

Mathe sicher können



Didaktischer Kommentar zum Diagnose- und Fördermaterial

N2 Zahlen ordnen und vergleichen

Inhalt

Hintergrund



Worauf kommt es beim Zahlenstrahl inhaltlich an?

Baustein N2A

Ich kann Zahlen am Zahlenstrahl lesen und darstellen



Was können wir diagnostizieren?



Wie können wir fördern?

Baustein N2B

Ich kann Zahlen vergleichen und der Größe nach ordnen



Was können wir diagnostizieren?



Wie können wir fördern?

Baustein N2C

Ich kann zu Zahlen Nachbarzahlen angeben und in Schritten zählen



Was können wir diagnostizieren?



Wie können wir fördern?



Dieses Material wurde durch Corinna Mosandl & Marcus Nührenbörger in der 1. Auflage konzipiert und durch Daniela Götze, Anne Tester, Claudia Ademmer und Lena Böing in der 2. Auflage überarbeitet. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-NC-SA (Namensnennung – Nicht Kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

Zitierbar als

Corinna Mosandl & Marcus Nührenbörger, Lena Böing & Anne Tester (2023). Mathe sicher können. Didaktischer Kommentar zu N2: Zahlen ordnen und vergleichen (2. Auflage). Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik, Dortmund. Open Educational Resources unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n2

Hinweis zu

verwandtem Material

Die 1. Auflage des Materials ist in Print auch bei Cornelsen kaufbar, wurde in der 2. Auflage hier jedoch leicht weiterentwickelt. Zu den Handreichungen ist auch das Diagnose- und Fördermaterial sind verfügbar sowie Erklärvideos und Fortbildungsangebote, alles zu finden unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de.



N2 Worauf kommt es beim Zahlenstrahl inhaltlich an?

Lerninhalt

Der Zahlenstrahl ist eine in Primar- und Sekundarstufe durchgängig wichtige Darstellung: Er wird unter anderem genutzt zum Runden, für Dezimalzahlen oder negative Zahlen, für Koordinatensysteme und damit für Funktionen und Analysis. Die Erfassung seiner Zehner-Bündelungsstruktur ist Teil des Stellenwertverständnisses. Der Aufbau mentaler Bilder zum Zahlenstrahl ist zentrales Ziel.

Skalierung verstehen

Das Stellenwertverständnis, das die Lernenden aus der Förderung N1 mitbringen, soll nun auf den Zahlenstrahl übertragen werden. Lernende müssen erkennen, dass der Zahlenstrahl dekadisch aufgebaut ist. Sie sollen vor allem die Bündelungseigenschaft (und die damit einhergehende multiplikative Struktur einer Skalierung) sowie die additive Eigenschaft in die Zahlenstrahldarstellung hineinsehen lernen.

Den Aspekt des Bündelns und Entbündelns kann durch die Visualisierung des Zoomens (Hinein- oder Herauszoomen) nachhaltig veranschaulicht werden. Dafür ist der Einsatz der Lernvideos zu N2 und das virtuelle Arbeitsmittel zum Zoomen am Zahlenstrahl hilfreich.

Außerdem ist eine ausführliche Diskussion über die Deutung der Skalierung und der Abstände notwendig. Lernende müssen Skalierungsstriche und die Abstände zwischen den Strichen (Schritte) in Abhängigkeit von Start- und Endzahl deuten können.

Zählen in Schritten

Das Zählen in Schritten kann zum einen als fortgesetzte Addition bzw. Subtraktion einer gleichbleibenden Schrittgröße, zum anderen als Multiplikation gedeutet werden. Dies stellt einen Übergang von zählenden Strategien zum Nutzen von nicht-zählenden Strategien dar und unterstützt das Erkennen von Mustern in Zahlenreihen.

Dabei ist zu beachten, dass die Schritte möglichst variabel gewählt werden. Lernende sollen erkennen, dass sie in unterschiedlichen Schritten zählen können. Ziel führend ist hier ein Gespräch über den Zusammenhang zwischen Schrittgröße und Schrittzahl.

Zahlbeziehungen und Abstände

Am Zahlenstrahl sind die Abstände besonders entscheidend. Es ist wichtig zu wissen, was die Abstände bedeuten, um sich auf einem beliebigen Zahlenstrahl gut orientieren zu können. In Abhängigkeit des dargestellten Gesamtabstands auf verschiedenen Zahlenstrahlen können Abstände, die räumlich gleichlang dargestellt sind, unterschiedlich groß sein. Aber auch die Abstände

innerhalb eines Zahlenstrahles sollten in Beziehung zueinander gesetzt werden. So entsteht ein Verständnis über Zahlabstände und die Orientierung im jeweiligen Zahlenraum wird gefördert.

Daneben gilt es, Zahlbeziehungen zu erarbeiten und zu nutzen. Das passiert in dem Baustein vor allem am leeren Zahlenstrahl und durch Aufgaben zu Nachbarbeziehungen, zur Mitte und durch Analogie-Aufgaben. Zahlabstände sollen zueinander in Relation gesetzt werden.

In N2B werden Zahlen miteinander verglichen und der Größe nach geordnet. Dabei ist der stellenweise Vergleich der einzelnen Ziffern eine tragfähige Vorgehensweise. Zu beachten ist, dass der Umgang mit dem Relationszeichen nicht immer gefestigt ist. Auch die lineare Vorstellung der Anordnung von Zahlen mit der Null als Bezugsgröße stellt in diesem Kontext eine gute Veranschaulichung dar: Die Zahlen, die auf dem Zahlenstrahl weiter rechts, also weiter entfernt von der Null sind, sind größer als diejenigen, die weiter links, also näher an der Null liegen.

Veranschaulichung und Material

Hunderterkette

Die Hunderterkette greift die kardinalen Zahlvorstellungen aus N1 auf und verdeutlicht durch ihre farbliche Markierung der 10er-Bündel den dekadischen Aufbau. Die Lernenden müssen hier die Stellenwertseigenschaften (Positionseigenschaft, additive Eigenschaft, multiplikative Eigenschaft, Bündelungseigenschaft) auf die Hunderterkette (und auch auf den Zahlenstrahl) übertragen.

Bei der Hunderterkette ist zu beachten, dass Zahlzuordnungen immer hinter der jeweilig gezählten Perle platziert werden müssen, da die Anzahl der Perlen als Menge abgebildet werden. Das steht im Gegensatz zum Zahlenstrahl, auf dem die Striche die Zahlen adressieren.

Erfahrungsgemäß stellt das Finden von Zahlen an der Hunderterkette ein großes diagnostisches Potential dar: Kann die Bündelungseigenschaft des Stellenwertsystems genutzt werden? Wird die additive Eigenschaft am Zahlenstrahl genutzt? Häufig passiert es, dass sich die Lernenden beispielsweise bei der Suche nach der 37. Kugel im dritten Abschnitt der Hunderterkette orientieren, in dem sich jedoch die 21. bis 30. Kugel befindet. 37: da geht man erst bis zur 30, dann noch 7 ($37 = 30 + 7$).

Unskalierter („leerer“) Zahlenstrahl

Ziel des Einsatzes des unskalierten Zahlenstrahls ist es, ein Verständnis über Abstände und Zahlbeziehungen im Stellenwertsystem anzubahnen. Es geht darum,



Zahlen möglichst unter Berücksichtigung von Bündlungsstrukturen, räumlichen und arithmetischen Abständen, von Nachbarbeziehungen, von der Mitte und Analogien zu verorten. Da es nicht auf die Genauigkeit ankommt, sondern auf die Argumentation der richtigen Abschätzung, sollte auch auf ein Abmessen mit dem Lineal verzichtet werden.

Es ist ratsam, die Start- und Endzahl an einem leeren Zahlenstrahl zu variieren, um über die Bedeutung unterschiedlicher Abstände ins Gespräch zu kommen.

Um sich am Zahlenstrahl zu orientieren, sind Orientierungszahlen hilfreich. So stellt das Finden der Mitte eine entscheidende Übung dar, die vielen Lernenden zunächst schwerfällt. Wichtig ist das gemeinsame Gespräch über Strategien zum Finden der Mitte. Neben der Mitte bieten sich Nachbar-Zehner und -Hunderter an. Zu beachten ist hierbei, dass eine Zahl gleichzeitig sowohl Nachbarzahl als auch Nachbar-Zehner oder Nachbar-Hunderter sein kann. Das Potential liegt hierbei darin, eine Zahl zu möglichst vielen Zahlen in Beziehung zu setzen.

Der unskalierte Zahlenstrahl eignet sich auch, um über räumliche Beziehungen zu sprechen. Hierbei ist es für Lernende wichtig zu verstehen, dass ein Abstand zwischen zwei Zahlen innerhalb eines Zahlenstrahls räumlich immer gleichgroß dargestellt werden muss. Das bedeutet auch, dass in Abhängigkeit dieses räumlichen Abstandes andere arithmetische Abstände entsprechend proportional räumlich dargestellt werden müssen. Der Abstand von der 300 bis zur 400 muss beispielsweise doppelt so groß dargestellt werden, wie der Abstand von der 250 bis zur 300.

Darüber hinaus ist es häufig schwierig nachzuvollziehen, dass ein räumlicher Abstand arithmetisch verschieden definiert werden kann. So kann der gleiche Abstand (z. B. 2cm) auf einem Zahlenstrahl von 0-1000 für 100 stehen, während der räumlich gleiche Abstand auf einem Zahlenstrahl von 0-100 für 10 steht.

Skalierter Zahlenstrahl

Sowohl der leere als auch der skalierte Zahlenstrahl bilden die Zahlen bzw. die Zahlbeziehungen auf räumliche Weise ab: Zahlen, die in der Zahlwortreihe nah beieinander liegen, sind auch auf dem Zahlenstrahl nah beieinander. Auch hier ist es unerlässlich, die zugrundeliegende Struktur zu erarbeiten. Wird diese Erarbeitungsphase vernachlässigt, besteht die Gefahr, dass der Zahlenstrahl zum stumpfen Abzählen oder zum zählenden Rechnen benutzt wird. Dies geschieht, wenn die skalierenden Striche – unabhängig von der Skalierung – immer nur als Einerschritte verstanden werden. Umso

wichtiger ist es, verschiedene Zahlenräume und verschiedene Skalierungen zu deuten.

