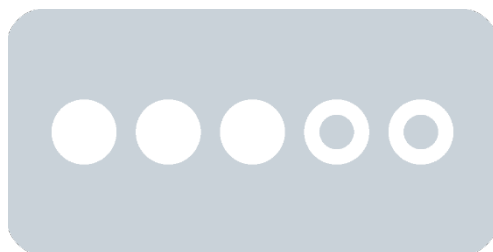


Mathe sicher können



Didaktischer Kommentar zum Diagnose- und Fördermaterial

N3 Addition & Subtraktion verstehen



Inhalt

Hintergrund



Worauf kommt es beim Additions- und Subtraktionsverständnis inhaltlich an?

Baustein N3A

Ich kann Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt



Was können wir diagnostizieren?



Wie können wir fördern?



Dieses Material wurde durch Theresa Deutscher, Kathrin Akinwunmi, Corinna Mosandl, Christoph Selter und Marcus Nührenbörger ursprünglich konzipiert und durch Claudia Ademmer, Lena Böing und Susanne Prediger weiterentwickelt. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-NC-SA (Namensnennung – Nicht kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

Zitierbar als

Deutscher, Theresa, Akinwunmi, Kathrin, Selter, Christoph, Mosandl, Corinna, Nührenbörger, Marcus, Ademmer, Claudia, Böing, Lena & Prediger, Susanne (2025). Mathe sicher können – Didaktischer Kommentar zu N3: Addition und Subtraktion verstehen. Zu Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger & Stephan Hußmann (Hrsg.), Mathe sicher können. Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen (2. Auflage). Open Educational Resources unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n3

Hinweis zu verwandtem Material

Die Fördermaterialien sind auch bei Cornelsen erschienen in 2. Auflage. Gegenüber der 1. Auflage des Materials (2014) wurde die 2. Auflage weiterentwickelt, um noch fokussiertere Aufgaben zu bieten, unterstützt durch Sprachangebote und Erklärvideos. Die zu diesem Diagnose- und Fördermaterial gehörigen Didaktischen Kommentare, Erklärvideos und Fortbildungsfilme sind zu finden unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz.

N3 Worauf kommt es beim Additions- und Subtraktionsverständnis inhaltlich an?

Lerninhalt

Ziel der Förderung ist die Entwicklung inhaltlicher Vorstellungen zur Addition und Subtraktion und das generelle Verständnis, was Darstellungsvernetzung für Operationen ausmacht. Hierzu werden die zwei Operationen weitgehend parallel behandelt, um sie als Umkehroperationen an verschiedenen graphischen und textlichen Darstellungen deutlich zu machen. Bei der Addition werden die Vorstellungen des *Hinzufügens* und *Zusammenfügens* und bei der Subtraktion die des *Wegnehmens* und Abstandbestimmens (*Ergänzens*) thematisiert. Letzteres ist einigen Lernenden nicht vertraut.

Tragfähige Vorstellungen sind erst dann aufgebaut, wenn es den Lernenden gelingt, zwischen verschiedenen *Darstellungen* der Operation zu wechseln und diese explizit miteinander zu vernetzen. Das bedeutet, dass sie eine Aufgabe in eine mathematische Handlung am Material, ein Bild oder eine Rechengeschichte übertragen bzw. umgekehrt eine Handlung, ein Bild oder eine Rechengeschichte in eine Aufgabe übersetzen und zudem die Passung erklären können. Die Vernetzung von Darstellungen ist nicht nur Indikator für ein tragfähiges Verständnis, das wir als Lehrkräfte für die Diagnose nutzen können, sondern sie hilft auch beim Aufbau von bedeutungstragenden Vorstellungen.

Viele Kinder stellen allerdings nur die Zahlen dar, ohne sich die Operationen zu berücksichtigen, wie im Beispiel dieses Bildes:



Typische Oberflächenübersetzung zwischen Darstellungen zur Subtraktion: Nur die Zahlen dargestellt, nicht die Operation

Selbst wenn die Kinder Additions- und Subtraktionsaufgaben lösen können, sollen sie in diesem Baustein eine wirklich tragfähige Vorstellung von der Addition und Subtraktion aufbauen und auch lernen, zu erklären, was die Operation genau bedeutet, um sie auch in Sachkontexten anwenden zu können. Die Anforderung, die wir an die Darstellungsvernetzungen stellen, ist, dass die Handlung (oder später Struktur), die hinter der Operation steckt, in der Abbildung dargestellt und vor allem auch erklärt werden soll. Wichtig ist zu thematisieren, wie man die Addition/Subtraktion in der Darstellung erkennt.

Veranschaulichung und Material

Für die Veranschaulichung der Operationen stehen verschiedene Darstellungen zur Verfügung: Der Term

selbst, die Rechengeschichte, das Würfelmaterial, die bildliche Darstellung mit Plättchen und die bildliche Darstellung am Zahlenstrahl.

