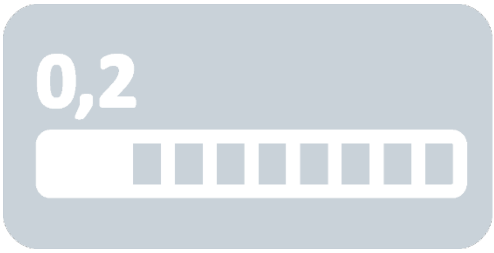
# Mathe sicher können

## Didaktischer Kommentar
## zum Diagnose- und Fördermaterial

## DB Zusammenhang von Dezimalzahlen und Brüchen




## Inhalt





Zitierbar als Sprenger, Lara, Schink, Andrea, Hußmann, Stephan & Prediger, Susanne (2025). Mathe sicher können – Didaktischer Kommentar zu DB: Zusammenhang von Dezimalzahlen und Brüchen (2. Auflage). Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik, Dortmund. Open Educational Resources unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/bpd#db

Hinweis zu verwandtem Material Die 1. Auflage des Materials ist in Print auch bei Cornelsen kaufbar, wurde in der 2. Auflage hier jedoch erheblich weiterentwickelt. Zu den Handreichungen ist auch das Diagnose- und Fördermaterial sind verfügbar sowie Erklärvideos und Fortbildungsangebote, alles zu finden unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de.

# DB Worauf kommt es beim Zusammenhang von Dezimalzahlen und Brüchen inhaltlich an?

## Lerninhalt

Tragfähige Vorstellungen zur Größe von Dezimalzahlen und Brüchen und deren Beziehung zueinander sind von großer Bedeutung für viele Anwendungsbereiche. Das wechselseitige Übersetzen zwischen Brüchen und Dezimalzahlen bereitet Lernenden allerdings immer wieder Probleme, da Brüche und Dezimalzahlen häufig getrennt voneinander als unterschiedliche Zahlen verstanden werden und nicht als verschiedene Schreibweisen für die gleiche Zahl.

### Vernetzung von Grundvorstellungen

Entscheidend für die inhaltliche Verknüpfung beider Schreibweisen ist die Vernetzung der Grundvorstellungen: Werden Brüche nur als Anteile und Dezimalzahlen nur als Maßzahlen gedacht, so ist keine Verknüpfung denkbar. Daher müssen Lernende für beide Zahlschreibweisen ein einheitliches Modell entwickeln. Als Brücke dient dazu die Parallelisierung von Bruchstreifen und Zahlenstrahl (s.u.), bei denen z.B. 4/10 als Anteil von 1 oder als Maßzahl gedacht werden können. Analog wird 0,4 nicht nur als Maßzahl, sondern auch als Anteil von 1 interpretierbar.

### Zehnerbrüche

Dezimalzahlen in Brüche umzuwandeln fällt Lernenden meist leichter als umgekehrt, da alle endlichen Dezimalzahlen als Zehnerbrüche dargestellt werden können, d.h. als Brüche, deren *Nenner Zehnerzahlen* sind (in Baustein **D1 A** wurden Zehnerbrüche als Zahlwörter bereits erarbeitet und als Maßzahlen genutzt):

- eine Nachkommastelle entspricht Zehnteln: 1,4 = 14/10
- zwei Nachkommastellen entsprechen Hundertsteln: 1,43 = 143/100
- drei Nachkommastellen entsprechen Tausendsteln: 1,435 = 1435/1000
- usw.

Die Anzahl der Nachkommastellen bei einer Dezimalzahl bestimmt die Größe der Zehnerpotenz im Nenner des Bruchs, d. h. mit jeder Nachkommastelle verzehnfacht sich der Nenner des Bruchs. Analog gilt für das Umwandeln von Zehnerbrüchen in Dezimalzahlen, dass bei Verzehnfachung des Nenners immer eine Nachkommastelle in der Dezimalzahlschreibweise hinzukommt.

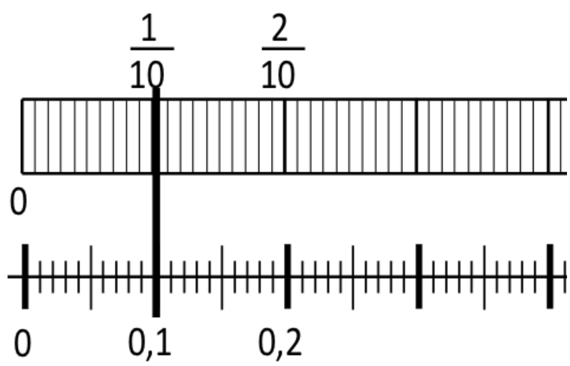
### Andere Brüche

Nach der Behandlung der Zehnerbrüche erfolgt eine Ausweitung auf Brüche, deren *Nenner Teiler von 100* sind: Sie werden durch vorheriges Erweitern oder Kürzen auf Zehnerbrüche in Dezimalzahlen umgewandelt, denn dies stärkt die inhaltliche Vorstellung der Verknüpfung von Stellenwerten und Anteilen.
Diese Vorgehensweise des Erweiterns bzw. Kürzens ist nicht auf Brüche anwendbar, deren Nenner nicht Teiler der Vielfachen von 10 sind. Für diese Brüche kann – nach Abschluss der vorstellungsbezogenen Arbeit mit diesem Fördermaterial – das rein rechnerische Verfahren (*Teile Zähler durch Nenner*.) erworben werden, das in jedem Schulbuch zu finden ist.
Einige einfache Umwandlungen sollten auch auswendig gelernt werden, da sie im Alltag eine Rolle spielen und geläufig sind (etwa im Zusammenhang mit Größen), z.B. 1/2 = 0,5 oder 1/4 = 0,25.