Der digitale dynamische Zahlenstrahl unterstützt die Vorstellung durch Hinein- und Herauszoomen.

In der Förderung

In der Förderung ist besonders auf die Bedeutung der Abstände einzugehen. Wichtig ist, dass Lernende verstehen, was die Abstände an verschiedenen Zahlenstrahlen bedeuten. Außerdem ist die Erarbeitung der Zahlbeziehungen zentral.

Bedeutungsbezogene Denksprache

Das Sprechen über Abschnitte und Abstände statt über vertikale Striche ist entscheidend. Dazu bietet es sich an, von Einer-, Zehner- Hunderter-Schritten zu sprechen (die durch Bögen visualisiert werden). Fragen, die hilfreich sein könnten sind zum Beispiel: „Wie groß sind die Abstände?“ und „Wie groß ist der Gesamtabstand?“. Worte, die die Orientierungszahlen thematisieren sind „Zehnerzahlen, Hunderterzahlen“ und „Nachbar -Einer, -Zehner, -Hunderter-“.

Digitale Medien zum Baustein

Alle digitalen Medien werden kontinuierlich ausgebaut und sind stets aktuell verlinkt unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n2

- Im **didaktischen Themenfilm** werden die aufgeführten Aspekte zum Stellenwertverständnis mit Fallbeispielen illustriert und es wird aufgezeigt, worauf es bei der Förderung ankommt: <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/themenvideo/zahlenstrahl>
- Mit den **Erklärvideos** lassen sich die erarbeiteten Eigenschaften mit den Kindern systematisieren
 - 1) Zahlen schnell finden: <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaraudios?nid=711>
 - 2) Zahlen am leeren Zahlenstrahl finden: <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaraudios?nid=710>
 - 3) Schritte untersuchen: <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaraudios?nid=712>
- Digitale Diagnose wird in zunehmend mehr Bundesländern im **MSK-Online-Check** möglich.
- **Digitale Video-Lernumgebungen** und Gesprächsgerüste werden derzeit ausgebaut.
- Der **dynamische Zahlenstrahl** unterstützt das Denken in Bündlungsstrukturen durch Herein- und Herauszoomen.



N2A Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung der Standortbestimmung: Beim Eintragen der passenden Zahlen bzw. der Verbindung mit der entsprechenden Stelle der Hunderterkette ist stets der Platz *zwischen* den Kugeln gemeint.

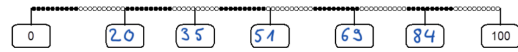
Hier geht es ausschließlich um eine *ungefähre* Bestimmung, welche Zahlen bzw. Stellen passend sind. Es ist nicht notwendig (und auch nicht erwünscht), dass man sich an der Skalierung der darüber liegenden Hunderterkette orientiert.

Es empfiehlt sich, die Lernenden darauf hinzuweisen, dass sich der Zahlenraum bei Aufgabe 3 vergrößert, um Fehler, die lediglich aus Aufregung oder Unachtsamkeit resultieren, an dieser Stelle möglichst auszuschließen.

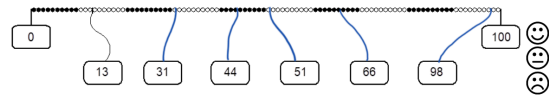
In 3 b) ist die angegebene Skalierung nicht dafür ausgelegt, dass die Zahlen 605 und 899 mit der genauen Stelle verbunden werden können. Kommen an dieser Stelle Rückfragen, so können die Lernenden dazu aufgefordert werden, sich trotzdem eine Lösung zu überlegen.

1 Zahlen an der Hunderterkette

a) Trage die passenden Zahlen ein.

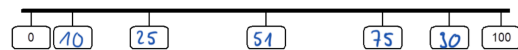


b) Verbinde die Zahlen mit den richtigen Stellen an der Hunderterkette.

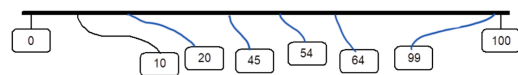


2 Zahlen am Zahlenstrahl

a) Trage die passenden Zahlen ein.



b) Verbinde die Zahlen mit den richtigen Stellen auf dem Zahlenstrahl.

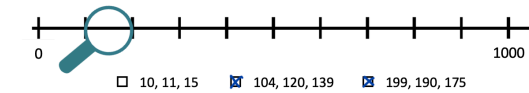


c) Beschreibe, wie du die richtige Stelle für die Zahl 99 am Zahlenstrahl gefunden hast.

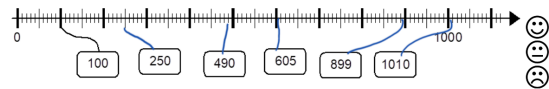
Sie muss nah an der 100 liegen.

3 Zoomen am Zahlenstrahl

a) Welche Zahlen liegen unter der Lupe?



b) Verbinde die Zahlen mit den richtigen Stellen auf dem Tausenderstrahl.





Hinweise zur Auswertung

Diagnoseaufgabe 1: Zahlen an der Hunderterkette

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a.2) Falsche Zuordnung der Zehnerstelle, z. B. 45 statt 35.	Die Lernenden fokussieren die Zehnerstelle und verorten die Zahl 35 innerhalb des dritten Abschnitts (in dem die Zahlen von 20 bis 29 liegen). Die Einerziffer wird durch Abzählen ermittelt.	Aufbau der Hunderterkette, insbesondere die ikonische Darstellung, erarbeiten. Thematisierung der Strategien für das Eintragen von Zahlen (1.1 - 1.4).
a.5) Falsche Zuordnung der Zehnerstelle (nahe an Orientierungszahlen wie 0 oder 100), z. B. 94 statt 84.	Orientierung an der 100 – im vorletzten Abschnitt davor werden die „Neunziger“- Zahlen vermutet, da der letzte Abschnitt schon der Zahl 100 zugeordnet wird.	
a.3) Falsche Zuordnung der Zehnerziffer, z. B. 61 statt 51.	Folgefehler durch nachfolgende Orientierung einer zuvor falsch eingetragenen Zahl.	
a.4) Falsche Zuordnung der Einerziffer, z. B. 67 oder 68 statt 69.	Abzählfehler	

Diagnoseaufgabe 2: Zahlen am Zahlenstrahl

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a), b) Leerer Zahlenstrahl wird mit zusätzlicher Einskalisierung versehen.	Es wird versucht, die Skalierung der darüber liegenden Hunderterkette zu übernehmen, dabei ist der Platz am Ende nicht ausreichend.	Orientierungsübungen am leeren Zahlenstrahl (2.1 - 2.2) und intensive Nutzung des konkreten Anschauungsmaterials.
Es wird immer im identischen Abstand eingetragen.	Unzureichende Auffassung über die Abstände in der Zahlreihe.	
c) Orientierung am Beginn des Zahlenstrahls, danach „Durchzählen“.	Mögliche Orientierung am Ende des Zahlenstrahls ist unklar.	Orientierungsübungen an Teilabschnitten des leeren Zahlenstrahls und Vergleich verschiedener Skalierungen (2.3 - 2.4).

Diagnoseaufgabe 3: Skalierungen am Zahlenstrahl

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a) Die erste Antwort wird gewählt.	Unvollständige Vorstellung vom Zoomen und den Skalierungen: Die 100er-Abschnitte werden als 10er-Abschnitte gedeutet.	Das Zoomen und den Aufbau von Zahlenstrahlen mit unterschiedlichem Gesamtabstand anhand von 3.1 - 3.9 erarbeiten und Orientierungsübungen an diesen Zahlenstrahlen durchführen: Die weitere dekadische Struktur thematisieren.
Nur eine der beiden korrekten Lösungen wird angekreuzt.	Unvollständige Vorstellung vom Zoomen und Abschnitten auf dem Zahlenstrahl.	
b) 605 wird bei 650 eingetragen.	Jeder kleine Strich wird als Einer gedeutet.	
899 wird bei 890 eingetragen.	Kein Widerspruch in der Aufgabenstellung gesehen bzw. nahe an der nächsten Zehnerzahl eingetragen.	Besprechung von Zahlen, die man bei einzelnen Skalierungen genau und ungefähr eintragen kann (3.3).
1 010 wird bei 1 100 eingetragen.	Ab der 1 000 Skalierung unklar, Einer werden gezählt.	



N2A: Wie fördern wir, Zahlen am Zahlenstrahl zu lesen und darzustellen?

1 Zahlen an der Hunderterkette

1.1 Erarbeiten

Ziel: Aufbau der Hunderterkette verstehen

Material: Hunderterkette, Zahlenkarten; Büro- oder Wäscheklammern zum Anheften

Umsetzung: UG

Hintergrund:

Die Lernenden sollen die Zehnerstruktur und deren Vorteile für das Verorten von Zahlen und für das Bestimmen von Abschnitten erarbeiten. Die Struktur der gleichgroßen Abschnitte muss expliziert werden. Die Lernenden erarbeiten, in welchem Abschnitt eine Zahl liegt: Die Zahlen zwischen 40 und 50 liegen im fünften Abschnitt. Die Position der Zahl 46 liegt rechts der 46ten Perle. Damit bezeichnet die Position der Zahl 46 die Anzahl Perlen (zwischen 0 und 46).

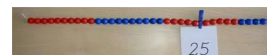
Methode:

Hierbei darauf hinweisen, dass die Wäscheklammer (später der Strich) hinter und nicht unter die entsprechende Perle gesetzt werden muss.