Darstellung von Addition und Subtraktion mit Würfelmaterial

Die Darstellung von Addition und Subtraktion mit Würfelmaterial greift auf ein kardinales Zahlverständnis zurück, bei dem mit Mengen operiert wird. Diese Darstellung ermöglicht auch, Zehnerübergänge und dazu notwendige Entbündelungen darzustellen, wie im folgenden Beispiel zur Subtraktionsaufgabe $32 - 5$:



Zehnerübergang mit Entbündeln (Ausgangszustand)

Um vom Gesamten (also dem Minuenden 32) den Subtrahenden 5 wegnehmen zu können, muss ein Zehner entbündelt werden. Dies geschieht, indem eine Zehnerstange in 10 Einerwürfel getauscht wird. Im Anschluss können die 5 Einer weggenommen werden.

Eine weit verbreitete Vorgehensweise beim Legen von Subtraktionsaufgaben ist, dass Lernende beide Zahlen, also sowohl den Minuenden als auch den Subtrahenden legen, obwohl sie die Wegnehmervorstellung zeigen wollen. Jedoch kann bei dieser fehlerhaften Oberflächenübersetzung die Subtraktion nicht gesehen werden. Mit diesen Lernenden ist es wichtig zu thematisieren, was die Subtraktion bedeutet und von welcher Zahl etwas weggenommen werden muss („Ich nehme vom Gesamten diese Teilmenge weg. Übrig bleibt die andere Teilmenge“). Wer dagegen das Abstandbestimmen legen möchte, könnte auch beide Zahlen einzeln hinlegen. Günstiger ist jedoch, drei Aufgaben in eine Darstellung hineinzusehen:



$32 + 11$: Ich habe 32 und lege 11 dazu.
Dann habe ich 43. (Hinzufügen)

$43 - 11$: Ich habe 43, nehme davon 11 weg.
Übrig bleiben 32. (Wegnehmen)

$43 - 32$: Ich möchte insgesamt 43. Davon habe ich schon 32. Es fehlen noch 11. (Ergänzen)

Darstellung von Würfelmaterial und passenden Termen

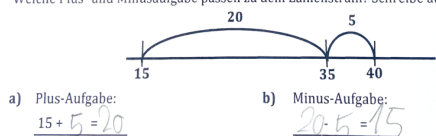
Ausgehend von der additiven Vorstellung des Hinzufügens „Ich lege 11 dazu“ ergibt sich die subtraktive Vorstellung „Davon (vom Gesamten) nehme ich 11 weg.“ Zudem sollten die Lernenden die Vorstellung aufbauen, dass die zu ergänzende Teilmenge ebenfalls durch Subtraktion ermittelt werden kann.

Darstellung von Addition und Subtraktion am Zahlenstrahl

Auch wenn Lernende Zahlenstrahldarstellungen Termen zuordnen, ist häufig zu beobachten, dass nur die Zahlen angeschaut und nicht die Operation fokussiert wird.

2 Plus- und Minus-Aufgaben am Zahlenstrahl

Welche Plus- und Minusaufgabe passen zu dem Zahlenstrahl? Schreibe auf. Rechne aus.



Typische Oberflächenübersetzung zur Subtraktion: Nur die Zahlen fokussiert und kombiniert, nicht die Operation

Richtig wären hier vielfältige Additionen und Subtraktionen, die insbesondere im Rahmen einer Förderung auch in ihrer Umkehrbeziehung betrachtet werden sollten, um die beiden Operationen zu verknüpfen:

$$\begin{array}{ll} 15 + 25 = 40 & 40 - 25 = 15 \text{ und } 40 - 15 = 25 \\ 15 + 20 = 35 & 35 - 20 = 15 \text{ und } 35 - 15 = 20 \\ 35 + 5 = 40 & 40 - 5 = 35 \text{ und } 40 - 35 = 5 \end{array}$$

In Zahlenstrahlbilder können immer eine Additionsaufgabe und zwei Subtraktionen hineingesehen werden. Bei der Addition ist der erste Summand die Startzahl und der zweite Summand die Schrittlänge. Bei der Subtraktion können beide Grundvorstellungen hineingesehen werden, die des Wegnehmens und die des Ergänzens, bei denen jeweils Unterschiedliches gesucht ist:



Darstellung der Grundvorstellungen der Subtraktion am Zahlenstrahl

In der Förderung

Darstellungsvernetzung als zentrales Lernziel

Für den Aufbau tragfähiger Vorstellungen ist die Darstellungsvernetzung besonders relevant. Bei der Förderung des Additions- und Subtraktionsverständnisses sind zwischen den vier Darstellungsformen (Term, Rechengeschichte, Würfelmaterial und Zahlenstrahl) eine Vielzahl an Vernetzungsaktivitäten möglich.

Zentral für das Lehr-Lerngespräch ist die Frage: „Warum passt eine Darstellung zur anderen Darstellung?“ Auch die Frage, wo die Operation in der Darstellung zu erkennen ist und welche Bedeutung sie hat, ist zentral.

Bedeutungsbezogene Denksprache

Die bedeutungsbezogene Denksprache ist ein zentrales Medium für den Aufbau mathematischer Vorstellungen und zur Klärung von Bedeutungen.

