Mathe sicher können

Didaktischer Kommentar
zum Diagnose- und Fördermaterial

N4 Multiplikationsverständnis vermitteln

Inhalt

Zitierbar als

Akinwunmi, Kathrin, Selter, Christoph, Deutscher, Theresa, Mosandl, Corinna, Nührenbörger, Marcus, Ademmer, Claudia, Totaro, Debora, Dohle, Alexandra & Prediger, Susanne, Bönig, Lena (2025). Mathe sicher können – Didaktischer Kommentar zu N4A: Multiplikation und Division verstehen. Zu Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger & Stephan Hußmann (Hrsg.), Mathe sicher können. Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen (2. Auflage). Open Educational Resources unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n4

Hinweis zu verwandtem Material

Die Fördermaterialien sind auch bei Cornelsen erschienen in 2. Auflage. Gegenüber der 1. Auflage des Materials (2014) wurde die 2. Auflage erheblich weiterentwickelt, um noch gezielter die Darstellungsvernetzung zu thematisieren und eine bedeutungsbezogene Denksprache einzuführen. Die zu diesem Diagnose- und Fördermaterial gehörigen Didaktischen Kommentare, Erklärvideos und Fortbildungsfilme sind zu finden unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz.

N4 Worauf kommt es beim Multiplikationsverständnis und Divisionsverständnis inhaltlich an?

Lerninhalt

Für Lernende ist es von hoher Bedeutung, ein tragfähiges Operationsverständnis der Multiplikation und Division aufzubauen. Dieses ist von besonderer Relevanz für das weitere Lernen in der Sekundarstufe. Es stellt die Grundlage für das Verstehen von Rechenwegen und -gesetzen dar und ist auch für das Bruchrechnen, das Verständnis von proportionalen Zusammenhängen, für die Bestimmung von Flächeninhalten und Volumina sowie die Prozent- und Zinsrechnung relevant.

Daher braucht es kein Auswendiglernen von Einmal-Eins-Aufgaben, sondern tragfähige Vorstellungen. Die Lernenden müssen dafür die multiplikative Struktur in Bilder und Situationen hineinsehen lernen.

Im Vordergrund stehen dabei immer Begründungen der Lernenden zu der Frage „Warum passen die Multiplikations-Aufgabe (bzw. Divisions-Aufgabe) und das Bild (bzw. die Rechengeschichte) zusammen?“. Dafür arbeiten die Lernenden mit Würfelbildern, lebenswirklichen Bildern, Punktefeldern, Rechengeschichten und Zahlenstrahl-Darstellungen.

Strukturen der Multiplikation

Grundlegend für den Verständnisaufbau, ist die Erkenntnis, dass beim Multiplizieren in Bündeln gezählt wird: *3 · 4 das sind drei 4er-Gruppen*. Man zählt also nicht Einzelobjekte, sondern Bündel, das sind gleichgroße Gruppen. Der erste Faktor eines Terms gibt an, wie viel Bündel man hat. Der zweite Faktor, wie groß die Bündel sind. Erster Lernschritt für die Lernenden ist das Bilden bzw. Erkennen gleichgroßer Gruppen in Darstellungen (multiplikative Bündel-Strukturen hineinsehen) und der Aufbau bedeutungsbezogener Sprachmittel (*Ich sehe drei Gruppen. Jede Gruppe ist 5 groß. Also drei 5er.*).

Nächster Lernschritt ist das Verständnis, dass das Zählen gleichgroßer Gruppen Kern der Multiplikation ist. Lernende sollen die *Multiplikation also als Zählen gleichgroßer Gruppen* verstehen. Die Einsichten und Vorstellungen erarbeiten sie anhand verschieder Darstellungen: Würfelbilder *(Drei Würfel mit je 4 Punkten, also 3 · 4) Punktefelder (Fünf Reihen. In jeder Reihe sind 4 Punkte, also fünf 4er.) und Zahlenstrahl (Zwei Schritte. Jeder Schritt ist 6 lang. Also zwei 6er.)*

In diesen drei zentralen Darstellungen für multiplikative Strukturen sollen Lernende a) Verständnis aufbauen (Bei Mal zähle ich gleichgroße Gruppen), b) Strukturblick üben (Ich erkenne in dem Bild 5er-Gruppen. Es sind drei 5er.) und c) Vorstellungen aufbauen (Bei 4· 5 denke ich an 5er-Gruppen. Davon gibt es vier.).