1 Zahlen an der Hunderterkette

1.1 Aufbau der Hunderterkette

- a)
 - Was fällt euch an der Kette auf?
 - Woran erkennt ihr, dass es 100 Perlen sind?
 - Wie viele rote Abschnitte gibt es? Wie viele rote Perlen sind nebeneinander? Beschreibe das Muster.
 - Wo ist die Zahl 40? Wie viele Perlen sind links von der 40? Wie viele Perlen sind rechts von der 40?
- b)
 - In welchem Abschnitt befinden sich die Zahlen 11 bis 20? Was genau ist eigentlich ein Abschnitt?
 - Wo befinden sich die Zahlen 80 bis 89?
 - Welche Zahlen befinden sich im fünften Abschnitt?
 - Wo sind die Zahlen 0, 1, 15 und 21?
- c)
 - Warum werden die Zahlen zwischen die Perlen gesteckt?
 - Stecke die Zahlenkarten an die richtige Stelle.
 - Beschreibe, wie du vorgehst.



1.2 Üben

Ziel: Begründetes Verorten von Zahlen an der Hunderterkette

Material: -

Umsetzung: a), b) EA und UG, c) UG

Methode:

Zunächst Zahlen eintragen und die Positionen begründen lassen.

Impulse:

- Begründe, warum das die Position der 24 ist.
- Was sind die Nachbarzahlen von 24?
- Welche Zahlen liegen im zweiten Abschnitt?

Methode:

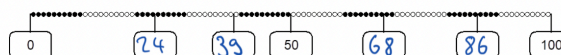
Bei der Verbindung der Zahlen mit der richtigen Stelle der Hunderterkette mögliche Orientierungszahlen (z. B. Zehnerzahlen) nutzen, damit möglichst wenig in Einerschritten gezählt wird.

Reflexion:

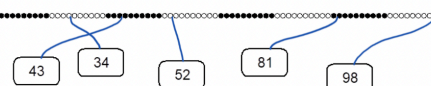
Die Reflexion dient der Sicherung der Zehnerstruktur und deren Eigenschaften und Vorteile – um langfristig einen mentalen Zahlenstrahl aufzubauen.

1.2 Zahlen eintragen

a) Trage die passenden Zahlen ein.



b) Verbinde die Zahlen mit der richtigen Stelle.



- c)
 - Welche Zahlen findet man schnell?
 - Welche Zahlen sind schwieriger zu bestimmen?
 - Was hilft euch, sie zu finden?



2 Zahlen am Zahlenstrahl

2.1 - 2.2 Erarbeiten

Ziel: Übertragung der Stellenwertigenschaften auf den Zahlenstrahl und Finden von Skalierungen in der Alltagswelt der Lernenden

Material: Evtl. reales Anschauungsmaterial

Umsetzung: 2.1 UG, 2.2 PA und UG

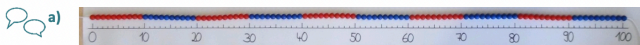
Hintergrund:

Die Lernenden sollen die zuvor erarbeiteten Strukturen und Eigenschaften der Hunderterkette auf den Zahlenstrahl übertragen. Bei dem Zahlenstrahl ist die Verortung der Null wichtig, die anders als bei der Hunderterkette (vor der ersten Perle) auf dem ersten Strich liegt.

Hintergrund:

Die Lernenden sollen Skalierungen in ihrer Umwelt finden, um die Alltagsrelevanz von Zahlenstrahlen zu verstehen. Der Aufbau von Messkompetenz wird im Kontext „Größen“ genauer thematisiert (<https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/material-sek/sachrechnen>).

2.1 Von der Hunderterkette zum Hunderterstrahl



a) Vergleiche die Hunderterkette mit dem leeren Zahlenstrahl. Was ist gleich? Was ist anders?

b) Wo gehört die 40 hin? Wo gehört die 43 hin? Woher weißt du das?

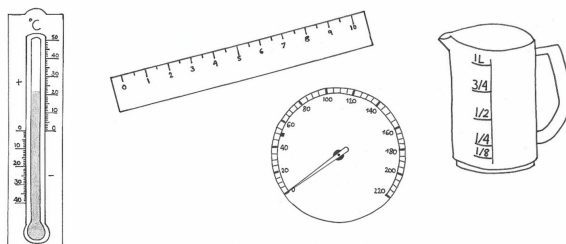


c) Trage auch die 87 und die 97 ein auf dem Zahlenstrahl aus b).

2.2 Zahlenstrahl im Alltag

a) Hier sind einige Bilder von verschiedenen Zahlenstrahlen.

- Was sind das für Gegenstände?
- Wie genau sind die Abstände unterteilt?



b) Wo findet ihr noch Zahlenstrahle in eurem Alltag?

- Macht Fotos oder zeichnet.



2.3 Erarbeiten

Ziel: Hineinsehen von Strukturen am leeren Zahlenstrahl

Material: -

Umsetzung: EA/PA und UG

Hintergrund:

Die Lernenden sollen sich auf dem leeren Zahlenstrahl von 0 bis 100 orientieren. Dazu üben sie sich im Hineinsehen von Strukturen. Mittels Zahlbeziehungen werden Positionen von Zahlen annähernd bestimmt. Das ist möglich über das arithmetische Finden von Zahlbeziehungen und das Einschätzen räumlicher Abstände.

Durch die Arbeit am leeren Zahlenstrahl wird den Lernenden der Aufbau eines mentalen Zahlenstrahles ermöglicht. Deshalb ist die Verwendung eines Lineals nicht zielführend.

Damit die Lernenden ein tragfähiges mentales Bild aufbauen, ist es notwendig, die Lernenden unterschiedliche Beziehungen und Strukturen selbst entdecken und begründen zu lassen. Besonders im Hinblick auf Zahlenstrahlen, die nicht bei 0 beginnen, ist ein rezeptartiges Vorgehen nicht zielführend.

Die Zahlbeziehungen werden mittels Denksprache ausgedrückt (die Unterscheidung arithmetischer und räumlicher Ebene durch die Lernenden ist nicht gewollt).

Denksprache:

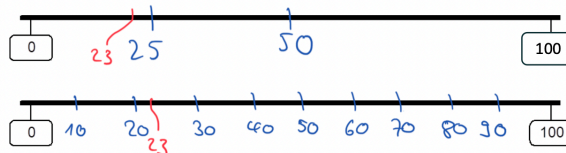
Arithmetisch	Räumlich
„... ist etwas größer/kleiner als...“	„... liegt links/rechts von...“ „... liegt zwischen... und...“
„... ist halb so groß wie...“	„... liegt in der Mitte zwischen... und...“
„... ist um... größer“	„ist... von... entfernt.“

Impuls:

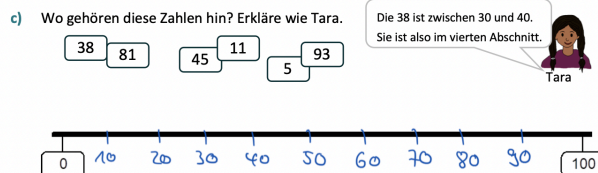
- Welche Zahlen helfen dir beim Orientieren? Begründe.

2.3 Zahlen ungefähr am leeren Hunderterstrahl eintragen

- a) Wie findet man am leeren Zahlenstrahl ungefähr die Position der 23? Wie gehst du vor? Es gibt mehrere Wege, probiere sie aus.



- b) Trage auf dem unteren Zahlenstrahl alle Zehnerzahlen ein.
- Warum sind die Zehnerzahlen praktisch, um die richtige Stelle für eine Zahl zu finden?
 - Wo sind jetzt die Zehner-Abschnitte sichtbar?
 - In welchem Abschnitt muss Jonas die 23 platzieren?





3 Zoomen am Zahlenstrahl

3.1 Erarbeiten und Üben

Ziel: Vorstellung des Zoomens aufbauen; Skalierungsverständnis festigen

Material: KV: Zahlenstrahlen mit Lupe (optional)

Umsetzung: a), b) PA und UG, c) EA und UG

Hintergrund:

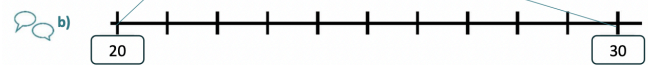
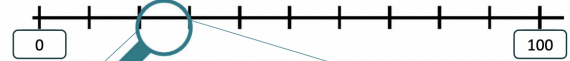
Die Lernenden sollen ihr Verständnis zu Skalierungen mithilfe der Vorstellung des „Zoomens“ am Zahlenstrahl erweitern:

- Hineinzoomen als mentale Operation üben
- Abschnitte als Zahlräume deuten (in Abhängigkeit von Start- und Zielzahl)

3 Zoomen am Zahlenstrahl

3.1 Der Zahlenstrahl unter der Lupe

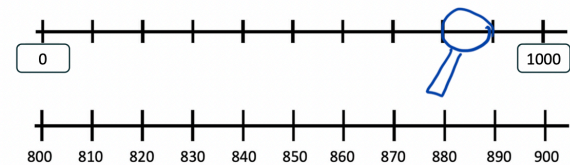
a) Welche Zahlen liegen unter der Lupe? Woher weißt du das?



Was fällt euch an diesem Zahlenstrahl auf?

- Wie gehört er zu dem Zahlenstrahl aus a)?
- Wie groß sind die Abschnitte jetzt? Wie groß sind sie in a)?

c) Hier siehst du zwei Zahlenstrahle. Oben siehst du einen 0 bis 1000 Zahlenstrahl. Unten einen kleinen Abschnitt. Zeichne oben die Lupe ein, die zum Abschnitt unten passt. Vergleiche eure Lösungen.





3.2 – 3.3 Erarbeiten

Ziel: Vergleich von Zahlenstrahlen

Material: -

Umsetzung: 3.2 a), b) EA und UG; 3.3 a), b) PA und UG, c) PA

Hintergrund:

Die Lernenden sollen durch den Vergleich von zwei Zahlenstrahlen die Bedeutung von Abständen in Abhängigkeit des Zahlenraumes verstehen. In der Vorstellung des Zoomens ist der obere im unteren Zahlenstrahl sichtbar.