## Veranschaulichung und Material

### Bruchstreifen

Brüche werden häufig mit Kreis- oder Rechteckbildern veranschaulicht. Die Bausteine **B1** bis **B4** nutzen stattdessen ganz bewusst primär den Bruchstreifen, weil dieser anschlussfähig an die eindimensionale Darstellung des Zahlenstrahls ist, mit der in der oberen Sekundarstufe und für die Dezimalzahlen vorrangig gearbeitet wird.
In dieser Einheit wird ein Übergang vom Bruchstreifen zum Zahlenstrahl für die Brüche bewusst gestaltet. Damit treten auch Brüche als Maßzahlen noch deutlicher hervor und Brüche größer 1 können besser angebunden werden. Dabei wird auf die Deutung der Gleichwertigkeit von Brüchen in Bruchstreifen zurückgegriffen, die auf die Dezimalzahlen übertragen wird.
Sollten Schwierigkeiten im Hinblick auf das Konzept der Gleichwertigkeit auftauchen, so kann auf Baustein **B2 A** (Gleichwertige Anteile in Bildern und Situationen finden) zurückgegriffen werden, wo für die Brüche die Gleichwertigkeit inhaltlich in Streifen erarbeitet wird.




Gleichwertigkeit von Brüchen und Dezimalzahlen anschaulich durch Bruchstreifen und Zahlenstrahl dargestellt

**Zahlenstrahl**

Der Zahlenstrahl wird in diesem Baustein als zentrales Mittel genutzt, um die Verknüpfung von Brüchen und Dezimalzahlen zu veranschaulichen. Damit ist das zentrale Modell etabliert, mit dem die Umwandlungen inhaltlich gestützt werden. Typische Fehler entstehen, wenn Lernende sich nicht auf inhaltliche Vorstellungen beziehen, z.B. 3/4 = 3,4. Meist reicht die Referenz auf den Zahlenstrahl, um solche Fehler zu bearbeiten.
Zusätzlich hilft der Zahlenstrahl bei der Erarbeitung der Umwandlungsverfahren, zum Beispiel um für Brüche, die keine Zehnerbrüche sind, gleichwertige Zehnerbrüche zu finden.
In Aufgabe 1.1 muss der große Zahlenstrahl als Anschauungsmittel flexibel gedeutet werden. Zunächst von 0 bis 1 mit entsprechenden Zehntel- und Hundertstel-Markierungen und in der folgenden Teilaufgabe von 0 bis 10 mit entsprechenden Einer- und Zehntel-Markierungen. So können auch Brüche und Dezimalzahlen größer als 1 an demselben Material visualisiert werden. Sollten Schwierigkeiten im Umgang mit Dezimalzahlen am Zahlenstrahl auftreten, kann auf Baustein **D1 A** zurückgegriffen werden.

## In der Förderung

Bei der (Wieder-)Erarbeitung des Umwandelns von Zehnerbrüchen in Dezimalzahlen und umgekehrt wird gerade zu Beginn besonderer Wert auf die Anschauungsmittel Zahlenstrahl und Bruchstreifen gelegt, damit Lernende, die zunächst die Brüche kennengelernt bzw. aufgearbeitet haben, durch das Untereinanderlegen der beiden Anschauungsmittel die bekannte Struktur des 100er-Streifens auf den Zahlenstrahl übertragen können. Durch die Parallelität von Bruchstreifen und Zahlenstrahl wird die Verknüpfung von Brüchen und Dezimalzahlen herausgearbeitet.
Bei Umwandlungen von anderen Brüchen und Dezimalzahlen wird der Zahlenstrahl ebenfalls als Anschauungsmittel genutzt, an dem gleichwertige Brüche durch geeignete Einteilungen der als Ganzes interpretierten Abschnitte visualisiert werden können. Hier sind zudem die Umwandlungen von einfachen Brüchen und Dezimalzahlen größer 1 Thema, die Lernenden meist schwerer fallen.

## Digitale Medien zum Baustein

Alle digitalen Medien werden kontinuierlich ausgebaut und sind stets aktuell verlinkt unter
mathe-sicher-koennen.dzlm.de/bpd#db

- Mit dem **Erklärvideo** lassen sich die erarbeiteten Eigenschaften mit den Kindern systematisieren.
  1) Zwischen Brüchen und Dezimalbrüchen übersetzen: https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=731
- Digitale Diagnose wird in zunehmend mehr Bundesländern im **MSK-Online-Check** möglich.
- Der **dynamische Zahlenstrahl** fördert das Eintragen und Umwandeln von Dezimalzahlen und Brüchen erfolgen und die damit verbundenen inhaltlichen Vorstellungen.

## Weiterführende Literatur

Marxer, M. & Wittmann, G. (2013). Auch Dezimalbrüche sind Brüche. Mit Dezimalbrüchen flexibel rechnen, um ihre Eigenschaften zu verstehen. *Praxis der Mathematik in der Schule, 55 (52)*, 30 - 34.

Neumann, R. (2000). Sind gemeine Brüche und Dezimalbrüche zwei verschiedene Arten von Zahlen oder zwei verschiedene Schreibweisen für ein und dieselben Zahlen? *Der Mathematikunterricht, 2/2000*, 38 - 49.