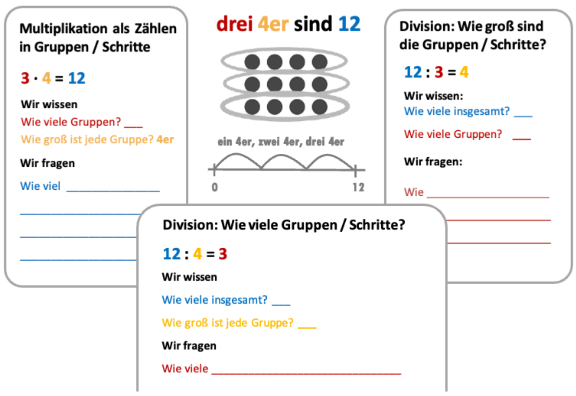
Eine besondere Rolle dabei spielt die sprachliche Vernetzung zwischen bildlicher Darstellung und Term (durch die Klärung der Frage „Warum passt das Bild zur Aufgabe?“), da die Lernenden durch das Erklären der Vernetzung ihre Vorstellungen aktivieren und ein tiefgreifendes Verständnis zur Multiplikation aufbauen.

Eigenschaften der Division

Die Division ist die Umkehroperation zur Multiplikation. In einer bildlichen Darstellung zu einer Malaufgabe sind daher auch die Umkehraufgaben erkennbar. Das Erkennen ebendieser Umkehraufgaben ist Ziel der Förderung (Drei Aufgaben gehören zum Bild UND drei Aufgaben gehören zusammen).

Für das Erkennen von Divisions-Aufgaben in einem Bild oder einer Situation muss das Erkennen multiplikativer Strukturen (also das Erkennen und Zählen gleichgroßer Gruppen) bereits möglich sein. Divisionsverständnis setzt also tragfähige Vorstellungen zur Multiplikation voraus.

Zu jeder Multiplikations-Aufgabe (bzw. ein passendes Bild) passen grundsätzlich immer zwei verschiedene Divisions-Aufgaben. Verstehenskern ist, dass von den drei Informationen jeweils eine gesucht ist, während die beiden anderen bekannt sind.



Besonders zentral ist die Frage „passen in“ zu erarbeiten: Wenn ein Bild / eine Situation die Information der Gesamtzahl und der Gruppengröße gegeben ist, wird die Gruppenanzahl gesucht. Die Lernenden formulieren bedeutungsbezogen: „Wie viele 6er-Gruppen passen in 12?“. Weiterhin kann natürlich nach der Gruppengröße gefragt sein. Die Lernenden versprachlichen bedeutungebezogen: „12 in drei gleichgroßen Gruppen. Wie groß ist jede Gruppe?“

Veranschaulichung und Material

Gruppierte Darstellungen: Beim Spielen mit Würfeln nutzen die Lernenden bereits das Wissen, dass man nicht immer einzeln, sondern in Gruppen zählen kann: Ein 4er sind 4, zwei 4er sind 8, drei 4er sind 12, und so weiter. Dieses **Zählen in Gruppen** können sie dann mithilfe der Multiplikation abkürzen. Zu den Würfelbildern steht Ihnen auch ein Erklärvideo für Lernende bereit.

Flächige Darstellungen und Punktefelder: Das Punktefeld (die flächige Darstellung der Multiplikation), ist für das Weiterlernen besonders zentral, denn es bildet eine Grundlage für viele weitere Inhalte der Sekundarstufe, zum Beispiel für die Flächeninhalte oder auch für die Erarbeitung der binomischen Formeln.

Lineare Darstellungen: Lernende sollen die Multiplikation auch als Zählen in Schritten deuten. Die Aufgabe 3 · 4 lässt sich z.B. am Zahlenstrahl anhand von drei 4er-Bögen darstellen.

Sachsituationen in Wort und Bild

Lernende sollen in die multiplikative Struktur in durch Text und im Bild dargestellte Sachsituation erkennen und erklären. Durch das sprachliche Erklären wird der Vorstellungsaufbau unterstützt. Gerade in Sachsituationen reicht auswendiggelerntes oder rein prozedurales Wissen nicht aus, um die Aufgaben zu lösen. Die Lernenden müssen hier ihre Vorstellungen aktivieren und nutzen, wodurch diese weiter gefestigt werden.