In der Beschreibung der Förderaufgaben finden Sie die jeweils relevanten bedeutungsbezogenen Satzbausteine, die als gemeinsame Sprache immer wieder eingefordert und im Klassenraum etabliert werden. Im Gespräch muss dazu geklärt werden, wie die gegebenen und die gesuchten Zahlen am Zahlenstrahl sichtbar sind und wie sie zusammenhängen, also welche Bedeutung die Operation hat. In der Addition ist die gesuchte Zahl stets die Gesamtzahl. Bei der Subtraktion ist die Gesamtzahl gegeben. Gesucht ist einer der Teile, die als „Schrittlänge“ oder als „Position auf dem Zahlenstrahl“, identifiziert werden müssen.

Für die Verbalisierung der Subtraktionen bedeutsam ist am Zahlenstrahl insbesondere der sprachliche Unterschied „springe **um...** vor/zurück“ (in Aufgaben mit Wegnehm-Struktur) gegenüber „springe **auf...** vor/zurück“ (in Aufgaben mit Ergänzen-Struktur).

Digitale Medien zum Baustein

Alle digitalen Medien werden kontinuierlich ausgebaut und sind stets aktuell verlinkt unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n3

- Im **didaktischen Themenfilm** werden die aufgeführten Aspekte zum Stellenwertverständnis mit Fallbeispielen illustriert und es wird aufgezeigt, worauf es bei der Förderung ankommt: <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/themenvideo/addition-subtraktion> (nach Registrierung zugänglich)
- Die digitale Diagnose wird in zunehmend mehr Bundesländern im **MSK-Online-Check** möglich.
- Eine **Klassenstunde** mit digitalem Gesprächsgerüst finden Sie unter dem Link: mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n3

Weiterführende Literatur

- Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M., Moster Opitz, E. & Wittmann, E. Ch. (2013). *Ablösung vom zählenden Rechnen. Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen*. Kallmeyer.
- PIKAS (o.J.). Entdeckerpäckchen. <https://pikas.dzlm.de/unterricht/gute-aufgaben/zahlen-und-operationen/entdeckerp%C3%A4ckchen>
- Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2000). *Handbuch produktiver Rechenübungen* (Band 1, 2. Aufl.) Klett.
- Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2007). *Blitzrechenoffensive! Anregungen für eine intensive Förderung mathematischer Basiskompetenzen*. Klett.

N3 Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 15 - 20 Minuten

Hinweise zur Durchführung der Standortbestimmung:

Lernende, die über ein tragfähiges Operationsverständnis verfügen, sind in der Lage, die additiven und subtraktiven Strukturen in die bildlichen Darstellungen hineinzusehen.

In Aufgabe 1a sollen die Lernenden in der bildlichen Darstellung des Würfelmaterials die additive Struktur des Hinzufügens (Jonas) und die subtraktive Struktur des Wegnehmens (Emily) erkennen. Die Aufgaben 1b und 1c verlangen von den Lernenden passende Bilder zu gegebenen Aufgaben zu wählen. Besonders herausfordernd ist dabei, dass das Bild 3 nicht zur Subtraktion passt. In diesem Bild ist der Subtrahend nicht (wie es korrekt wäre) als Teil des Minuenden dargestellt.

In Aufgabe 2 sollen die Lernenden Additions- und Subtraktionsaufgaben in eine Zahlenstrahldarstellung hineinsehen.

In Aufgabe 3 steht die Vernetzung von Rechengeschichten und Termen im Fokus. Besonders herausfordernd ist es hier, dass ein oberflächlicher Abgleich der Zahlen in den Rechengeschichten mit denen in den Termen für eine korrekte Lösung nicht ausreicht.

1 Addition und Subtraktion mit Material legen



Welche Aufgabe sieht Jonas in dem Bild?

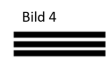
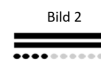
Welche Aufgabe sieht Emily in dem Bild?

Aufgabe: $21 + 23$

Aufgabe: $44 - 23$

b) Welches der vier Bilder passt zur Additionsaufgabe $24 + 6$? Bild 2

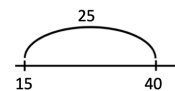
c) Welches der vier Bilder passt zur Subtraktionsaufgabe $30 - 6$? Bild 2



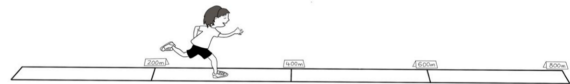
2 Additions- und Subtraktions-Aufgaben am Zahlenstrahl

Welche Aufgaben passen zu dem Bild vom Zahlenstrahl? Kreuze an.

- | | | | |
|----|-----------|---|---|
| a) | $15 + 40$ | <input type="checkbox"/> passt | <input checked="" type="checkbox"/> passt nicht |
| b) | $40 + 15$ | <input type="checkbox"/> passt | <input checked="" type="checkbox"/> passt nicht |
| c) | $15 + 25$ | <input checked="" type="checkbox"/> passt | <input type="checkbox"/> passt nicht |
| d) | $40 - 15$ | <input checked="" type="checkbox"/> passt | <input type="checkbox"/> passt nicht |
| e) | $40 - 25$ | <input checked="" type="checkbox"/> passt | <input type="checkbox"/> passt nicht |
| f) | $25 + 15$ | <input type="checkbox"/> passt | <input checked="" type="checkbox"/> passt nicht |



3 Rechengeschichten zu Addition und Subtraktion



Schau dir die Situation auf der Rennstrecke an. Welche Frage und welche Aufgabe passen zusammen? Schreibe die Buchstaben vor die Aufgaben.