Impulse:

- Wenn ich die Zielzahl verändere, was passiert dann mit dem Gesamtabstand? Was mit den Abschnitten?
- Warum verändern sich die Positionen der Zahlen?

Hintergrund:

Die Lernenden sollen durch Vergleiche Analogien erkennen und nutzen: Auf einem Zahlenstrahl, der einen doppelt so großen Zahlenraum abbildet, müssen die Abstände räumlich halb so lang dargestellt werden. Dafür müssen die Lernenden erkennen, dass z. B. ein 10er-Schritt auf dem unteren Zahlenstrahl halb so lang ist wie auf dem oberen.

Hintergrund:

Die Lernenden sollen Analogien bilden und die Erkenntnisse vom Zahlenstrahl 0-100 auf den Zahlenstrahl 0-1000 übertragen. Hier soll ein Rückbezug zum Zoomen hergestellt werden.

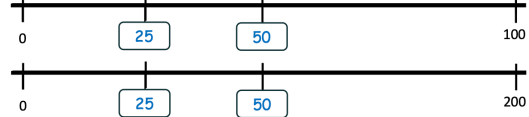
Sinnvoll ist es auch hier, die Räumlichkeit zu thematisieren. Ein Abstand, der einen zehnmal so großen Zahlenraum umfasst, ist nicht zehnmal so lang dargestellt, sondern zehn mal kleiner, damit er mit gleicher Länge dargestellt werden kann.

Mit dem digitalen **dynamischen Zahlenstrahl** können die Lernenden Entdeckungen machen und die Vorstellung des Zoomens festigen.

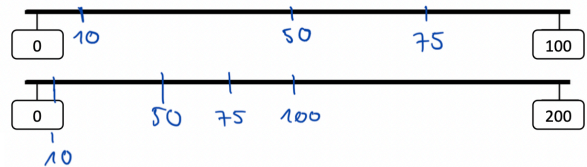
3.2 Verschiedene Zahlenstrahlen vergleichen

a) Tara hat die Zahlen 25 und 50 in beiden Zahlenstrahlen eingezeichnet.

Warum ist ihre Lösung falsch?

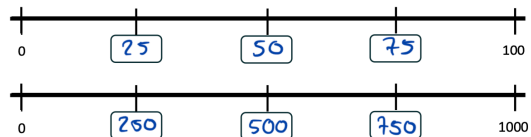


b) Trage diese Zahlen in beide Zahlenstrahlen ein: 10, 50, 75, 100. Vergleiche, wo die Zahlen auf beiden Zahlenstrahlen liegen. Warum ist das so?



3.3 Herauszoomen auf den Tausenderstrahl

a) Welche Zahlen gehören in diese Felder?



b) Welche Zahlen liegen unter der Lupe? Kreise die Zahlen ein, die in dem Abschnitt liegen.

Woher wisst ihr das? Vergleiche und bespreche eure Lösungen.



- c) Probiert am **digitalen Zahlenstrahl**, wie ihr hinein und herauszoomen könnt (linke Maustaste gedrückt halten und hoch oder runter scrollen).
- Welche Start- und Endzahl seht ihr?
 - Wie groß sind dann die Abschnitte?
 - Welche Abschnitte könnt ihr sehen? Welche nicht?





3.4 - 3.5 Üben

Ziel: Zahlen auf dem Zahlenstrahl eintragen

Material: -

Umsetzung: 3.4 a) EA, b) UG; 3.5 a)-c) PA und UG

Hintergrund:

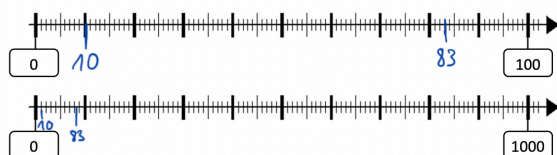
Die Lernenden sollen ihr erworbenes Verständnis nutzen, um skalierte Zahlenstrahle zu interpretieren. Die fehlende Einer-Skalierung am Tausenderstrahl kann für einige Lernende noch eine Schwierigkeit darstellen. In diesem Fall kann nochmal ein Rückbezug zum Zoomen hergestellt werden.

In dem Erklärvideo wird die Vorstellung des Zoomens visualisiert. Das Video systematisiert die erarbeiteten Inhalte.

<https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklavideos?nid=711>

3.4 Zahlen eintragen

a) Wo ist die 10? Bestimme an beiden Zahlenstrahlen. Und wo die 83?



b)



Die dicken Striche sind immer die Zehner.

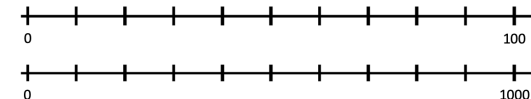


Das stimmt nicht immer. Du musst immer Start- und Endzahl anschauen und überlegen, wie groß der Abstand ist. Dann kannst du dir überlegen, wie groß die Abschnitte sind.

Was meint Tara mit dem Abstand zwischen Zahlen?
Warum sind Start- und Endzahl wichtig?

3.5 Struktur des Zahlenstrahls verstehen

a) Seht euch das Erklärvideo an und überlegt gemeinsam:



Zeigt am Zahlenstrahl von 0 bis 100:

- In welchem Abschnitt liegen Zahlen, die drei Zehner haben?
- In welchem Abschnitt liegen Zahlen, die null Zehner haben?



b)

Zeigt am Zahlenstrahl von 0 bis 1000:

- Wie viele 100-er-Abschnitte passen auf den Zahlenstrahl, der bis 1000 geht?
- In welchem Abschnitt liegen Zahlen, die neun Hunderter haben?

c)

Vergleiche die zwei Zahlenstrahlen von 0 bis 100 und von 0 bis 1000 :
Wie groß sind die Abschnitte?

3.6 Üben

Ziel: Zahlen auf dem Zahlenstrahl eintragen

Material: -

Umsetzung: 3.6 EA/PA; 3.7 PA

Hintergrund:

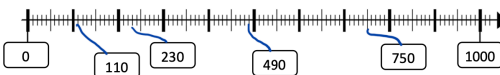
Die Lernenden sollen ihr erworbenes Verständnis nutzen, um skalierte Zahlenstrahle zu interpretieren. Die fehlende Einer-Skalierung am Tausenderstrahl kann für einige Lernende noch eine Schwierigkeit darstellen. In diesem Fall kann nochmal ein Rückbezug zum Zoomen hergestellt werden.

Reflexion:

Zum Abschluss ist es wichtig, mit den Lernenden ihr erworbenes Wissen auf der Meta-Ebene zu reflektieren: Was ist dir leicht gefallen? Warum?

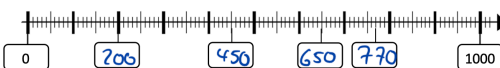
3.6 Zahlen anordnen und am Zahlenstrahl

a) Verbinde die Zahlen mit der richtigen Stelle.



b) Trage passende Zahlen in die leeren Felder ein.

Kontrolliere dein Ergebnis am digitalen Zahlenstrahl aus Aufgabe 3.4/3.5.



c) Welche Fehler haben Tim und Emily gemacht? Erkläre, worauf man achten muss.



d) Überprüft nun gegenseitig eure Lösung in e) und korrigiert sie.



Hintergrund:

Die Lernenden festigen ihre Vorstellungen zum Zoomen am Zahlenstrahl. Dafür nutzen sie einerseits den **digitalen dynamischen Zahlenstrahl** als Darstellungsmittel und andererseits ihre mentalen Vorstellungen zum Zahlenstrahl.

3.7 Zahlen wiederfinden beim Hinein- und Hinauszoomen am Zahlenstrahl

- a) **Probier am digitalen Zahlenstrahl:** Die Startzahl ist 0 und die Endzahl ist 1000.
- | | | |
|---|-----|-----|
| ▪ Findet die verschiedenen Zahlen durch Hineinzoomen. | 214 | 502 |
| ▪ Woher wisst ihr, in welchen Abschnitt ihr hineinzoomen müsst? | 289 | 745 |
| | 910 | 28 |
- Wo liegen diese Zahlen?



- b) **Stellt euch gegenseitig Aufgaben:** Wer die Aufgaben stellt, hat den digitalen Zahlenstrahl. Wer die Aufgabe löst, stellt ihn sich nur vor.



Ich sehe was, was du nicht siehst.: Nämlich den Zahlenstrahl zwischen 2000 und 3000. Wie groß sind die 10 Abschnitte dazwischen?

Ich sehe die Zahl 1660 und die Zahl 1670, welche Zahlen liegen dazwischen?

3.8 - 3.9 Üben

Ziel: Zahlbeziehungen nutzen

Material: -

Umsetzung: 3.8 a) EA, b) PA und UG; 3.9 PA und UG

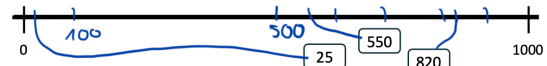
Hintergrund:

Die Lernenden sollen Zahlbeziehungen erkennen und für das Verorten von Zahlen nutzen. Dabei machen sie die erkannten Zahlbeziehungen sprachlich explizit. Sowohl die Mitte als auch die Hunderter- oder Zehnerzahlen als Orientierungszahlen werden verwendet. Wichtig ist, die Lernenden bei der Versprachlichung zu unterstützen, sollten sie damit Schwierigkeiten.

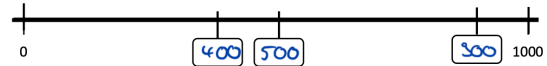
Methode: Der digitale dynamische Zahlenstrahl kann für die Selbstkontrolle genutzt werden.

3.8 Zahlen am Tausenderstrahl eintragen

- a) **Verbinde die Zahlen mit dem Zahlenstrahl.** Trage Zahlen ein, die dir helfen.

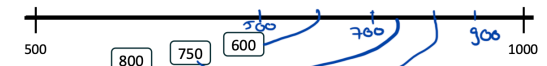


- b) **Trage Zahlen ein, die passen könnten.** Erkläre, was du dir überlegt hast. Besprecht: Wie nutzt ihr die Nähe der Zahlen? Kontrolliere deine Ergebnisse am digitalen Zahlenstrahl aus Aufgabe 3.5.