In der Förderung

Herausforderungen

Ein häufig auftretendes Phänomen ist, dass Lernende bei flächigen Darstellungen nur die Ränder betrachten und daraus die Multiplikations-Aufgabe ableiten. So erkennen sie jedoch die Strukturen der Operation selbst nicht. Wenn Lernende nur die Ränder von flächigen Darstellungen betrachten, deutet das auf reines Oberflächenwissen hin. Daher ist es besonders wichtig, in der Förderung die Bündelungsstruktur deutlich zu explizieren, indem der Blick der Lernenden auf die Gesamtmenge der Punkte o.Ä. und die gleich großen Gruppen darin gelenkt wird. Das Einzeichnen der gleichgroßen Gruppen ist besonders zielführend („Wo siehst du die 5er?)

Bedeutungsbezogene Denksprache

Multiplikation:

- Drei 5er, acht 3er, 3 Fünfer-Schritte
- 8 · 4 heißt, dass es acht 4er gibt
- Jede Zeile hat vier Punkte, also 4er. Es gibt zwei Zeilen, also zwei 4er. Dazu passt 2 · 4.

Division:

- Wie viele 3er *passen in* 12?
- Wie viele 4er-Schritte bis zur 16?
- 15 in drei Gruppen, wie groß ist jede Gruppe?
- Bis zur 18 in sechs Schritten. Wie groß ist jeder Schritt?

Fokus des Bausteins N4A

Im Baustein N4A werden Lernende dazu befähigt, Multiplikation als Zählen in gleich großen Gruppen zu verstehen.

Fokus des Bausteins N4B

Im Baustein N4B bauen die Lernenden die Grundvorstellungen der Division auf, indem sie in die multiplikative Struktur die zwei zur Division passenden Fragen hineinsehen.

Digitale Medien zum Baustein

Alle digitalen Medien werden kontinuierlich ausgebaut und sind stets aktuell verlinkt unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n4

- Benutzt wird in Aufgabe 2.6 ein **veränderbares digitales Rechteckfeld**, das auch am Smartphone funktioniert: dzlm.de/vam/msk-rechteckfeld.html
- In den **didaktischen Themenfilmen** werden die aufgeführten Aspekte mit Fallbeispielen illustriert und es wird aufgezeigt, worauf es bei der Förderung ankommt (nach Registrierung zugänglich):
  N4A: https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/themenvideo/multiplikation
  N4B: https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/themenvideo/division
- Mit den **drei Erklärvideos** lassen sich die erarbeiteten Inhalte mit den Kindern systematisieren.
  1) Multiplikation und Würfelbilder (N4A):
  https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=713
  2) Multiplikation und Punktebilder (N4A):
  https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=686
  3) Division und Punktebilder (N4B)
  https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=714
- Digitale Diagnose wird in zunehmend mehr Bundesländern im **MSK-Online-Check** möglich.
- Zu N4A gibt es bereits ein **Gesprächsgerüst** für eine Klassenstunde.

Weiterführende Literatur

Kuhnke, K. (2013). *Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Darstellungswechsel.* Springer Wiesbaden.

PIKASkompakt. (o.J). *Operationsverständnis Multiplikation*. https://pikas-kompakt.dzlm.de/themenh%C3%A4user/operationsverst%C3%A4ndnis-multiplikation

Prediger, S. (2019). Mathematische und sprachliche Lernschwierigkeiten. Empirische Befunde und Förderansätze am Beispiel des Multiplikationskonzepts. *Lernen und Lernstörungen*, *8*(4), 247 - 260.

Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen.* Schroedel.

N4A Was können wir diagnostizieren?

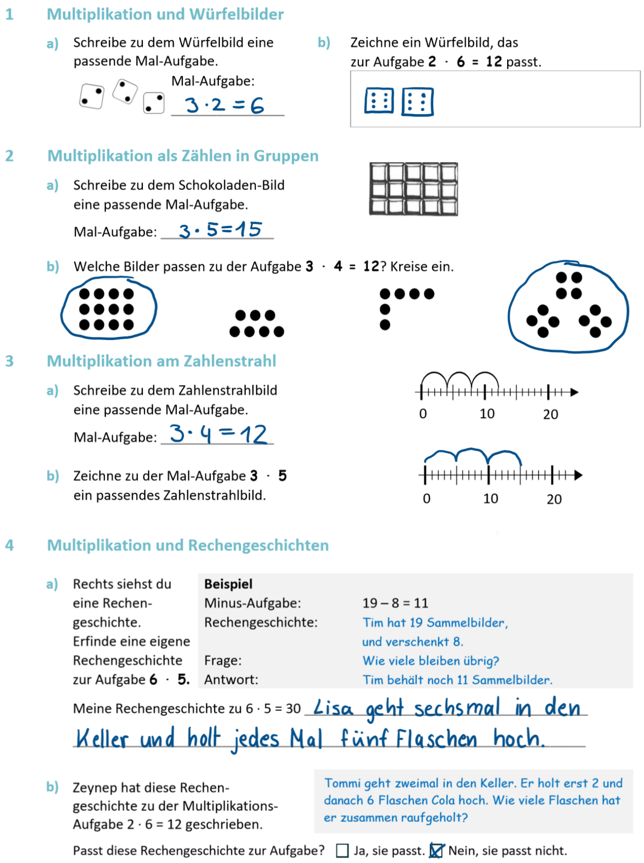
Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Lernende, die über ein tragfähiges Operationsverständnis verfügen, sind in der Lage, die multiplikativen Strukturen in die verschiedenen bildlichen Darstellungen hineinzusehen bzw. entsprechend darzustellen.