A. Leonie ist schon 300 m gelaufen. 500 m liegen noch vor ihr. Wie lang ist die gesamte Strecke?

B. Leonie ist schon 300 m gelaufen. 500 m liegen noch vor ihr. Welchen Platz macht sie?

D $300 + ? = 800$

D $800 - 300 = ?$

C. Leonie läuft den 800-Meter-Lauf. 500 m fehlen noch bis zum Ziel. Wie viele Meter hat sie schon?




D. Leonie ist schon 300 m gelaufen. Wie viele Meter fehlen noch bis zum 800-Meter-Ziel?

C $800 - 500 = ?$

A $300 + 500 = ?$

Notizen zur Auswertung

Diagnoseaufgabe 1: Addition und Subtraktion mit Material legen

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
1 a) Jonas: $23+44[=67]$ $21+44[=65]$ $44-21[=23]$ $44-23[=21]$ $23+21[=44]$ $21+2[=23]$	Emily: $44+23[=67]$ $44+21[=65]$ $44-21[=23]$ $21+23[=44]$ $23+21[=44]$	Unvollständige Vorstellung zur mit Text und Bild dargestellten Addition/Subtraktion
1 b), c) Bei b) oder c) eines der Bilder ausgewählt: Bild 1:  Bild 4: 	Unvollständige Vorstellung zur Darstellung der Addition/Subtraktion am gezeichneten Würfelmaterial	An 1.1 – 1.5 die inhaltlichen Vorstellungen zur Addition und Subtraktion sowie deren Zusammenhang mit (gezeichnetem) Würfelmaterial erarbeiten. Dabei das Hineinsehen der Operationen in das Material fokussieren.
1 c) Bild 3: 	Unvollständige Vorstellung zur Darstellung der Subtraktion am gezeichneten Würfelmaterial	

Diagnoseaufgabe 2: Additions- und Subtraktionsaufgaben am Zahlenstrahl

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
Alle als passend angekreuzt.	Oberflächenübersetzung zum Zahlenstrahl mit reinem Fokus auf Zahlen statt Darstellung auch der Operationen als Vor- und Zurückgehen bzw. Abstand bestimmen.	
Alle Aufgaben als unpassend angekreuzt.	Oberflächenübersetzung zum Zahlenstrahl mit reinem Fokus auf Zahlen statt Darstellung auch der Operationen als Vor- und Zurückgehen bzw. Abstand bestimmen.	
Addition $15+25$ korrekt erkannt, Subtraktion nicht erkannt.	Unvollständige Vorstellung zur Darstellung der Subtraktion am Zahlenstrahl	
Subtraktion $40-25$ korrekt erkannt, Addition nicht erkannt.	Unvollständige Vorstellung zur Darstellung der Addition am Zahlenstrahl	
$15 + 40$ als passend oder $40 + 15$ als passend	Oberflächliche Darstellung der Addition/Subtraktion am Zahlenstrahl: Dargestellte Struktur nicht berücksichtigt	An 2.1 – 2.2 die inhaltlichen Vorstellungen zur Addition und Subtraktion sowie deren Zusammenhang am Zahlenstrahl erarbeiten. Dabei das Hineinsehen der Operationen in die Darstellung am Zahlenstrahl fokussieren.

