma trennt zwei natürliche Zahlen, beide werden durch den Divisor dividiert. Das Komma bleibt bestehen ohne die verschiedenen Stellenwerte zu berücksichtigen.

Hintergrund: Aktivieren von Alltagssituationen kann helfen, den Fehler aufzudecken. Lernende anregen, bei Unsicherheit ihre Ergebnisse mit Alltagssituationen zu überprüfen.

Hilfestellung: Evtl. an der Stellenwerttafel zeigen.

Methode: Anregen, dass Aufgaben der Art *Dezimalzahl : natürliche Zahl* genannt werden, die ohne Rest gelöst werden können.

2.3 Überprüfen mit Situationen aus dem Alltag

- a) Emily rechnet: $25,45 : 5 = 5,9$

Tim widerspricht:



Wenn wir 25,45 € auf 5 Kinder aufteilen, bekommt aber nicht jedes Kind 5,90 €.

Tim

$25 : 5 = 5$ und $45 : 5 = 9$



Emily

Was meint Tim? Wo hat Emily einen Fehler gemacht? Erkläre.

Wie kann man mit dem Geld überprüfen, ob Emily einen Fehler gemacht hat?

- b) Eine Person stellt eine Divisionsaufgabe.
Die andere Person löst sie im Kopf.
Wechselt euch ab.

2.4 Erarbeiten und Üben

Ziel: Division natürlicher Zahlen durch Dezimalzahlen verstehen;
Rechenstrategien *Vereinfachen* und *Passen in* nachvollziehen, verstehen und anwenden

Material: -

Umsetzung: a) EA, dann UG; b) UG; c) EA

Methode: Individuelle Erklärungen zulassen – wenn kein Lösungsvorschlag gemacht wird, zu b) übergehen, um Strategien kennenzulernen.

Hintergrund:

Vereinfachen (Kenan): Durch das gleichsinnige Verändern von Dividend und Divisor ändert sich das Ergebnis nicht und es kann eine Division im Bereich der natürlichen Zahlen durchgeführt werden.

Passen in / Aufteilen (Emily): Fragestellung, wie oft die Dezimalzahl in die natürliche Zahl passt. Analog zur Vorstellung am Zahlenstrahl in 2.1: Wie viele Schritte der Länge 0,5 passen in die 20? / Ich laufe 0,5er-Schritte bis zur 20. Wie viele Schritte brauche ich? (Evtl. auch am Zahlenstrahl veranschaulichen)

Impuls: Was fällt dir bei den Päckchen auf? → Über die Zusammenhänge der Zahlen / Muster in den Päckchen kommunizieren und z.B. entdecken, dass $24 \cdot 2$ und $24 : 0,5$ das gleiche Ergebnis haben.

2.4 Durch Dezimalzahlen dividieren

a) Rechne aus und erkläre deinen Rechenweg.

$$20 : 0,5 = \underline{40}$$

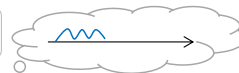
b)



Ich rechne beide Zahlen zuerst $\cdot 10$, dann kann ich statt $20 : 0,5$ auch $200 : 5$ rechnen.



Ich stelle mir den Zahlenstrahl vor: Wie oft passt die 0,5 in die 20?



Wie lösen Kenan und Emily die Aufgabe? Erkläre, was sie sich gedacht haben.

c) Rechne die folgenden Aufgaben.

$2 : 0,5 = \underline{4}$	$24 : 2 = \underline{12}$	$15 : 1 = \underline{15}$
$4 : 0,5 = \underline{8}$	$24 : 2 = \underline{48}$	$15 : 0,1 = \underline{150}$
$8 : 0,5 = \underline{16}$	$24 : 0,5 = \underline{48}$	$15 : 0,01 = \underline{1500}$

2.5 Üben

Ziel: Divisionsaufgaben lösen und Zusammenhänge erkennen

Material: -

Umsetzung: a) EA; b) UG; c) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Zum Dividieren durch eine Dezimalzahl die Strategien aus 2.4 anregen:

- Vereinfachen / gleichsinniges Verändern
- Passen in / Aufteilen: Wie oft passt 0,5 in die 3? / Wie viele Schritte der Länge 0,5 passen in die 3?

Lösung:

(1) / (2): Das Ergebnis verdoppelt / verzehnfacht sich jeweils, da der Dividend verdoppelt / verzehnfacht wird und der Divisor gleich bleibt.

(3): Das Ergebnis bleibt gleich, da gleichsinnig verändert wird: Dividend und Divisor werden von Aufgabe zu Aufgabe jeweils verdoppelt.

Hintergrund: Lernende anregen, a) als Vorbild zu nehmen. Durch das eigene Erstellen schöner Päckchen sollen Zusammenhänge (z.B. gleichsinniges Verändern) zwischen den Aufgaben besser verstanden werden.

2.5 Schöne Päckchen

a) Rechne die Aufgaben in den Päckchen. Wie könnte es weitergehen?

$3 : 0,5 = \underline{6}$	$0,5 : 0,1 = \underline{5}$	$1,8 : 2 = \underline{0,9}$
$6 : 0,5 = \underline{12}$	$5 : 0,1 = \underline{50}$	$3,6 : 4 = \underline{0,9}$
$9 : 0,5 = \underline{18}$	$50 : 0,1 = \underline{500}$	$7,2 : 8 = \underline{0,9}$
$12 : 0,5 = \underline{24}$	$500 : 0,1 = \underline{5000}$	$14,4 : 16 = \underline{0,9}$
$15 : 0,5 = \underline{30}$	$5000 : 0,1 = \underline{50000}$	$28,8 : 32 = \underline{0,9}$



b) Schau dir die Aufgaben und deine Ergebnisse aus a) nochmal an. Was fällt dir auf?



c) Findet selbst jeweils zwei schöne Päckchen wie in a). Die andere Person löst diese.