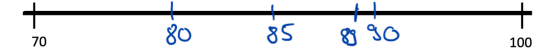


3.9 Wenn der Strahl nicht bei Null anfängt

- a) **Verbinde die Zahlen mit dem Zahlenstrahl.** Trage Zahlen ein, die dir helfen.

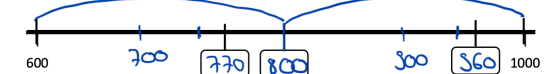


- b) **Was könnte helfen, um die Zahl 89 zu finden?**



- c) **Wie findet ihr die Zahl 79 am Zahlenstrahl von 70 bis 100?**

- d) **Trage Zahlen ein, die passen könnten.** Erkläre, was du dir überlegt hast. Besprecht: Wie nutzt ihr die Nähe der Zahlen?





N2B Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung der Standortbestimmung:

Für Lernende mit einer großen Handschrift kann die vorhandene Kästchengröße evtl. nicht ausreichend sein. In diesem Fall können die zu ermittelnden Zahlen beispielsweise auch darunter notiert werden.

Wird die Standortbestimmung in mündlicher Form in Partner- oder Einzelarbeit durchgeführt, empfiehlt es sich, gezielt nach der Strategie für das Finden der Mitte zu fragen.

Weitere Hilfestellungen (wie z. B. die Klärung des Relationszeichens) sind nicht vorgesehen, da die Lernenden ihr bereits vorhandenes Vorwissen zeigen sollen.

1 Zwischen Nachbar-Einer und Nachbar-Zehner einordnen

Zwischen welchen Einern und Zehnern steht die Zahl? Trage ein.

Kleinerer Nachbar-Zehner	Kleinerer Nachbar-Einer	ZAHL	Größerer Nachbar-Einer	Größerer Nachbar-Zehner
440	449	450	451	460
500	508	509	510	510
650	698	699	700	700
9900	9999	10000	10001	10010



2 Die Mitte finden

Finde die Mitte zwischen:

a) 5000 und 6000

b) 2500 und 4500

c) 10 000 und 20 000

d) 460 000 und 560 000



3 Zahlen vergleichen

Vergleiche: „kleiner als (<)“ oder „größer als (>)“? Trage ein.

a) 1288 < 1822 b) 1 211 < 12 001 c) 20 030 < 20 300

3098 < 3100 11 002 > 9 997 87 234 < 87 342

8090 > 8059 15 000 > 5 999 546 789 < 546 790



4 Große Zahlen ohne Zahlenstrahl vergleichen

a) Ordne die Zahlen nach ihrer Größe. Beginne mit der kleinsten Zahl.

445 195 1. 445 195

454 656 2. 454 656

544 000 3. 494 040

494 400 4. 494 400

494 040 5. 544 000

b) Bilde aus den Ziffern 2, 5, 8, 9, 3 die größte und die kleinste Zahl:

Kleinste Zahl: 23 589

Größte Zahl: 98 532





Hinweise zur Auswertung

Diagnoseaufgabe 1: Nachbar-Einer und Nachbar-Zehner

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
Bei der Bestimmung der kleineren Nachbarzahlen von 10 000: 99 oder 990 eingetragen.	Fehler beim Entbündeln.	
490 als kleinerer Nachbarzehner von 509.	Zahlen werden einseitig gedeutet, z. B. werden sie bei glatten Hundertern als Nachbar-Hunderter interpretiert. Fehlvorstellung, dass ein Nachbarzehner immer mindestens um 10 entfernt liegen muss.	Thematisierung von Strategien zum Finden von Nachbarzahlen mithilfe der Unterstützung von konkretem Anschauungsmaterial. Unterscheidung von Nachbar-Zehnern und -Hundertern (1.1 - 1.2).
710 als Nachbarzehner von 699.	Zahlen können nicht mit zwei Funktionen gleichzeitig als Nachbar-Einer und Nachbar-Zehner gedeutet werden.	
18 105 als Nachbarzehner von 18 095.	Nachbar-Zehner werden durch die Addition bzw. Subtraktion von 10 ermittelt.	

Diagnoseaufgabe 2: Die Mitte finden

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a) Mitte zwischen 5 000 und 6 000 ist 1 000.	Die Strategie, die Differenz beider Zahlen zu errechnen und mithilfe dieser anschließend die Mitte herauszufinden, wird nicht vollständig durchgeführt.	
b) Mitte zwischen 2 500 und 4 500 ist 3 000.	Nur Tausenderstelle wurde beachtet.	Strategie zum Finden der Mittelzahl mit den Lernenden aufarbeiten, Arbeit mit dem leeren Zahlenstrahl (1.1 - 1.3).
c) Mitte zwischen 10 000 und 20 000 ist 5 000.	Unsicherheiten bezüglich der Bedeutung der Stellenwerte.	
d) Mitte zwischen 460 000 und 560 000 ist 500 000.	Schwierigkeiten bei der Orientierung innerhalb der Zahlreihe.	

Diagnoseaufgabe 3: Zahlen vergleichen

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
c.1) $20\ 030 > 20\ 300$	Unsicherheiten bezüglich der Bedeutung der Stellenwerte.	Strategien zum Vergleich zweier Zahlen erarbeiten (2.1 - 2.4).
a.1) $1\ 288 > 1\ 822$	Die Zahl mit der höheren Anzahl größerer Stellen wird als größer angesehen.	
a.2) $3\ 098 > 3\ 100$	Insbesondere die Ziffern 9 und 8 werden als Indikatoren für die Größe einer Zahl angesehen. Fehlende Einsichten in Positionseigenschaft („Ein Hunderter ist mehr/größer als neun Zehner.“)	Thematisierung des Wertes der Ziffer innerhalb einer Zahl durch die Arbeit mit der Stellenwerttafel (insbesondere 3.1).


Diagnoseaufgabe 4: Große Zahlen ohne Zahlenstrahl vergleichen

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a) Eine sechsstellige Zahl wird als zwei dreistellige Zahlen verstanden: 445 195 = 445 und 195.	Die Lernenden deuten die Zäsur als Trennung zweier Zahlen.	Klärung der Schreibweise von Zahlen (3.1 - 3.3).
454 656 < 445 195 445 195 > 544 000	Fehlende Einsichten in Positionseigenschaft: Zehntausenderstelle	Stellenwerte der Zahlen wiederholen/vertiefend bearbeiten (3.1 - 3.3).
b) Nicht alle Ziffern benutzt, z. B. 25 als kleinste Zahl und 98 als größte Zahl benannt. 2 als kleinste Zahl, 9 als größte Zahl benannt.	Evtl. Aufgabenstellung unklar.	Übungen zum Ordnen mehrstelliger Zahlen (2.1 - 2.2 und insbesondere 3.1 - 3.3).



N2B Wie fördern wir, Zahlen zu vergleichen und der Größe nach zu ordnen?

1 Nachbar-Einer und Nachbar-Zehner

1.1 Erarbeiten

Ziel: Aufbau von mentalen Vorstellungen zu Zahlbeziehungen, Nachbar-Einern und Nachbar-Zehnern

Material: Leerer Zahlenstrahl, Zahlenkarten; Büro- oder Wäscheklammern zum Anheften

Umsetzung: UG

Hintergrund:

Die Lernenden sollen ihre positionsorientierten Vorstellungen zu den Zahlbeziehungen Nachbar-Einern und Nachbar-Zehnern ausbauen, damit sie beim Runden diese mentalen Vorstellungen nutzen können. Insbesondere sind Fälle zu diskutieren, in denen eine Zahl sowohl Nachbar-Einer als auch Nachbar-Zehner ist.

1.1 Zahlen am Zahlenstrahl

- a)
 - Hefte eine Zahlenkarte an den leeren Zahlenstrahl.
 - Beschrifte weiße Karten mit den Nachbar-Einern und hefte sie an die richtige Stelle.
 - Hefte die Karten mit den Nachbar-Zehnern an die richtige Stelle.



- b) Welche Karten könnt ihr besonders schnell einsortieren? Begründet.

1.2 Üben

Ziel: Festigen der positionsorientierten mentalen Vorstellungen durch das Bestimmen von Nachbarzahlen

Material: -

Umsetzung: a), b) EA, c), d) PA und UG

Methode:

Der Rückbezug zum Zahlenstrahl ist wichtig. Sollten sich im größeren Zahlenraum Schwierigkeiten zeigen, ist es sinnvoll, die Übung am leeren Zahlenstrahl und passenden eigenen Zahlenkarten zu unterstützen.

1.2 Zahlen eintragen und sortieren

- a) Zwischen welchen zwei Einern steht die Zahl? Trage ein und zeige am leeren Zahlenstrahl.

Kleinere Nachbar-Einer-Zahl (Vorgänger)	ZAHL	Größere Nachbar-Einer-Zahl (Nachfolger)
20	21	22
38	99	100
308	309	310
6000	6001	6002
8099	8100	8101
9999	10000	10001

Trage ein und zeige am leeren Zahlenstrahl.

Kleinere Nachbar-Hunderterzahl	Kleinere Nachbar-Zehnerzahl	ZAHL	Größere Nachbar-Zehnerzahl	Größere Nachbar-Hunderterzahl
100	130	134	140	200
300	390	400	410	500
700	700	710	720	800
900	990	1000	1010	1100
9900	9990	9991	10000	10000

- d) Wie könnt ihr Rico zeigen, dass 100 auch eine Zehnerzahl ist?

Der Nachbar-Zehner von 96 ist nicht 100, sondern 110.



- d) Was meint Leonie damit?

Die Abstände zu den Nachbarzehnern sind nicht immer gleich groß.





1.3 Erarbeiten

Ziel: Verständnis für das Verfahren des Runden aufbauen

Material: -

Umsetzung: a), b), c) EA und UG, d) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund:

Die Lernenden sollen das Runden verstehen als das Bestimmen der **nächstgelegenen** Zehnerzahl (bzw. Hunderter- oder Tausenderzahl) und Lösungen mithilfe der Beziehungen zu den Nachbarzahlen begründen, indem sie am Zahlenstrahl die Nähe zu den Nachbarzahlen darstellen.