Diagnoseaufgabe 3: Rechengeschichten zu Addition und Subtraktion

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung	
<u>Zuordnung:</u> $800 - 300 = ? \rightarrow A$ oder $800 - 500 = ? \rightarrow A$	Eine Rechengeschichte, die zur Addition passt, wird einer Subtraktion zugeordnet.	Unvollständige Vorstellung zur Bedeutung der Subtraktion oder reine Oberflächenübersetzung mit reinem Fokus auf Zahlen	An 1.1 – 1.5 die inhaltlichen Vorstellungen zur Addition/Subtraktion erarbeiten. An 3.1 – 3.3 das Erkennen von Additions- und Subtraktionsaufgaben in Rechengeschichten und das Erklären des Zusammenhangs zwischen Termen und Rechengeschichten erarbeiten.
<u>Zuordnung:</u> $300 + ? = 800 \rightarrow B$ oder $800 - 300 = ? \rightarrow B$ oder $800 - 500 = ? \rightarrow B$	Rechengeschichte B wird einer der ersten drei Aufgaben zugeordnet.	Evtl. unvollständige Vorstellung zur Addition/Subtraktion; evtl. Oberflächenübersetzung zwischen Termen und Rechengeschichten: vermutlich nicht beachtet, ob die Situation eine sinnvolle Rechnung ermöglicht	An 3.1 – 3.3 erarbeiten, was es bedeutet, dass ein Term zu einer Rechengeschichte passt: Fokus auf der Sinnhaftigkeit des Rechnens (insb. 3.1).
<u>Zuordnung:</u> $300 + 500 = ? \rightarrow B$	Rechengeschichte B wird der letzten Aufgabe zugeordnet.	Evtl. Oberflächenübersetzung zwischen Termen und Rechengeschichten; vermutlich nicht beachtet, ob die Situation eine sinnvolle Rechnung ermöglicht (Fokus evtl. nur auf den angegebenen Zahlen)	
<u>Zuordnung z.B.:</u> $300 + ? = 800 \rightarrow A$ $800 - 300 = ? \rightarrow C$ $800 - 500 = ? \rightarrow D$ $300 + 500 = ? \rightarrow D$	Nur einzelne Informationen der Situation passen zum Term.	Evtl. unvollständiges Verständnis vom Zusammenhang zwischen Termen und Rechengeschichten; evtl. unvollständige Überprüfung der Passung	An 3.1 – 3.3 das Erkennen von Additions- und Subtraktionsaufgaben in Rechengeschichten und das Erklären des Zusammenhangs zwischen Termen und Rechengeschichten erarbeiten.

N3A Wie können wir fördern, Aufgaben zu Situationen zu finden und umgekehrt

1 Additions- und Subtraktion mit Material legen

1.1 – 1.2 Erarbeiten

Ziel: Aufbau von Vorstellungen zur Addition und Subtraktion und Diskussion von Oberflächenübersetzungen

Material: Würfelmateral (Einerwürfel, Zehnerstangen, Hunderterplatten)

Umsetzung: 1.1 UG; 1.2 UG

Hintergrund:

Die Lernenden sollen die inhaltliche Bedeutung der Addition verstehen und erklären: *Zwei Teilmengen setzen sich zu einem Gesamten zusammen*. Die Handlung des *Dazulegens* soll in das Bild hineingesehen werden.

Das Ordnen des Materials (Zahlen aufräumen) wird zur Strukturierung der Stellenwerte dargestellt. In Aufgabenteil b) wird erarbeitet, dass zwei Additionsaufgaben in ein Bild hineingesehen werden können (Kommutativität).

Denksprache:

- „Ich lege... **Dazu** lege ich...
- „Insgesamt habe ich nun...“

Impulse zu b):

- Das Material ist in Aufgabe b) schon aufgeräumt.
- Erzähle wie Emily in a).
- Warum passt Plus?
- Wo ist das Ergebnis zu sehen?

Hintergrund:

Die Lernenden sollen die inhaltliche Bedeutung der Subtraktion verstehen und erklären. Durch die Vernetzung von Bild und Aufgabe wird hier die Einsicht vertieft, dass der Subtrahend ein Teil des Minuenden ist. Die Vorstellung *von einem Gesamten eine Teilmenge wegzunehmen*, muss in das Bild hineingesehen werden (Emily).

Häufig jedoch fokussieren Lernende ausschließlich die Zahlen selbst und stellen sie unabhängig voneinander dar (Tims Oberflächenübersetzung).

Auch das Ergänzen soll in Aufgabenteil b) in das Material hineingesehen werden (Kenan).

Denksprache:

- „Ich lege... **Davon** nehme ich... weg.“
- „So passt das Material noch nicht, weil...“

Methode:

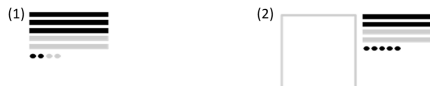
Besprechen, warum Tims Oberflächenübersetzung kein passendes Bild erzeugt: „Wenn wir Operationen darstellen, sollen nicht nur die Zahlen zu sehen sein, sondern auch das Wegnehmen als Handlung.“

1.1 Addition mit Material legen

a) Jonas legt $65 + 12$ mit Würfelmateral und erklärt seine Handlung. Legt nach. Was meint Jonas mit „dazu“?



b) Die Menge, die dazugekommen ist, zeichnen wir grau. Finde die passende Aufgaben.



1.2 a) Subtraktionen mit Material legen

Emily und Tim wollen die Aufgabe $43 - 11 = 32$ mit Würfelmateral legen.



Lege die Aufgabe nach.
Was meint Emily mit „davon“? Wie zeigt sie das Minus?
Erkläre, welchen Fehler Tim gemacht hat. Was müsste er verändern, damit sein Materialbild und seine Aussage zur Subtraktion passen?

b) Zu Emilys Darstellung aus a) sieht Kenan noch eine zweite Subtraktions-Aufgabe. Denn mit Subtraktion kann man auch herausfinden, wie viele man noch ergänzen muss.
Wie lautet Kenans Aufgabe?

Ich habe 32 und möchte 43. Ich muss noch 11 dazu legen.

c) Lege die Aufgabe $46 - 13$ mit Material und zeichne ein Bild wie in 1.1b).