Padberg, F. & Wartha, S. (2017). Didaktik der Bruchrechnung (5. Auflage). Springer.

Schmassmann, M. (2009). „Geht das hier ewig weiter?“ In A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.), *Fördernder Mathematikunterricht in der Sek I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden* (S. 167 - 185). Beltz Praxis.

# DB Was können wir diagnostizieren?

**Dauer:** 10 - 15 Minuten

**Hinweise zur Durchführung:**

Lernende sind mit dem Erklären und Begründen oft nicht vertraut. Dies kann zu Irritationen führen.
Oft hilft es schon, sie zum Aufschreiben ihrer Ideen zu motivieren.

## 1 Zehnerbrüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln

a) Schreibe als Dezimalzahl und erkläre, wie du vorgegangen bist.

(1) $\frac{3}{10} = \boxed{0{,}3}$ (2) $\frac{31}{100} = \boxed{0{,}31}$ (3) $\frac{31}{10} = \boxed{3{,}1}$

Erklärung zu (3): $\frac{30}{10} = 3$ und $\frac{1}{10} = 0{,}1$

b) Schreibe als Bruch und erkläre, wie du vorgegangen bist.

(1) $0{,}8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ (2) $0{,}08 = \frac{8}{100} = \frac{4}{50} = \frac{2}{25}$ (3) $0{,}85 = \frac{85}{100} = \frac{17}{20}$

Erklärung zu (3): Die erste Nachkommastelle sind die Zehntel und die zweite die Hundertstel. Deswegen sind es 85 Hundertstel.

## 2 Andere Brüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln

a) Schreibe als Dezimalzahl und erkläre, wie du vorgegangen bist.

(1) $\frac{3}{4} = \boxed{0{,}75}$ (2) $\frac{3}{50} = \boxed{0{,}06}$ (3) $\frac{5}{25} = \boxed{0{,}2}$

Erklärung zu (3): Ich habe zuerst überlegt, wie viele Hundertstel es sind: $\frac{20}{100}$. Das sind $\frac{2}{10}$.
Das habe ich als Dezimalzahl geschrieben.

b) Schreibe als Bruch und kürze, wenn möglich. Erkläre, wie du vorgegangen bist.

(1) $0{,}25 = \frac{1}{4}$ (2) $0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ (3) $1{,}75 = \frac{175}{100} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

Erklärung zu (3): Ich habe 1,75 zuerst als Hundertstel geschrieben und dann gekürzt.

## Hinweise zur Auswertung

**Übergreifende Fehler**

| Typische Fehler | | Mögliche Ursache | Förderung |
|---|---|---|---|
| 1.a), 2.a) | z.B. $\frac{3}{10} = 3{,}10$; $\frac{3}{4} = 3{,}4$ | Lernende sehen Zähler und Nenner als getrennte Zahlen und separieren sie in der Dezimalzahlschreibweise durch das Komma statt durch den Bruchstrich. (Keine Aktivierung inhaltlicher Vorstellungen) | Etablierung inhaltlicher Vorstellungen zur Umwandlung von Brüchen in Dezimalzahlen an Bruchstreifen und Zahlenstrahl (1.1 - 1.4; 2.1 - 2.5). |
| 1.b), 2.b) | z.B. $0{,}8 = \frac{1}{8}$; $1{,}75 = \frac{1}{75}$ | Siehe oben.<br>Die Null vor dem Komma wird allerdings als 1 im Zähler des Bruchs gedeutet.<br>Ist die Zahl vor dem Komma größer als 0, so wird diese im Zähler übernommen. | |

**Diagnoseaufgabe 1: Zehnerbrüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln**

| Typische Fehler | | Mögliche Ursache | Förderung |
|---|---|---|---|
| a.2), a.3) | z.B.<br>$\frac{31}{100} = 0{,}031$; $\frac{31}{10} = 0{,}31$ | Die richtige Nachkommastelle (im Beispiel Hundertstel bzw. Zehntel) wird identifiziert und die Ziffern werden von dort aus nach rechts weitergeschrieben. Fehlerhaftes Stellenwertverständnis. | Umwandlung von Zehnerbrüchen in Dezimalzahlen erarbeiten (1.1, 1.3, 1.4). Ggf. Wiederholung des Stellenwertverständnisses bei Dezimalzahlen (**D1 A**). |
| b.3) | z.B. $0{,}85 = \frac{85}{10}$ | Da die 8 die Zehntelstelle belegt, werden die Zehntel als Nenner angegeben bzw. Stellenwerte werden symmetrisch zum Komma interpretiert: „Eintel“, Zehntel, usw. Fehlerhaftes Stellenwertverständnis. | Umwandlung von Dezimalzahlen in Zehnerbrüche erarbeiten (1.1, 1.2, 1.4). Ggf. Wiederholung des Stellenwertverständnisses bei Dezimalzahlen (**D1 A**). |