Der Zahlenstrahl dient als Anschauungsmittel für das Runden von Zahlen. Das Einzeichnen am Zahlenstrahl ist nicht zu vernachlässigen, da dies das mentale Bild zum Runden werden soll.

Methode: Beide Nachbarzehner der Zahl werden auf dem Zahlenstrahl eingezeichnet. Es bietet sich an, dass die beiden Zahlen Start- und Endzahl bilden.

Das Zeigen kann z. B. über den Vergleich der Schrittgröße oder über eine Abgrenzung und das Einzeichnen eines Pfeils passieren.

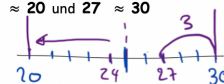
Methode: Sonderfall besprechen durch Thematisierung des Problems „genau die Mitte“: Konvention als Vereinbarung herausstellen, dass ab 5 aufgerundet wird, obwohl die Mitte den gleichen Abstand zur Start- und Endzahl hat.

Methode: Mit dem Aufgabengenerator können weitere Übungen zu diesem Aufgabenformat erfolgen, um einen vertiefenden Einblick in die Struktur zu geben.

1.3 Zahlen runden

a) Zahlen auf **Zehner** zu runden, das bedeutet, zu dem Nachbar-Zehner zu gehen, der am nächsten dran liegt. Man schreibt z.B. $24 \approx 20$ und $27 \approx 30$

- Zeichne im leeren Zahlenstrahl, wie man sieht, dass 24 näher an 20 und 27 näher an 30 liegt.



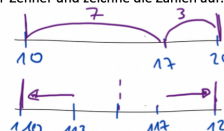
- Runde folgende Zahlen auf den nächsten Nachbar-Zehner und zeichne die Zahlen auf:
 $17 \approx 20$

$117 \approx 120$

$13 \approx 10$

$113 \approx 110$

$115 \approx 120$



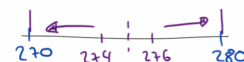
b) Warum ist die letzte Aufgabe schwieriger als die anderen?

Für die Fünferziffer sind beide Nachbar-Zehner gleich weit weg. Man hat sich geeinigt, dass man dann aufrundet, also zum größeren Nachbar-Zehner geht: $25 \approx 30$

$274 \approx 270$

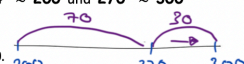
$275 \approx 280$

$276 \approx 280$



c) Zahlen auf **Hunderter** zu runden, das bedeutet, zum Nachbar-Hunderter zu gehen, der am nächsten dran liegt. Man schreibt z.B. $224 \approx 200$ und $270 \approx 300$

- Zeichne im leeren Zahlenstrahl, wie man sieht, dass 224 näher an 200 liegt und 270 näher an 300.



- Runde folgende Zahlen auf den nächsten Nachbar-Hunderter und zeichne auf.

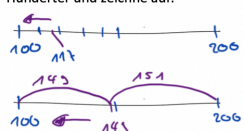
$117 \approx 100$

$217 \approx 200$

$17 \approx 0$

$150 \approx 200$

$149 \approx 100$



d)* Stellt euch Zahlenrätsel:

- Die gerundete Zahl heißt 410. Wie könnte die Zahl vorher gelaute haben?
- Die gerundete Zahl heißt 700.
- ...

Wenn ihr nicht sicher seid, kontrolliert am **digitalen Zahlenstrahl**.





2 Zahlen einordnen

2.1 Erarbeiten

Ziel: Orientierung am unskalierten Zahlenstrahl üben und festigen

Material: -

Umsetzung: EA und UG

Hintergrund:

Die Lernenden sollen Zahlbeziehungen am Zahlenstrahl erarbeiten und ihre mentalen Vorstellungen stärken. Dafür ist es wichtig, verschiedene Vorgehensweisen zu thematisieren:

- Schrittweise Bestimmung der Mitte (in Schritten von Start- und Endzahl aus zur Mitte zählen)
- Arithmetische Berechnung der Mitte (durch die Bestimmung der Differenz, anschließend der Halbierung der Differenz und das Addieren dieser Zahl zur Startzahl) und Rekonstruktion des Vorgehens am Zahlenstrahl

Methode:

Im Unterrichtsgespräch sollen die Vorgehensweisen der Lernenden reflektiert werden.

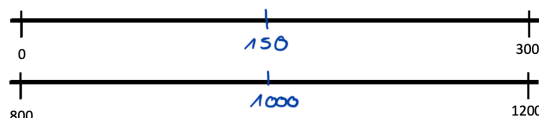
Impulse:

- Zeichne die Mitte als Strich ein. Was weißt du über diese Zahl?
- Wie groß ist der Abstand zwischen ... und ...?
- Welche Zahlen liegen eigentlich zwischen ... und ...?
- Wie viele (Zehner-, Hunderter-)Zahlen liegen zwischen ... und ...?
- Welche Zahl müsste jetzt ungefähr die Mitte sein?

2 Die Mitte finden

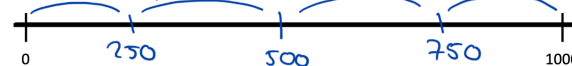
2.1 Die Mitte finden

a) Welche Zahl liegt jeweils in der Mitte des Zahlenstrahls? Trage ein.



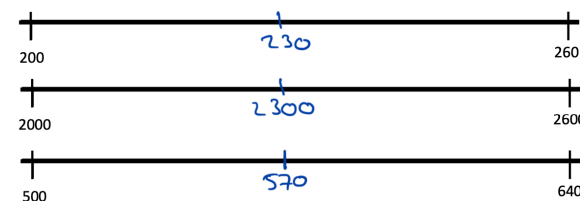
Wie seid ihr vorgegangen? Erklärt.

b) Wo sind die Zahlen 500, 250 und 750?



Zeichne die Abstände mit Schritten ein. Wie groß sind die Abstände?

c) Welche Zahl liegt jeweils in der Mitte auf dem Zahlenstrahl? Wie kann man sie finden?



d) Was hat Jonas falsch gemacht?





2.2 Üben

Ziel: Orientierung am Zahlenstrahl vertiefen: Umgang mit Start-, Mittel- und Endzahl üben

Material: -

Umsetzung: EA/PA und UG

Hintergrund:

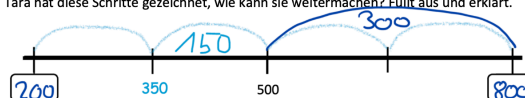
Die Lernenden sollen ihr Wissen über Zahlbeziehungen am Zahlenstrahl festigen. Sie explizieren, dass die Zahl in der Mitte den gleichen Abstand zur Start- und zur Endzahl hat.

Impuls:

- Vergleicht eure Lösungen. Warum gibt es viele richtige Lösungen?

2.2 Die Anfangszahl und die Endzahl bestimmen

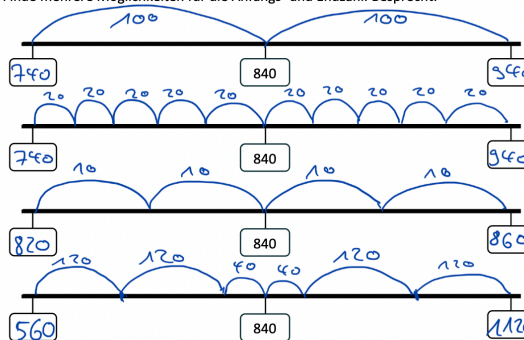
a) Welche Zahlen kommen in die freien Felder? Tara hat diese Schritte gezeichnet, wie kann sie weitermachen? Füllt aus und erklärt.



b) Zeichne wie Tara in a) Schritte und trage die Zahlen ein.



c) Finde mehrere Möglichkeiten für die Anfangs- und Endzahl. Besprecht.



2.3 Üben

Ziel: Zahlbeziehungen erkennen und nutzen

Material: -

Umsetzung: a), b), c) EA und UG, d) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund:

Die Lernenden sollen ihr erworbenes Wissen zu den Nachbarzahlen und der Mitte mithilfe des Zahlenstrahls festigen. Dabei stärken sie die mentalen Vorstellungen zum Zahlenstrahl, mit denen sie zunehmend mental operieren können.

Das Erklärvideo systematisiert die erarbeiteten Inhalte zu den Zahlbeziehungen.

<https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklavideos?nid=710>

2.3 Zahlbeziehungen nutzen

a) Wie kann man die Zahl 2130 finden?

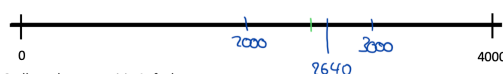


b) Seht euch das Erklärvideo an. Beschreibt: Wie genau finden Leonie und Tim die Zahl 2130?



c) Besprecht: Wie findet ihr die Zahl 2230 am Zahlenstrahl von 1500 bis 2500 geschickt?

d) Wie helfen dir die Mitte und die Nachbarzahlen, um die Zahl 2640 an dem leeren Zahlenstrahl von 0 bis 4000 ungefähr einzuzeichnen?



- e) Stellt euch gegenseitig Aufgaben:
- Ein Kind nennt eine Start- und Endzahl.
 - Das andere zeichnet einen leeren Zahlenstrahl und nennt die Zahl, die genau in der Mitte zwischen den Zahlen liegt.
 - Danach sucht ihr die Zahl zu zweit mit dem **digitalen Zahlenstrahl** und beschreibt, wie ihr dabei vorgeht, um zu kontrollieren, ob die Mitte stimmt.
- Überlegt gemeinsam: Für welche Zahlen ist die Aufgabe leicht? Für welche ist sie schwer?