- Zeigt dein Bild wie für Emily das Wegnehmen oder wie für Kenan das Ergänzen?
- Finde in deinem Bild eine zweite Subtraktions-Aufgabe. Erkläre wie Emily oder Kenan, wie man diese Aufgabe im Bild sieht.

1.3 – 1.4 Erarbeiten und Üben

Ziel: Erarbeitung der Umkehrbeziehung zur Subtraktion

Material: Würfelmaterial (Einerwürfel, Zehnerstangen, Hunderterplatten)

Umsetzung: 1.3 EA und UG; 1.4 PA

Hintergrund:

Die Lernenden erarbeiten die Umkehrbeziehung zwischen Addition und Subtraktion. Beide Operationen können in ein Bild hineingesehen werden. (Das grau dargestellte Material kommt hinzu oder wird weggenommen.) Neben der Vorstellung des Wegnehmens ist bei der Subtraktion auch die Vorstellung des Ergänzens zu thematisieren.

Impulse für die Grundvorstellungen (Das Gesamte und die Teilmengen thematisieren):

- Wo kommt etwas hinzu?
- Was ist das Gesamte?
- Wo wird etwas weggenommen?
- Was bedeutet *davon*?

Impulse für die Umkehrbeziehung (immer drei Aufgaben gehören zusammen)

- Wie können denn nun zu einem Bild gleich 3 Aufgaben passen, was haben die alle gemeinsam?
- In den Aufgaben werden nach anderen Dingen gefragt: Was weiß man schon, was ist denn dann mit der Rechnung gesucht?

Methode:

Zentral ist, die Passung zwischen den Bildern und den Aufgaben zu klären. Dabei nutzen die Lernenden aktiv die bedeutungsbezogene Denksprache.

Impuls:

- Rechnung → Bild: Wo versteckt sich das Minus in deinem Bild?
- Bild → Rechnung: Welche Aufgabe passt zu deinem Bild und warum?

1.3 Addition und Subtraktionen gehören zusammen

a)
Jonas: Das sind 123. Dazu kommen noch 22.
Leonie: Ich habe 123, wie viele sind es noch bis zur 145?
Aufgabe: $123 + 22$
Aufgabe: $145 - 123$
Wie siehst du auch noch diese Aufgabe? Zeige im Bild. Aufgabe: $145 - 22$

b) Zeige mit dem Würfelmaterial oder einem Bild, was hier gesagt wird. Warum passen diese drei Aufgaben gut zusammen?
 $18 - 16$
Hier liegen 16. Ich möchte aber 18. Wie viele muss ich dazulegen?
 $18 - 2$
Hier liegen 18. Davon nehme ich 2 weg. Wie viele bleiben übrig?
 $16 + 2$
Hier liegen 16. Dazu lege ich 2. Wie viele sind es zusammen?

c) Lege die Aufgabe $36 - 23$ mit Material und zeichne ein Bild.
Hast du „Wegnehmen“ gedacht wie Emily oder „Ergänzen“ wie Kenan?
Finde in deinem Bild eine zweite Subtraktions-Aufgabe.
Erkläre wie Emily oder Kenan, wie man sie im Bild sieht.
Finde auch eine passende Additions-Aufgabe dazu wie Jonas.

d) Welche drei Aufgaben passen zusammen?
Zeichne ein Bild auf und erkläre, wie sie zu dem Bild passen, ähnlich wie in b).
Welche Aufgabe passt nicht dazu?
Finde auch für sie passende Aufgaben und zeichne ein Bild, in dem man sie sehen kann.
 $48 - 40$ $8 + 40$ $48 - 8$
 $40 - 8$
 $48 + 8$

1.4 Passende Aufgaben finden

Arbeitet zu zweit zusammen:
Jede Person wählt eine Additionsaufgabe aus und zeichnet sie auf.
Dann tauscht ihr die Bilder aus und findet zusammen beide Subtraktionsaufgaben dazu.
Erklärt immer, wie man die Aufgaben im Bild sieht.
Wonach wird gefragt, was weiß man schon?
Wie viel muss ich dazulegen?
Wie viele bleiben übrig?
Wie viele sind es zusammen?

1.5 Erarbeiten und Üben

Ziel: Aufbau von mentalen Vorstellungen der Operationen Addition und Subtraktion

Material: Würfelmaterial (Einerwürfel, Zehnerstangen), Trennwand

Umsetzung: PA

Hintergrund:

Die Lernenden bauen mentale Vorstellungen zu den Operationen auf, indem sie die Materialhandlung verinnerlichen und die Denksprache nutzen.

Methode:

Kind A (mit Sicht auf das Material) wählt eine Aufgabe und verspricht die eigene Materialhandlung. Kind B (ohne Sicht auf das Material) rekonstruiert die Aufgabe. Die Lernenden sollen im Laufe der Übung abwechselnd legen/sprechen und Vorstellungen abrufen/Aufgaben formulieren.

Bei Schwierigkeiten kann die Aufgabe anfangs ohne Trennwand durchgeführt werden.