**Diagnoseaufgabe 2: Andere Brüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln**

| Typische Fehler | | Mögliche Ursache | Förderung |
|---|---|---|---|
| a) | Es werden keine Faktoren gefunden, um die Brüche auf Zehnerbrüche zu erweitern. | Kein Verständnis der Gleichwertigkeit von Brüchen bzw. keine Aktivierung dieser Vorstellung. | Umwandlung von Brüchen in Dezimalzahlen erarbeiten (2.1 - 2.5).<br>Ggf. Wiederholung der Gleichwertigkeit von Brüchen / des Kürzens und Erweiterns (**B2 A** / **B2 B**). |
| | $\frac{3}{4} = 0{,}3$ / $\frac{3}{50} = 0{,}3$ / $\frac{5}{25} = 0{,}5$ | Lediglich der Zähler wird betrachtet, der Nenner allerdings nicht berücksichtigt. Fehlendes Verständnis von Anteilen. | |
| | $\frac{3}{4} = 0{,}03$ / $\frac{3}{50} = 0{,}03$ /<br>$\frac{5}{25} = 0{,}05$ | Nur der Nenner wird auf eine Zehnerzahl erweitert, der Zähler bleibt unverändert, z.B. 3/4 = 3/100 = 0,03. | |
| b) | Fehlerhaftes Kürzen | Es wird kein gemeinsamer Teiler gefunden / es wird mit unterschiedlichen Zahlen gekürzt. | Umwandlung von Dezimalzahlen in Brüche erarbeiten (2.1 - 2.5).<br>Ggf. Wiederholung der Gleichwertigkeit von Brüchen / des Kürzens und Erweiterns (**B2 A** / **B2 B**). |
| b.3) | $1{,}75 = \frac{75}{10}$ | Unklar, wie Dezimalzahlen größer 1 als Brüche dargestellt werden. | |

# DB Wie fördern wir, einfache Dezimalzahlen und Brüche ineinander umzuwandeln?

## 1 Zehnerbrüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln

### 1.1 Erarbeiten

**Ziel:** Beziehung von Zehnerbrüchen und Dezimalzahlen mithilfe von 100er-Streifen und Zahlenstrahl verstehen

**Material:** MB/KV: Hundertstel-Zahlenstrahl, 100er-Streifen, Kartensatz DB Aufgabe 1.1; Folienstift, Büroklammern o.ä. zum Anheften der Karten

**Umsetzung:** a), b), c), d) jeweils PA, dann UG; e) Aufgabengenerator (PA)

Zu beachten: Die Dezimalzahlen sollen am 100er-Streifen und die Brüche am Zahlenstrahl eingetragen werden, damit die Verknüpfung mit der ungewohnten Darstellung gelingt. Brüche werden so als Maßzahlen und Dezimalzahlen als Anteile interpretierbar.

Lösung: 0,1 und 1/10 (0,2 und 2/10 etc.) sind das Gleiche. Die Dezimalzahlen und die Brüche können analog am 100er-Streifen und am Zahlenstrahl eingetragen bzw. gezeigt werden.

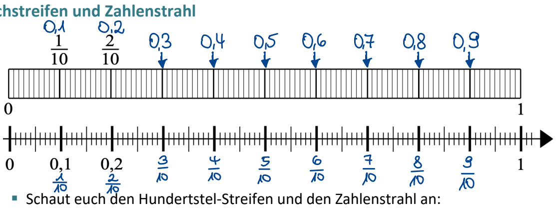
Lösung: Feinere Einteilung am Zahlenstrahl bzw. 100er-Streifen nutzen, damit auch Hundertstel eingetragen werden können.

Methode: Großen Zahlenstrahl von 0 bis 1 und die Karten (Kartensatz DB Aufgabe 1.1) für alle sichtbar auslegen. Abwechselnd die Karten mit Büroklammern o.ä. an die richtigen Stellen am Zahlenstrahl heften und zu Beginn erklären lassen, warum die Zahl jeweils dort liegt.
Beziehung zwischen Bruch und Dezimalzahl thematisieren, z.B. bei 0,25 und 25/100.

Methode: Umskalierung: Großer Zahlenstrahl zeigt jetzt den Ausschnitt von 0 bis 10 an, sodass die Einer und Zehntel sichtbar werden. Bruchstreifen nacheinander so oberhalb des Zahlenstrahls hinlegen, dass sie bündig mit den Einern am Zahlenstrahl abschließen. Verdeutlichung, dass mit mehreren Bruchstreifen auch Zahlen größer 1 vom Zahlenstrahl übertragen werden können. Thematisieren, dass der Bruchstreifen zwar als 1 Ganzes gesehen werden kann, nun aber mehrere Ganze aneinandergereiht werden müssen.

Impulse: Wir beschriften den Zahlenstrahl jetzt neu: statt der 1 steht hier am Ende eine 10. Wo kann man jetzt die Einer eintragen? Und die Zehntel?

**1.1 Bruchstreifen und Zahlenstrahl**



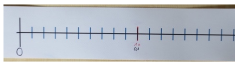

**a)**
- Schaut euch den Hundertstel-Streifen und den Zahlenstrahl an:
- Wo kannst du 0,1 am Hundertstel-Streifen und wo $\frac{1}{10}$ am Zahlenstrahl zeigen? Was fällt dir auf?
- Wie ist es bei

  0,2 und $\frac{2}{10}$? 0,3 und $\frac{3}{10}$? 0,4 und $\frac{4}{10}$?
- Wie geht es weiter? Beschrifte den Hundertstel-Streifen und den Zahlenstrahl.

**b)** Wo kannst du $\frac{25}{100}$ am Zahlenstrahl zeigen? Und 0,25 am Hundertstel-Streifen? Erkläre.

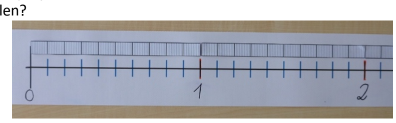
Zeige genauso
- $\frac{60}{100}$ und $\frac{75}{100}$ am Zahlenstrahl.
- 0,6 und 0,75 am Hundertstel-Streifen.