3 Zahlen ordnen und vergleichen

3.1 - 3.3 Üben

Ziel: Strategien zum Zahlenvergleich erarbeiten und mentale Vorstellungen ausbauen

Material: -

Umsetzung: 3.1 PA, 3.2 EA und UG, 3.3 UG

Hintergrund:

Die Lernenden sollen ihre mentalen Vorstellungen zum Zahlenstrahl festigen. Beim Vergleich von Zahlen ist die Fokussierung auf die größten Stellenwerte sinnvoll. Die Stellenwerte werden am Zahlenstrahl in den Skalierungen sichtbar. Ziel ist nicht, dass die Lernenden nur auf die Stellenwerte achten, sondern auch, dass sie den mentalen Zahlenstrahl nutzen, um sich Größenverhältnisse vorzustellen.

Impuls:

- Wenn ihr euch die Zahlen am Zahlenstrahl vorstellt: Liegen sie nah beieinander oder weit entfernt voneinander?

3 Zahlen vergleichen

3.1 Von klein nach groß

Ordne der Größe nach, achte auf die Zeichen. Zeichne deine Lösung am Zahlenstrahl:

- a) 78, 990, 87, 999, 101, 110, 99
 $78 < 87 < 99 < 101 < 110 < 990 < 999$
- b) Wie kannst du die Zahlen der Größe nach ordnen? Worauf musst du achten, damit du den Überblick behältst?
- c) 1200, 7373, 4880, 3772, 12000, 4808, 3737
 $1200 < 3737 < 3772 < 4808 < 4880 < 7373 < 12000$
- d) 101, 1001, 1010, 1100, 10100, 110, 10001
 $101 < 110 < 1001 < 1010 < 1100 < 10001 < 10100$
- e) Wenn du unsicher bist, kontrolliere deine Ergebnisse am digitalen Zahlenstrahl.



3.2 Größer, kleiner, gleich

- a) Wie merkst du dir, welches Zeichen für den Vergleich steht? Gib Tara einen Tipp.
- b) Vergleiche: > oder < oder =
- | | | |
|----------------|----------------|-------------|
| 1288 < 1822 | 8101 > 801 | 2022 > 223 |
| 3045 < 3054 | 7 H 10 E = 710 | 7500 > 750 |
| 2300 > 2 T 3 Z | 9998 > 999 | 1001 < 1010 |
| 8550 > 8055 | 556 < 5501 | 2020 < 20 T |

Ich kann mir nie merken, welches Zeichen für „ist größer als“ steht: > oder < ?



- c) Worauf achtet ihr zuerst, wenn ihr die Zahlen vergleicht? Stellt ihr euch den Zahlenstrahl oder das Würfelmaterial vor dabei? Wie kann das helfen? Welche Aufgaben sind für euch leicht, welche sind schwieriger?
- d) Stellt euch gegenseitig leichte und schwere Aufgaben zum Vergleichen. Wechselt euch ab.

3.3* Richtig oder falsch?

Wer hat Recht? Begründet.

Leonie: Die kleinste dreistellige Zahl hat 3 Nullen.

Rico: Es gibt eine vierstellige Zahl, deren Vorgänger die Zahl 1000 ist.

Kenan: Es gibt eine sechsstellige Zahl, die größer als 999 999 ist.



4 Große Zahlen ohne Zahlenstrahl vergleichen

4.1 – 4.2 Erarbeiten

Ziel: Verständnis über Stellenwerte verfestigen und sichern

Material: Ziffernkarten, erweiterte Stellentafel

Umsetzung: 4.1 PA und UG, 4.2 EA und UG

Hintergrund:

Die Lernenden sollen ihr Stellenwertverständnis und ihre mentale Vorstellungen im großen Zahlenraum ausbauen. Dafür nutzen sie verschiedene Darstellungen (Zahlwörter und die erweiterte Stellentafel).

Impuls:

- Wie würde denn das Material zu ZT/HT/M aussehen? Welche Form hat es? Wie groß ist es?
- Kannst du das Muster beschreiben?

4 Große Zahlen ohne Zahlenstrahl vergleichen

4.1 Zahlen in der Stellentafel

- a) Nehmt die große Stellentafel und tragt folgende Zahlen ein: Zehn, Hundert, Tausend, Zehntausend, Hunderttausend, eine Million, zehn Millionen.

M	HT	ZT	T	H	Z	E

Verändert die Stellentafel so, dass alle Zahlen eingetragen werden können.

- b) Stellt einen Sichtschutz zwischen euch auf.
- Die eine Person legt mit den Ziffernkarten eine Zahl und benennt sie. Die Zahl muss drei Nullen und zwei, drei oder vier weitere Ziffern haben.
 - Die andere Person trägt die Zahl in die Stellentafel ein.
 - Kontrolliert.
- Wechselt euch ab.

4.2 Zahlen der Größe nach ordnen

- a) Ordne die Zahlen nach ihrer Größe. Beginne mit der kleinsten Zahl.

67 195	1.	<u>67 195</u>
667 195	2.	<u>76 400</u>
676 656	3.	<u>667 195</u>
76 400	4.	<u>676 040</u>
676 040	5.	<u>676 656</u>

- b) Wie seid ihr beim Sortieren vorgegangen? Worauf habt ihr geachtet? Begründet mit Stellentafel oder Zahlenstrahl.

4.3 Üben

Ziel: Wissen über Stellenwerte nutzen, um Zahlenwerte bestimmen zu können

Material: -

Umsetzung: a), b) EA/PA, c) PA

Hintergrund:

Die Lernenden sollen die Position einer Ziffer fokussieren, um die Größe einer Zahl im Vergleich zu anderen Zahlen zu bestimmen. Im gemeinsamen Austausch begründen die Lernenden die Größe einer Zahl und nutzen dabei Denksprache (Argumentation über Anzahl Tausender, Hunderter, Zehner, Einer). Es lassen sich aus den Ziffern 24 verschiedene Zahlen bilden. Es geht darum, die Muster zu erkennen, nicht um Kombinatorik bzw. systematisches Vorgehen.

Methode:

Nach Aufgabenteil a) in PA findet eine gemeinsame Besprechung zu Aufgabenteil b) und möglicher Herrangehensweisen statt.

Impuls:

- Welche Ziffer muss an der Tausenderstelle stehen, damit die Zahl möglichst groß ist?
- Welche Ziffern hast du dann übrig?
- An welche Position setzt du die größte deiner übrigen Ziffern? Warum?

4.3 Zahlen bilden

- a) Bilde aus den Ziffern 2, 5, 7, 1 alle möglichen Zahlen und schreibe sie auf. Jede Ziffer muss genau einmal vorkommen.

Siehe unten

- b) Ordne die Zahlen. Beginne mit der größten Zahl.

7521	7152	5271	2751	2175	1572
7512	7125	5217	2715	2157	1527
7251	5721	5172	2571	1752	1275
7215	5712	5127	2517	1725	1257

- c) Eine Person wählt 5 Ziffern. Die andere Person bildet daraus die größte und die kleinste Zahl. Wechselt euch ab.



N2C Was können wir diagnostizieren?

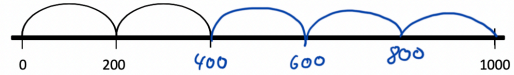
Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung der Standortbestimmung:

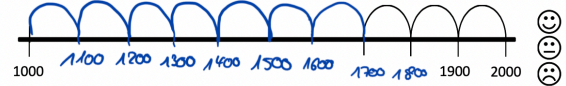
Zu Beginn sollten die Aufgabenformate mit den Schülerinnen und Schülern besprochen und ggf. Verständnisfragen zu den Aufgabenstellungen geklärt werden.

1 In Schritten zählen

a) Zeichne 200er-Schritte vorwärts und schreibe die Zahlen bis 1 000 auf.

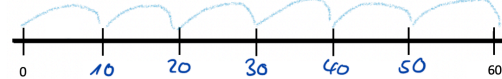


b) Zeichne 100er-Schritte rückwärts und schreibe die Zahlen auf.



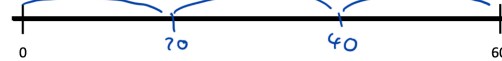
2 Schritte verändern

a) Wie groß sind hier die Schritte? Beschrifte den Zahlenstrahl und vervollständige den Satz.



Bis zur 60 habe ich sechs Schritte gezählt. Das sind 10er Schritte.

b) Kannst du noch in anderen Schritten bis zur 60 zählen? Zeichne die Schritte ein und vervollständige den Satz.



Bis zur 60 habe ich 3 Schritte gezählt. Das sind 20er Schritte.

3 Zahlenfolgen

Ergänze die Zahlenfolgen.

a) 0 1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000

b) 3305 3405 3505 3605 3705 3805 3905 4005

c) 3500 4000 4500 5000 5500 6000 6500 7000

d) In welchen Schritten wurde hier gezählt?

1200 1500 1800 2100 2400 2700 3000 3300

Es wurde in 300 - Schritten gezählt.