Sollten während der Durchführung bei Aufgabe 1 oder 2 ungewöhnliche bzw. nicht verständliche Lösungen auftreten, werden die Lernenden gebeten, auf der Rückseite oder auf einem weißen Blatt Begründungen zu ihren Termen zu notieren bzw. die erkannten Strukturen in das Bild einzuzeichnen (insbesondere zentral bei der Schokolade).

Bei Schwierigkeiten zum Begriff ‚Rechengeschichte' kann ein Verweis auf das Beispiel helfen: Hier oben im Beispiel ist eine Rechengeschichte. Jetzt sollst du zu der Aufgabe 6 · 5 eine eigene Rechengeschichte (oder einfach eine Textaufgabe) erfinden.
Bei Abgabe des Blattes sollte die Lehrkraft kontrollieren, ob die Aufgabenstellung zu Aufgabe 4 verstanden wurde. Ggf. werden die Lernenden um eine weitere Bearbeitung auf der Rückseite oder auf einem weißen Blatt gebeten.


1 Multiplikation und Würfelbilder

a) Schreibe zu dem Würfelbild eine passende Mal-Aufgabe.
Mal-Aufgabe: 3 · 2 = 6

b) Zeichne ein Würfelbild, das zur Aufgabe **2 · 6 = 12** passt.

2 Multiplikation als Zählen in Gruppen

a) Schreibe zu dem Schokoladen-Bild eine passende Mal-Aufgabe.
Mal-Aufgabe: 3 · 5 = 15

b) Welche Bilder passen zu der Aufgabe **3 · 4 = 12**? Kreise ein.

3 Multiplikation am Zahlenstrahl

a) Schreibe zu dem Zahlenstrahlbild eine passende Mal-Aufgabe.
Mal-Aufgabe: 3 · 4 = 12

b) Zeichne zu der Mal-Aufgabe **3 · 5** ein passendes Zahlenstrahlbild.

4 Multiplikation und Rechengeschichten

a) Rechts siehst du eine Rechengeschichte. Erfinde eine eigene Rechengeschichte zur Aufgabe **6 · 5.**

Beispiel
Minus-Aufgabe: 19 – 8 = 11
Rechengeschichte: Tim hat 19 Sammelbilder, und verschenkt 8.
Frage: Wie viele bleiben übrig?
Antwort: Tim behält noch 11 Sammelbilder.

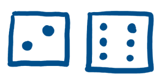
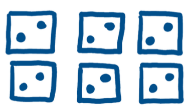
Meine Rechengeschichte zu 6 · 5 = 30 Lisa geht sechsmal in den Keller und holt jedes Mal fünf Flaschen hoch.

b) Zeynep hat diese Rechengeschichte zu der Multiplikations-Aufgabe 2 · 6 = 12 geschrieben.
Tommi geht zweimal in den Keller. Er holt erst 2 und danach 6 Flaschen Cola hoch. Wie viele Flaschen hat er zusammen raufgeholt?

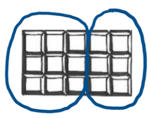
Passt diese Rechengeschichte zur Aufgabe? ☐ Ja, sie passt. ☑ Nein, sie passt nicht.