**c)** Nehmt den großen Zahlenstrahl dazu. Heftet die Bruchzahlen und die Dezimalzahlen an die richtigen Stellen am Zahlenstrahl.



**d)** Emily hat über dem großen Zahlenstrahl von 0 bis 10 mehrere Hundertstel-Streifen aneinander gelegt, also mehrere Ganze.
Lege das nach und erkläre:
Wie kann man $\frac{1}{10}, \frac{9}{10}, \frac{10}{10}, \frac{11}{10}, \frac{21}{10}, \frac{31}{10}$ mit den Bruchstreifen zeigen?
Wie heißen die Dezimalzahlen?

Dezimalzahlen:
0,1; 0,9; 1; 1,1; 2,1; 3,1



Methode: Mit dem Aufgabengenerator können weitere Übungen zum Eintragen und Umwandeln von Dezimalzahlen und Brüchen erfolgen, damit die Lernenden ihre Vorstellungen festigen können. Dafür nutzen sie in den digitalen Zahlenstrahl (dzlm.de/vam/msk-zahlenstrahl.html) als Darstellungsmittel.

**e)** Arbeitet am **digitalen Zahlenstrahl**:
Denkt euch selbst Zahlen wie in **c)** aus.
- Eine Person nennt eine Zahl.
- Die andere zeigt die Zahl auf dem Zahlenstrahl und nennt den passenden Bruch oder die passende Dezimalzahl.

Wechselt euch ab.

dzlm.de/vam/msk-zahlenstrahl.html

**1.2 - 1.3** **Üben**

**Ziel:** Umwandeln und Zusammenhänge zwischen Aufgaben erfassen, um Zahlgefühl zu entwickeln

**Material:** -

**Umsetzung:** 1.2 jeweils EA, dann UG; 1.3 a), b), c), d) jeweils EA, dann UG; e) Aufgabengenerator (PA)

Lösung: Wenn in der Dezimalzahl eine Nachkommastelle mehr hinzukommt, verzehnfacht sich der Nenner des Bruchs, da die Anzahl der Nachkommastellen bei einer Dezimalzahl die Größe der Zehnerpotenz im Nenner bestimmt. Muster fallen eher auf, wenn immer maximal gebündelt und z.B. 0,2 nicht als 20/100 geschrieben wird.

**1.2 Dezimalzahlen in Brüche umwandeln**

**a)** Schreibe als Bruch und setze fort. Was fällt dir auf?

$0{,}2 = \frac{2}{10}$ $\quad 0{,}8 = \frac{8}{10}$

$0{,}02 = \frac{2}{100}$ $\quad 0{,}88 = \frac{88}{100}$

$0{,}002 = \frac{2}{1000}$ $\quad 0{,}888 = \frac{888}{1000}$

Lösung: Leichter, wenn die Zahl keine Einer hat, da dann echte Brüche (Zähler < Nenner) als Ergebnisse auftauchen bzw. ist es leichter, echte Brüche in Dezimalzahlen umzuwandeln.
Bei 5,6 (oder 23/10 in 1.3 c)) schwieriger, weil eine Dezimahlzahl > 1 bzw. umgekehrt ein unechter Bruch (Zähler > Nenner) umgewandelt werden muss (gilt auch für 1.3 c)). Schwerer fällt die Umwandlung z.T. auch, wenn nach dem Komma zunächst eine Null steht, wie bei 0,056 (in 1.2 b)).

**b)** Schreibe die Dezimalzahlen als Brüche. Wo ist das leichter, wo ist es schwieriger?

$0{,}123 = \frac{123}{1000}$ $\quad 0{,}056 = \frac{56}{1000}$

$0{,}12 = \frac{12}{100}$ $\quad 0{,}56 = \frac{56}{100}$

$0{,}1 = \frac{1}{10}$ $\quad 5{,}6 = \frac{56}{10}$

Erklärvideo: In dem Video (https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=731) wird die Gleichwertigkeit von Brüchen und Dezimalzahlen erklärt und visualisiert. Dabei wird fokussiert, wie Zehntel- und Hundertstelzahlen in Brüche umgewandelt und an Zahlenstrahl und Bruchstreifen eingetragen werden können. Das dient als Grundlage, um die Leitfragen in a) gemeinsam zu besprechen.

**1.3 Brüche in Dezimalzahlen umwandeln**

**a)** Schaue dir das Video an (0:13 bis 2:42) und erkläre:
Wie viele Nachkommastellen hat $\frac{1}{10}$? Und $\frac{1}{100}$? Was verändert sich?
Wie viele Nachkommastellen hat dann $\frac{1}{1000}$?
Welche Striche schaust du dir jeweils am Zahlenstrahl an?
Was hat das mit den Nachkommastellen zu tun?

https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=731

Lösung: Verzehnfacht sich der Nenner, kommt in der zugehörigen Dezimalzahl eine Nachkommastelle direkt nach dem Komma hinzu: 1/10 = 0,1; 1/100 = 0,01; 1/1000 = 0,001 usw. Die Zahl wird kleiner und braucht eine immer feinere Einteilung am Zahlenstrahl zur Darstellung: 1/100 liegt am Zahlenstrahl zwischen zwei Zehntel-Strichen (0 und 0,1).