Denksprache Addition:

- „Ich lege... Dann lege ich... **dazu**. Insgesamt habe ich nun... Ich tausche... in... Nun habe ich...“

Denksprache Subtraktion:

- „Ich habe... **Davon** möchte ich... wegnehmen. Dafür muss ich... in... tauschen. Jetzt kann ich... wegnehmen. Es bleiben... übrig.“

1.5 Rechnen mit Bildern im Kopf – mit Bündeln und Entbündeln

Wer sich eine Rechnung im Kopf vorstellen kann, kann sie auch rechnen, wenn zu wenig Einer da sind. Stellt die Trennwand zwischen euch auf den Tisch und geht vor wie Tara und Rico:

- a) (1) Tara wählt eine **Additionsaufgabe**, aber verrät sie nicht.
(2) Sie legt die 1. Zahl mit Material, zeigt sie für Rico und legt sie hinter die Trennwand.

24 + 18

Ich lege 24...

... und schiebe sie hinter die Trennwand.

Tara

Rico

- (3) Tara legt die 2. Zahl, zeigt sie Rico und schiebt sie auch hinter die Trennwand.
(4) Rico nennt die passende Aufgabe und rechnet.

Ich lege die 18 dazu...

... und schiebe sie auch hinter die Trennwand.

Tara

Rico

Das ist die Aufgabe 24 + 18. Da muss ich erst bündeln, dann sind es ...

- b) (1) Jetzt wählt Rico eine **Subtraktionsaufgabe**, aber verrät sie nicht.
(2) Er legt die 1. Zahl mit Material, zeigt sie Tara und legt sie hinter die Trennwand.

53 - 8

Ich lege 53...

... und lege sie hinter die Trennwand.

Tara

Rico

- (3) Rico holt dann die 2. Zahl hinter der Trennwand hervor und zeigt sie Tara.
(4) Tara nennt die passende Aufgabe und rechnet.

Also 53 - 8, aber dazu musst du erst 1 Zehner in 10 Einer entbündeln. Dann kannst du erst 3, dann 5 wegnehmen und es ist...

Davon will ich 8 Einer wegnehmen.

Tara

Rico

2 Additions- und Subtraktions-Aufgaben am Zahlenstrahl

2.1 Erarbeiten und Üben

Ziel: Umkehrbeziehung von Addition und Subtraktion am Zahlenstrahl erarbeiten

Material: Leerer Zahlenstrahl

Umsetzung: a) UG, b) EA und UG

Hintergrund:

Die Lernenden erarbeiten die Umkehrbeziehung zwischen Addition und Subtraktion. Beide Operationen können in ein Bild hineingesehen werden (Addition: Schritt vorwärts, Schrittlänge ist der zweite Summand; Subtraktion: Schritt rückwärts, Schrittlänge ist der Subtrahend und in der ergänzenden Vorstellung: Die Schrittlänge zwischen den beiden Zahlen ist gesucht).

Denksprache:

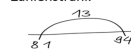
- „Ich starte bei... gehe einen ...er-Schritt vor/zurück. Ich lande bei...“
- „Zwischen ... und ... liegt ein ... er-Schritt.“

Impuls:

- Zeige, wie alle 3 Aufgaben zum Zahlenstrahl passen.
- Was ist jeweils das, wonach die Aufgabe fragt?

2.1 Hin und her auf dem Zahlenstrahl

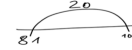
- a) Zeichnet die Aufgaben $26 + 10$ und $36 - 10$ am Zahlenstrahl. Was fällt euch auf? Erklärt.
- b) Finde jeweils eine Additions-Aufgabe und zwei Subtraktions-Aufgaben und zeigt am Zahlenstrahl.



$$81 + 13 = 94$$

$$94 - 13 = 81$$

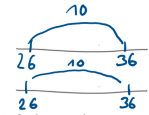
$$94 - 81 = 13$$



$$81 + 20 = 101$$

$$101 - 20 = 81$$

$$101 - 81 = 20$$



$$56 + 14 = 70$$

$$70 - 14 = 56$$

$$70 - 56 = 14$$

2.2 Erarbeiten

Ziel: Wegnehmen und Ergänzen in eine Zahlenstrahldarstellung hineinsehen

Material: Leerer Zahlenstrahl

Umsetzung: a) UG, b) EA, c) PA und UG

Hintergrund:

Die Lernenden sollen in dieser Textaufgabe erkennen, dass die gesuchte Menge sowohl additiv (Ergänzen) als auch subtraktiv (Wegnehmen) ermittelt werden kann. Am Zahlenstrahl wird dies unterschiedlich dargestellt. Ergänzen: Schrittlänge ist gesucht.

Wegnehmen: Eine Position auf dem Zahlenstrahl ist gesucht.

Impuls:

- Warum beginnt Leonie bei 360 und Emily bei 400?

Hintergrund:

Die Aufgabe fokussiert das Herausarbeiten der Vorgehensweisen (Wegnehmen/Ergänzen) auf der Metaebene. Ziel ist das Hineinsehen und Umdeuten vom Wegnehmen hin zum Ergänzen und umgekehrt.