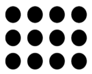
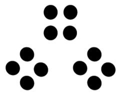
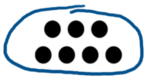
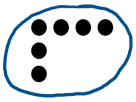
Hinweise zur Auswertung

Diagnoseaufgabe 1: Multiplikation und Würfelbilder

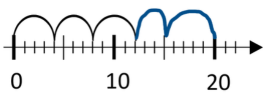
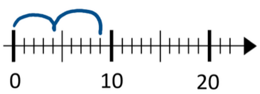
<table>
<tr><th colspan="2">Typische Fehler</th><th>Mögliche Ursache</th><th>Förderung</th></tr>
<tr><td rowspan="3">a)</td><td>Zwei 2er addiert und anschließend mit 2 multipliziert, also 4 · 2 oder 2 · 4</td><td rowspan="2">Evtl. unvollständige Vorstellung von Bedeutung der Multiplikation als Zählen von gleichgroßen Gruppen</td><td rowspan="2">An 1.1 – 1.4 Multiplikation als Zählen gleichgroßer Gruppen mithilfe von Würfelbildern erarbeiten und bedeutungsbezogene Denksprache aufbauen. Die multiplikative Struktur muss dabei in die Würfelbilder hineingesehen werden.</td></tr>
<tr><td>Alle sichtbaren Zahlen miteinander multiplizerert oder addiert: 2 · 2 · 2 bzw. 2+ 2 + 2</td></tr>
<tr><td>Die Multiplikation wird falsch herum aufgeschrieben, also 2 · 3</td><td>Evtl. unvollständige Vorstellung von Bedeutung der Multiplikation als Zählen von gleichgroßen Gruppen; evtl. nur Konvention nicht beachtet</td><td>Evtl. an 1.1 - 1.4 Multiplikation Zählen gleichgroßer Gruppen mithilfe von Würfelbildern und der Nutzung bedeutungsbezogener Denksprache erarbeiten. Dabei besondern die Bedeutung der Faktoren (Gruppenanzahl und Gruppengröße) thematisieren. Evtl. kein Förderbedarf.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">b)</td><td></td><td rowspan="2">Evtl. unvollständige Vorstellung von Bedeutung der Multiplikation als Zählen von gleichgroßen Gruppen; Multiplikative Struktur kann nicht als Würfelbild dargestellt werden (Fokus auf Zahlen, nicht auf Operation)</td><td rowspan="4">An 1.1 - 1.4 Multiplikation als Zählen gleichgroßer Gruppen mithilfe von Würfelbildern und der Nutzung der bedeutungsbezogegen Denksprache erarbeiten. Lernende sollen Terme durch eigene Würfelbilder darstellen können.</td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td>12-mal die gleiche Zahl oder alternativ 12 Würfel gezeichnet, da das Ergebnis 12 ist</td><td>Unvollständige Vorstellung von Würfelbildern als gruppierte Darstellung der Multiplikation: Nur Fokus auf Ergebnisse, nicht Operation</td></tr>
<tr><td></td><td>Vorstellung von Würfelbildern als gruppierte Darstellung der Multiplikation wahrscheinlich vorhanden, evtl. jedoch Konvention der Reihenfolge der Faktoren nicht bekannt oder nicht beachtet</td></tr>
</table>

Diagnoseaufgabe 2: Multiplikation als Zählen in Gruppen

<table>
<tr><th colspan="2">Typische Fehler</th><th>Mögliche Ursache</th><th>Förderung</th></tr>
<tr><td rowspan="2">2a)</td><td>
9 · 6</td><td>Unvollständige Vorstellung der Multiplikation; evtl. Schweirigkeit beim Hineinsehen der multiplikativen Struktur in alltagsähnliche Bilder (Addition und Multiplikation vermischt)</td><td rowspan="2">An 2.1 – 2.2 Multiplikation als Zählen gleichgroßer Gruppen mithilfe von Würfelbildern und der Nutzung der bedeutungsbezogegen Denksprache erarbeiten. Dabei das Erkennen der multiplikativen Struktur in Bildern fokussieren.</td></tr>
<tr><td>Sichtbare Zahlen aus dem Bild konstruiert und miteinander multipliziert, z.B. 3 · 15 oder 5 · 5 · 5</td><td>Oberflächenübersetzung der Darstellungen; evtl. Schwierigkeit beim Hineinsehen der multiplikativen Struktur in alltagsähnliche Bilder (Nur Zahlen im Blick, nicht Operation)</td></tr>
</table>