**b)** Schreibe als Dezimalzahl und setze fort. Was fällt dir auf?

$\frac{1}{1} = 1$ $\quad \frac{3}{10} = 0{,}3$

$\frac{1}{10} = 0{,}1$ $\quad \frac{33}{100} = 0{,}33$

$\frac{1}{100} = 0{,}01$ $\quad \frac{333}{1000} = 0{,}333$

$\frac{1}{1000} = 0{,}001$ $\quad \frac{3333}{10000} = 0{,}3333$

$\frac{1}{10000} = 0{,}0001$ $\quad \frac{33333}{100000} = 0{,}33333$

...

**c)** Schreibe als Dezimalzahlen. Wo ist das leichter, wo ist es schwieriger?

$\frac{23}{1000} = 0{,}023$ $\quad \frac{45}{100} = 0{,}45$

$\frac{23}{100} = 0{,}23$ $\quad \frac{45}{10} = 4{,}5$

$\frac{23}{10} = 2{,}3$ $\quad \frac{45}{1} = 45$

Lösung: Die Ziffern bleiben immer gleich, nur das Komma zwischen verschiedenen Ziffern, da die Nenner verschieden groß sind und dadurch verschieden große Anteile beschrieben werden.

**d)** Schau dir die Päckchen aus **c)** nochmal an.
Was verändert sich bei den Ergebnissen jeweils? Erkläre.

**e)** Stellt euch gegenseitig Aufgaben: Eine Person nennt einen Bruch oder eine Dezimalzahl, die andere wandelt diese um. Wechselt euch ab.

**1.4** **Üben**

**Ziel:** Umwandeln und typische Fehler bearbeiten

**Material:** -

**Umsetzung:** a) EA; b) UG

Zu beachten: Brüche sind in b) als Stellenwerte ausgeschrieben (Zehntel = 1/10, etc.).

Lösung: Kenan hat in b) 10, 100 und 1000 hinter das Komma geschrieben ohne zu merken, dass er immer die gleiche Zahl notiert hat. Wenn diese Gleichwertigkeit von Dezimalzahlen nicht klar ist, auf Zahlenstrahl zeichnen lassen oder in **D1 A** erarbeiten.

1.4 Fehler

a) Schreibe als Dezimalzahl oder als Bruch.

$\frac{5}{1000}$ = 0,005 $\frac{5}{100}$ = 0,05 $\frac{5}{10}$ = 0,5

b) Kenan hat Brüche als Dezimalzahlen geschrieben.

Was hat Kenan falsch gemacht?
Erkläre Kenan, wie du einen Bruch in eine Dezimalzahl umwandelst.

| | |
|---|---|
| Zehntel | 0,10 |
| hundertstel | 0,100 |
| tausenstel | 0,1000 |

## 2 Andere Brüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln

**2.1** **Erarbeiten**

**Ziel:** Brüche am Zahlenstrahl eintragen, um Vorstellungsgrundlage zu schaffen

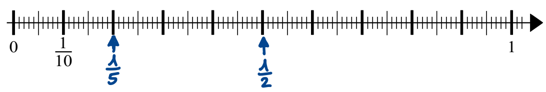
**Material:** -

**Umsetzung:** jeweils EA, dann UG

Methode: Individuelle Erklärungen und Vorgehensweisen zulassen und thematisieren.

2.1 Andere Brüche am Zahlenstrahl zeigen

a) Wo findest du $\frac{1}{2}$ am Zahlenstrahl? Trage ein.
Und $\frac{1}{5}$? Erkläre, wie du vorgegangen bist.

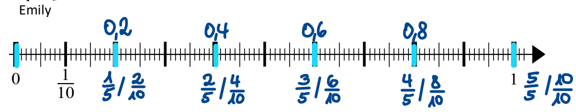



Hintergrund: Durch die Einteilung in fünf gleich große Stücke kann an den hellblauen Strichen 1/5, 2/5, 3/5, usw. eingetragen werden. Am Zahlenstrahl sieht man auch die passenden Zehnerbrüche 2/10, 4/10, 6/10, usw.: Hinführung zum Nutzen der Gleichwertigkeit.

Erklärvideo: In dem Video (https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=731) wird erklärt, wie Brüche, in denen keine Zehnerpotenzen im Nenner stehen, in Dezimalzahlen umwandelt. Dabei werden verschiedene Einteilungen am Bruchstreifen fokussiert, um das inhaltliche Verständnis des Erweiterns zu fördern.

b) Emily will den Bruch $\frac{1}{5}$ am Zahlenstrahl einzeichnen.
Der Bruch ist aber gar nicht so leicht zu finden:


Ich habe den Zahlenstrahl von 0 bis 1 in fünf gleich große Stücke geteilt. Dann sieht man $\frac{1}{5}$ schnell.




Trage $\frac{1}{5}$ in Emilys Zahlenstrahl ein. Wo liegen $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{5}{5}$ ? Erkläre.
Wie viele Zehntel sind das jeweils?
Wie heißen die Dezimalzahlen dazu?
Tipp: Du kannst dir als Hilfe das Video anschauen (4:56 bis 6:55).

mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=731

Lösung: 1/5 kann zuerst auf 2/10 erweitert werden und dann als Dezimalzahl 0,2 geschrieben werden, deshalb sind es drei Schreibweisen für die gleiche Zahl.

Impuls: Evtl. zuerst den Fokus auf die beiden Brüche legen: Was fällt dir auf, wenn du dir 1/5 und 2/10 anschaust? → Zähler und Nenner von 1/5 werden beim Erweitern mit der gleichen Zahl multipliziert, das ergibt 2/10.

c) Was meinst du dazu?
Erkläre.