Hinweise zur Auswertung

Diagnoseaufgabe 1: In Schritten zählen

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
<p>a)</p> <p>a) Zeichne Zweihunderterschritte vorwärts und schreibe die Zahlen bis 1000 auf.</p> <p>a) Zeichne Zweihunderterschritte vorwärts und schreibe die Zahlen bis 1000 auf.</p>	<p>Fehlerhafte Benennung der Schrittgröße, kein Widerspruch zur Endzahl gesehen.</p> <p>Zeichnung der Bögen erfolgt, aber keine Angabe zur Weiterführung der Schritte.</p>	<p>Besprechung von Strategien zum Finden der Schrittgröße unter Einbezug strukturierter Anschauungsmittel (1.1-1.2).</p>
<p>b)</p> <p>b) Zeichne Hunderterschritte rückwärts und schreibe die Zahlen auf.</p> <p>b) Zeichne Hunderterschritte rückwärts und schreibe die Zahlen auf.</p>	<p>Bearbeitung von der Start- und von der Zielzahl ausgehend, kein Widerspruch zur Lücke in der Darstellung der Zahlenreihe gesehen.</p> <p>Zeichnung der Bögen, bis der leere Zahlenstrahl optisch gefüllt ist, aber keine Benennung der Schritte.</p>	

Diagnoseaufgabe 2: Schritte verändern

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
<p>a), b)</p> <p>Die gezeichneten Schritte und die Angabe der Schrittgröße stimmen nicht überein.</p> <p>Statt Schrittgröße wird Schrittzahl angegeben.</p>	<p>Flüchtigkeitsfehler oder unvollständige Vorstellung zur Interpretation der Schrittgröße.</p> <p>Unvollständige Vorstellung zur Interpretation der Schrittgröße.</p>	<p>Besprechung von Strategien zum Finden der Schrittgröße am Zahlenstrahl und Veränderung von Schrittgrößen mit 2 a)-f) erarbeiten.</p>
<p>b)</p> <p>Es wird die gleiche Einteilung wie in a) gewählt mit anderer Beschriftung.</p> <p>Schritte werden nicht gleichmäßig eingezeichnet.</p>	<p>Auswirkung der Veränderung der Schrittgröße wird nicht erkannt.</p> <p>Multiplikative Struktur kann nicht hineingesehen und/oder umgesetzt werden.</p>	

Diagnoseaufgabe 3: Zahlenreihen

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
<p>c)</p> <p>3550 3650 3750 3850 3900 7050</p> <p>3550 3600 3650 3700 3750 3800 3900 7050</p>	<p>Zahlen werden von der Endzahl beginnend in vermuteten Schritten eingetragen.</p> <p>Zahlen werden von der Startzahl beginnend in vermuteten Schritten eingetragen.</p>	<p>Thematisierung von Strategien beim Ermitteln lückenhafter Zahlenreihen sowie eigenständiges Erstellen eigener Reihen (3.1 - 3.3).</p>



1 In Schritten zählen

1.1 - 1.2 Erarbeiten

Ziel: Deutung von räumlichen Abständen und verschiedenen Schrittgrößen

Material: -

Umsetzung: 1.1 PA und UG; 1.2 PA und UG

Hintergrund:

Die Lernenden sollen flexibel in Schritten zählen. Dafür müssen sie verstehen, dass derselbe räumliche Abstand für verschiedene Zahlräume stehen kann. Das geschieht durch den Vergleich und das Sprechen über die verschiedenen Schrittgrößen.

Impulse:

- Wie groß sind deine Abschnitte?
- Warum können sie unterschiedlich groß sein?

Das Erklärvideo unterstützt bei der Nutzung der Denksprache und der Reflexion über verschiedene Beschriftungen.

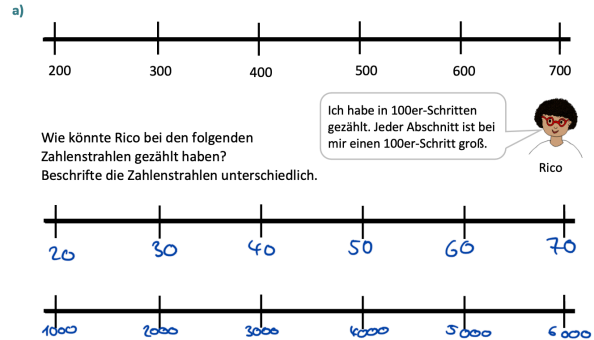
<https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklavideos?nid=712>

Hintergrund:

Die Lernenden sollen Zahlenstrahlen beschreiben und erkennen, dass man Zahlenräume verschieden lang zeichnen kann.

Die Lernenden stellen den gleichen Zahlenraum womöglich unterschiedlich lang und mit unterschiedlichgroßen Abschnitten dar. Durch das Beschreiben und das Vergleichen der Zahlenstrahlen soll eine Reflexion über den räumlichen Abstand und den Zusammenhang von Gesamtabstand und den Abschnitten anregt werden.

1.1 Verschiedene Schrittgrößen



b) Vergleicht eure Zahlenstrahl miteinander und sprecht dabei wie Rico.

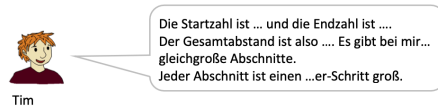
c) Schaut euch das Erklärvideo an. Wie haben Leonie und Tim den Zahlenstrahl eingeteilt? Vergleicht mit euren Zahlenstrahlen.



1.2 Eigene Zahlenstrahlen zeichnen

a) Überlegt euch zu zweit eine Startzahl und eine Endzahl. Jeder von euch zeichnet dazu seinen eigenen Zahlenstrahl.

b) Zeigt euch gegenseitig eure Zahlenstrahlen und beschreibt sie wie Tim.



c) Vergleicht eure Zahlenstrahlen. Überlegt: Warum können eure Zahlenstrahlen so unterschiedlich aussehen?



2 Schritte verändern am Zahlenstrahl

2 Erarbeiten

Ziel: Verstehen des Zusammenhangs zwischen Schrittgröße und Anzahl der Schritte

Material: -

Umsetzung: a) EA, b) UG, c),d) PA und UG, e), f) PA

Hintergrund:

Die Lernenden sollen in unterschiedlichen Schrittgrößen vorwärts und rückwärts zählen.

Dabei festigen sie ihre mentalen Vorstellungen zum Zahlenstrahl und nutzen ihr Stellenwertverständnis, um Muster zu reflektieren:

- Beim Zählen in 10er-Schritten verändern sich die Zehner und die Einer bleiben gleich.
- Bei der Verdopplung der Schrittgröße halbiert sich die Anzahl der Schritte und andersherum.

Impulse:

- Warum ist es einfach, in 10er-Schritten zu zählen?
- Was ist bei 5er-Schritten anders?
- Wie groß müssen Tims Schritte sein, wenn er nur 2 Schritte einzeichnen möchte?
- Finde andere Beispiele für Taras Gedanken (Je größer/mehr..., desto kleiner/weniger... bzw. „Je kleiner/weniger ..., desto größer/mehr...).

Hintergrund:

Die Lernenden sollen den Zusammenhang zwischen Schrittgröße und Anzahl der Schritte erarbeiten und begründen.

Das Zählen in gleichgroßen Schritten (Gruppen) bildet die Grundlage für das Verstehen multiplikativer Strukturen.

Denksprache:

- **Je größer/mehr..., desto kleiner/weniger...**
- bzw. **Je kleiner/weniger..., desto größer/mehr...**

Methode: Die Auswahl von Start-, Endzahl und Schrittgröße ermöglicht Differenzierung.

2 Schritte verändern am Zahlenstrahl

- a) Trage die 40 ein und zähle von dort rückwärts in Fünfer-Schritten. Zeichne die Schritte und schreibe die Zahlen auf.



Ich zähle von der 40 lieber in 10er-Schritten rückwärts. Dann brauche ich weniger Schritte.



Dann brauchst du nur halb so viele Schritte

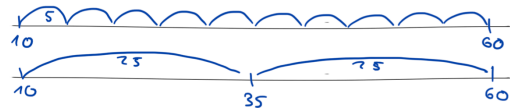
Hat Leonie recht? Warum oder warum nicht? Zeigt am Zahlenstrahl.

- c) Wähle eine Startzahl, trage sie auf dem leeren Zahlenstrahl ein. Zähle fünf Zehnerschritten vorwärts und zeichne die Schritte. Bei welcher Zahl landest du?



d) Schreibe deine Startzahl und die Endzahl aus Aufgabe a) an den Zahlenstrahl.

- In welchen Schritten kann man noch bis zu der Zahl zählen?
- Wie verändert sich dann die Anzahl der Schritte?
- Probiere und erkläre, warum man mehr oder weniger Schritte braucht.



e) Stellt euch gegenseitig Aufgaben zum Zählen in Schritten:

- Eine Person nennt eine Startzahl und eine Endzahl.
- Die andere Person bestimmt die Schrittgröße.
- Schaut gemeinsam, ob ihr in dieser Schrittgröße bis zur Endzahl kommt. Falls das nicht klappt, überlegt, wie ihr die Schrittgröße verändern könnt. Wechselt euch ab.

- f) Stelle dir den Zahlenstrahl nur im Kopf vor: Du startest bei 54 und gehst in drei Zehnerschritten rückwärts. Wo landest du?



3 Zahlenfolgen

3.1 – 3.2 Erarbeiten

Ziel: Muster in Zahlenreihen erkennen und fortführen

Material: -

Umsetzung: a) EA b) UG, c) EA, 3.2 PA und UG

Hintergrund: Die Lernenden sollen Zahlenreihen hinsichtlich der Muster untersuchen und fortführen.

Impulse:

- Lies deine Zahlenreihen laut und rhythmisch vor.
- Was fällt dir auf? (Untersuche die Ziffern an der Einerstelle, Zehnerstelle, Hunderterstelle.)
- Finde eine Zahlenfolge, die man nicht leicht weiterführen kann.
- Warum sind einige Zahlenfolgen einfach und andere schwierig zu untersuchen?

3.1 Zahlenfolgen finden

a) In Schritten zählen kann man auch ohne Zahlenstrahl, man kann die Zahlenfolgen auch so aufschreiben. Ergänze die Zahlenfolgen.

0	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500
---	-----	------	------	------	------	------	------

401	501	601	701	801	901	1001	1101
-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

981	991	1001	1011	1021	1031	1041	1051
-----	-----	------	------	------	------	------	------

8987	8997	9007	9017	9027	9037	9047	9057
------	------	------	------	------	------	------	------

b) Erkläre, wie man die Schritte bestimmt, in denen gezählt worden ist. Wie geht ihr vor, wenn nur die Startzahl und Endzahl angegeben ist?

50	100	150	200	250	300	350	400
----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

30	50	70	90	110	130	150	170
----	----	----	----	-----	-----	-----	-----

c) Überlege dir, in welchen Schritten man noch zählen kann und erfinde eigene Zahlenreihen.

3.2 Fehler finden

An welcher Stelle stimmt die Zahlenfolge nicht? Finde den Fehler und kreuze die Zahl ein. Begründe.

1250	2250	3250	4250	5550	6250	7250	8250
------	------	------	------	------	------	------	------