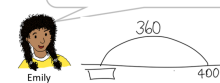
Impuls:

- Denkt euch eine eigene Textaufgabe aus. Stellt die Aufgabe jeweils wie Emily und Leonie am Zahlenstrahl dar.

2.2 Zwei Rechenwege für eine Textaufgabe

- a) Emily und Leonie lösen die Textaufgabe.
- Vergleicht die zwei Wege.
 - Sind beide Wege richtig?
 - Schreibt die Rechnungen dazu auf.

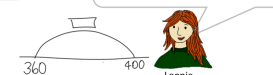
Im Album sind 400 Felder für Bilder. Ich habe schon Bilder für 360 Felder. Wie viele leere Felder sind noch übrig?



Emilys Rechnung: $400 - 360 = 40$

Textaufgabe: In das Sammelalbum passen 400 Fußballbilder. Emily hat schon 360 Fußballbilder. Wie viele Bilder fehlen ihr noch?

Ich habe schon 360 Bilder. Wie viele Bilder fehlen mir noch, bis ich 400 habe?



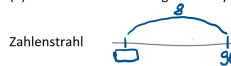
Leonies Rechnung: $360 + 40 = 400$

- b) Zeichne zwei Rechenwege für die Textaufgabe:

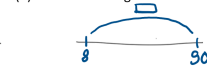
Textaufgabe: In das Sammelalbum passen 90 Tierbilder. Dilara hat 8 Tierbilder. Wie viele Bilder fehlen ihr?

(1) Zeichne und nimm weg wie Emily.

(2) Zeichne und ergänze wie Leonie.



Rechnung: $90 - 8 = 82$



Rechnung: $8 + 82 = 90$

- c) Besprecht und zeigt am Beispiel von Emily und Leonie: Wieso gehören beide Subtraktionen zusammen? Welche Addition würde auch passen?

3 Rechengeschichten zu Additions- und Subtraktionsaufgaben

3.1 Erarbeiten

Ziel: Addition und Subtraktion in Rechengeschichten erkennen; Passung zwischen Term und Rechengeschichte erklären

Material: -

Umsetzung: 3.1. EA, dann UG; 3.2 PA und UG; 3.3 PA und UG

Hintergrund:

Die Lernenden sollen Additions- und Subtraktionsaufgaben in Sachsituationen hineinsehen. Dabei aktivieren sie ihre Vorstellungen zu den Operationen und festigen sie.

Hintergrund:

Zu der Flohmarktsituation lassen sich viele verschiedene Rechengeschichten erzählen (aus der Rolle des Verkäufers oder Käufers). Die zwei vorgegebenen Rechengeschichten greifen das Wegnehmen sowie das Ergänzen auf.

Methode:

Die Lernenden analysieren die Flohmarktsituation und finden eigene passende Rechengeschichten. Das kann sowohl im Vorfeld der Aufgabe angestoßen als auch zur Vertiefung genutzt werden.

Hintergrund:

In der sprachlich dargestellten Situation werden 3 Zahlen (das Gesamte und die zwei Teilmengen) erwähnt. Die Lernenden festigen ihre Vorstellung zur Addition, indem sie bewusst eine Frage stellen, in der das Gesamte gesucht ist. Sie festigen ihre Vorstellung zur Subtraktion, indem sie bewusst eine Frage zum gesuchten Teil stellen.

Impuls:

- Was könnte passieren, damit Emily plus bzw. minus rechnen muss?

3.1 Rechengeschichten passend zuordnen

- a) Bei welchen Geschichten kannst du rechnen? Verbinde. Wieso passen die anderen nicht?

Auf dem Flohmarkt: Marie hat 50 Bücher. 18 Bücher verkauft sie.	$50 + 18$	Eisdiele: Es gibt 50 Gäste und 18 Eissorten.
Autorennen: Es sind 50 Zuschauer. Die Autos fahren 18 Runden.	$50 - 18$	Pause: In der Pause bleiben 50 Kinder in der Halle. 18 Kinder gehen hinaus.

Hier kann ich nicht rechnen!

3.2 Eine Situation – Verschiedene Additions- und Subtraktionsaufgaben

- a) Beschreibe die Situation auf dem Flohmarkt.



Welche Frage und welche Aufgabe passen zusammen? Verbinde und erkläre.

Wie viel Geld hat Max übrig, wenn er die Kanne kauft?	$20 - 8 = 12$	Wie viel Geld braucht Max noch, damit er sich die Lampe kaufen kann?
	$20 + 8 = 28$	
	$22 - 20 = 2$	

- b) Finde Fragen zu der Situation aus a), die zu diesen Aufgaben passen und rechne aus.

$30 + 40 = 70$	$20 - 13 = 7$	$20 + 50 = 70$
----------------	---------------	----------------

3.3 Bekannte Zahlen, gesuchte Zahlen

- Nenne eine Additions-Aufgabe, die zur Situation passt. Überlege genau: Welche Frage beantwortet man damit?
- Nenne zwei Subtraktions-Aufgaben, die zur Situation passen. Überlege genau: Welche Frage beantwortet man damit?

Emily hat 35 Murmeln, davon verschenkt sie 15 und behält 20 Murmeln.