$\frac{1}{5}$ ist das gleiche wie 0,2 und $\frac{2}{10}$.
Kann das sein?

**2.2** **Erarbeiten**

**Ziel:** Beziehung von Brüchen und Dezimalzahlen erarbeiten

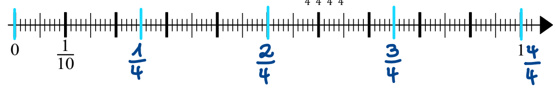
**Material:** MB: Ggf. Zahlenstrahl

**Umsetzung:** a) EA; b), c), d) UG

Lösung: Den Zahlenstrahl bis 1 in vier gleich große Stücke unterteilen, dazu evtl. erst halbieren und dann die beiden Hälften nochmals halbieren.

**2.2 Dezimalzahlen zu Brüchen finden**

a) Wie musst du den Zahlenstrahl einteilen, um $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ einzutragen? Trage ein.




Lösung: Zuerst als Hundertstel schreiben und dann in Dezimalzahlen umwandeln. Wird in c) aufgegriffen. Dezimalzahlen: 0,25; 0,5; 0,75; 1.

Weitere Aufgabe: Welche Brüche kann man leicht in Dezimalzahlen umwandeln? → Dadurch den Fokus auf die Zehnerbrüche aus Fördereinheit 1 lenken und Beziehung zu Brüchen thematisieren.

b) Als Zehntel kann man die Brüche $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ nicht gut darstellen.
Wie kannst du die Dezimalzahlen trotzdem bestimmen?

Lösung: 0,25 und 1/4 können beide auch als 25/100 geschrieben werden, deswegen kann man 1/4 auch als 0,25 schreiben (Erklärung in d) analog).

Hilfestellung: Evtl. Zahlenstrahl dazu nehmen.

c) Erkläre, warum man $\frac{1}{4}$ auch als 0,25 schreiben kann:
- Wie viele Hundertstel sind 0,25? → $\frac{25}{100}$
- Wie viele Hundertstel sind $\frac{1}{4}$? → $\frac{25}{100}$

d) Erkläre wie in c): 0,75 = $\frac{3}{4}$

**2.3** **Erarbeiten und Üben**

**Ziel:** Dezimalzahlen in Brüche umwandeln und umgekehrt

**Material:** -

**Umsetzung:** a) UG; b), c), d) jeweils EA, dann UG; e) Aufgabengenerator (PA)

Lösung: Jonas erweitert den Anteil 3/20 zunächst auf 15/100 und kann die Dezimalzahl dann ablesen.
Am Zahlenstrahl kann man verschiedene Einteilungen vornehmen, damit man die Gleichwertigkeit der beiden Brüche sieht, einmal 20 gleich große Stücke und einmal 100, dann liegen 3/20 und 15/100 an der gleichen Stelle.

**2.3** **Dezimalzahlen zu Brüchen berechnen und umgekehrt**

**a)** Jonas will den Bruch $\frac{3}{20}$ als Dezimalzahl schreiben. Er macht das so:

$$\frac{3}{20} \overset{\cdot 5}{=} \frac{15}{100} = 0{,}15$$


Beschreibe, was Jonas macht.
Warum klappt das so?
Wie sieht man das am Zahlenstrahl?

Methode: Für die Entdeckung der Auffälligkeiten ist es sinnvoll, die Lernenden zunächst die gegebenen Brüche beschreiben zu lassen, sodass Beobachtungen möglich sind, die auf die Zusammenhänge hinweisen, z.B. bei (1): Der Nenner bleibt gleich, der Zähler erhöht sich jeweils um 1.

**b)** Rechne wie Jonas: Schreibe diese Brüche auch als Dezimalzahlen.

(1) $\frac{1}{25}, \frac{2}{25}, \frac{3}{25}, \frac{4}{25}$ (2) $\frac{4}{5}, \frac{4}{10}, \frac{4}{20}, \frac{4}{25}, \frac{4}{50}$ (3) $\frac{1}{5}, \frac{2}{10}, \frac{4}{20}, \frac{5}{25}$

Was fällt dir jeweils auf?

(1) Es kommt immer das Gleiche hinzu (1 im Zähler / 1/25 bzw. 0,04 bei der Dezimalzahl): 0,04; 0,08; 0,12; 0,16.

(2) Der Zähler bleibt immer gleich, der Nenner verdoppelt sich (bei den ersten drei Brüchen und bei den letzten beiden), d.h. der Wert des Bruchs halbiert sich jeweils, die Dezimalzahl entsprechend ebenfalls: 0,8; 0,4; 0,2 und 0,16; 0,08.

(3) Alle Brüche sind gleichwertig. Sie stellen dieselbe Dezimalzahl (0,2) dar.

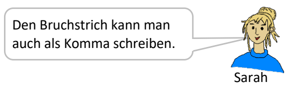
Lösung: „Nein, das geht nicht. Sarah muss den Bruch erst auf einen Zehnerbruch erweitern.“

Impuls: Wie muss 1/8 erweitert werden, damit man die Dezimalzahl ablesen kann?
→ 1/8 = 125/1000 = 0,125.

Hintergrund: Sarahs Dezimalzahl wäre als Bruch 18/10 oder 9/5. Die Umwandlung von Dezimalzahlen größer 1 wird in Aufgabe 2.4 erarbeitet. Aufgabe ggf. dann noch einmal aufgreifen.

**c)** Sarah schreibt als Dezimalzahl:

$\frac{1}{8} = 1{,}8$




Was meinst du dazu? Wie würdest du Sarahs Dezimalzahl als Bruch schreiben?

Lösung: Jonas würde zunächst als Zehnerbruch schreiben und dann kürzen.

Methode: Lernende anregen, weitere gleichwertige Brüche zu finden.

**d)** Jetzt umgekehrt: Schreibe als Bruch. Wie würde Jonas das machen?

(1) 0,2 0,4 0,6 (2) 0,5 0,55 0,555 (3) 0,003 0,033 0,333

(1) 1/5; 2/5; 3/5

(2) 1/2; 11/20; 111/200

(3) 3/1000; 33/1000; 333/1000

Methode: Mit dem Aufgabengenerator können weitere Übungen zum Umwandeln von Dezimalzahlen und Brüchen erfolgen, damit die Lernenden ihre Vorstellungen festigen können.

**e)** Stellt euch selbst Aufgaben wie in **d)**:
- Eine Person nennt eine Dezimalzahl.
- Die andere wandelt sie in einen Bruch um.

Wechselt euch ab.

## 2.4 Erarbeiten

**Ziel:** Brüche und Dezimalzahlen größer 1 ineinander umwandeln

**Material:** -

**Umsetzung:** a) EA, dann UG; b), c) EA

Lösung: Bei den Brüchen wird in der Reihe der Zähler irgendwann größer als der Nenner – genau dann wird die Dezimalzahl größer als 1.

Weitere Aufgabe: Was ist besonders, wenn Zähler und Nenner gleich sind? → Dann lässt sich der Bruch als natürliche Zahl schreiben.

Zu beachten: Ggf. thematisieren, dass für die Anteile das Ganze nicht der ganze sichtbare Streifen ist, sondern 1.

Methode: An 2.3 anknüpfen: Zunächst als Zehnerbruch schreiben und dann kürzen.

**2.4 Brüche und Dezimalzahlen größer als 1**

a) Schreibe als Dezimalzahlen:

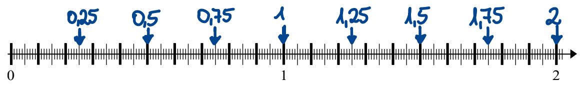
(1) $\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{2}$ (2) $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}$

Was fällt dir bei den Brüchen auf? Was fällt dir bei den Dezimalzahlen auf?

(1) 0,5; 1; 1,5; 2

(2) 0,25; 0,5; 0,75; 1,25; 1,5; 1,75

b) Trage die Dezimalzahlen aus a) am Zahlenstrahl ein.




c) Schreibe als Brüche:

(1) 0,8 1,8 2,8 → $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{5}$ $\frac{14}{5}$

(2) 0,6 1,2 1,8 2,4 → $\frac{3}{5}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{9}{5}$ $\frac{12}{5}$

(3) 1,5 3 4,5 → $\frac{3}{2}$ $\frac{6}{2}$ $\frac{9}{2}$

## 2.5 Üben

**Ziel:** Brüche und Dezimalzahlen ineinander umwandeln; Zusammenhänge erkennen

**Material:** -

**Umsetzung:** a), b) jeweils EA, dann UG

Zu beachten: Fortsetzen der Päckchen im Heft.

Hintergrund: Das letzte Päckchen zeigt die Gleichwertigkeit der drei Brüche, d.h. wenn Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multipliziert – also die Brüche erweitert – werden, bleibt die passende Dezimalzahl gleich.

**2.5 Was passiert, wenn ... ?**

a) Schreibe als Brüche:
Was passiert mit der Dezimalzahl, was passiert mit dem Bruch?

+ 0,3: $0,3 = \frac{3}{10}$ $\xrightarrow{+\frac{3}{10}}$ $0,6 = \frac{6}{10}$ $\xrightarrow{+\frac{3}{10}}$ $0,9 = \frac{9}{10}$ (+0,3)

$\cdot 2$: $0,2 = \frac{2}{10}$ $\xrightarrow{\cdot 2}$ $0,4 = \frac{4}{10}$ $\xrightarrow{\cdot 2}$ $0,8 = \frac{8}{10}$

$-0,4$: $3,2 = \frac{32}{10}$ $\xrightarrow{-\frac{4}{10}}$ $2,8 = \frac{28}{10}$ $\xrightarrow{-\frac{4}{10}}$ $2,4 = \frac{24}{10}$

Wie geht es jeweils weiter? Schreibe ins Heft.

b) Schreibe als Dezimalzahl:
Was passiert mit den Brüchen, was passiert mit der Dezimalzahl?

$+\frac{4}{10}$: $\frac{4}{10} = 0,4$ $\xrightarrow{+0,4}$ $\frac{8}{10} = 0,8$ $\xrightarrow{+0,4}$ $\frac{12}{10} = 1,2$ ($+\frac{4}{10}$)

$\cdot 2$: $\frac{6}{10} = 0,6$ $\xrightarrow{\cdot 2}$ $\frac{12}{10} = 1,2$ $\xrightarrow{\cdot 2}$ $\frac{24}{10} = 2,4$

$\frac{3}{5} = 0,6$ $\frac{6}{10} = 0,6$ $\frac{12}{20} = 0,6$ Die Brüche wurden mit 2 erweitert.

Was fällt dir auf?