b.1)	 (nicht eingekreist)	Unvollständige Vorstellung der Multiplikation als flächige Darstellung	An 2.3 – 2.6 erarbeiten, gleichgroße Gruppen in Punktebilder hineinzusehen und die Multiplikation als das Zählen ebendieser Gruppen zu verstehen, um die mulitpikativen Strukturen in flächige Darstellung herauszuarbeiten. Dabei die Vernetzung von der Darstellung der Multiplikation in Punktebildern mit der Darstellung der Multiplikation als Term fokussieren und die Bündelsprache nutzen.
b.4)	 (nicht eingekreist)		
b.2)		Unvollständige Vorstellung der Multiplikation als Zählen von Gruppen in Punktebildern (Einzelfaktoren additiv verknüpft)	
b.3)		Unvollständige Vorstellung der Multiplikation als Zählen von Gruppen in Punktebildern (Blick nur auf die Ränder)	

Diagnoseaufgabe 3: Multiplikation am Zahlenstrahl

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
a)	$5 \cdot 4 = 20$ 	Unvollständige Vorstellung der Multiplikation als Zählen gleichgroßer Schritte am Zahlenstrahl (evtl. sichtbare Zahlen fokussiert; evtl. Bögen bis zur 20 ergänzt, nicht unbedingt in korrekter Länge)	An 3.1 – 3.3 Multiplikative Strukturen am Zahlenstrahl erarbeiten als das Zählen gleichgroßer Schritte. Dabei die Bündelsprache nutzen.
	Eine unpassende Aufgabe zu den sichtbaren Zahlen aufgeschrieben, z.B. 20 : 10 oder $0 \cdot 12$	Unvollständige Vorstellung der Multiplikation als Zählen gleichgroßer Schritte am Zahlenstrahl (evtl. nur sichtbare Zahlen fokussiert)	
b)		Unvollständige Vorstellung der Multiplikation als Zählen gleichgroßer Schritte am Zahlenstrahl (Aufgabe additiv interpretiert)	An 3.1 – 3.3 Multiplikation als Zählen in gleichgroßen Schritten am Zahlenstrahl erarbeiten: Dabei das Hineinsehen der multiplikativen Struktur in den Zahlenstrahl fokussieren und die Bündelsprache nutzen. Besonderen Fokus auf Abgrenzung zur Addition und die unterschiedliche Bedeutung der Faktoren als Schrittanzahl und Schrittlänge legen. Dabei Relevanz der 0 am Zahlenstrahl klären (falls Start nicht bei 0).

Diagnoseaufgabe 4: Multiplikation und Rechengeschichten

<table>
<tr><th colspan="2">Typische Fehler</th><th>Mögliche Ursache</th><th>Förderung</th></tr>
<tr><td rowspan="3">a)</td><td>„Ich habe insgesamt 6 Bonbons und esse 5.“
6 · 5 = 30</td><td>Evtl. unvollständige Vorstellung der Multiplikation in Sachsitationen (Geschichte passt zu einer anderen Operation, vorwiegend Subtraktion)</td><td rowspan="2">An 4.1 – 4.5 Erkennen und Zählen gleichgroßer Gruppen in Sachsituationen zum Vertiefen des Multiplikationsverständnisses und Vorstellungsaufbau erarbeiten. Dabei die Passung zwischen Sachsituationen und Term mithilfe bedeutungsbezogener Denksprache erklären.</td></tr>
<tr><td>„Anna hat heute Geburtstag. Sie wird 6 Jahre alt. Sie hat 5 Freundinnen eingeladen.“
6 · 5 = 30</td><td>Oberflächenübersetzung nur der Zahlen; evtl. unvollständige Vorstellung der Multiplikation in Sachsitationen (Geschichte lässt keine mathematische Operation zu)</td></tr>
<tr><td>„Anton geht 5 mal aus dem Keller jeweils 3 Flaschen holen.“
3 · 5 = 15</td><td>Die Operation ist richtig, jedoch werden die Zahlen verändert</td><td>Evtl. kein Förderbedarf vorhanden</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>☑ Ja, sie passt.</td><td>Overflächenübersetzung der Darstellungen; evtl. unvollständige Vorstellung der Multiplikation in Sachsitationen</td><td>An 4.1 – 4.5 Erkennen und Zählen gleichgroßer Gruppen in Sachsituationen zum Vertiefen des Multiplikationsverständnisses und Vorstellungsaufbau erarbeiten. Dabei die Passung zwischen Sachsituationen und Term mithilfe bedeutungsbezogener Denksprache erklären.</td></tr>
</table>

N4A Wie fördern wir, dass Kinder Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?

1 Multiplikation und Würfelbilder

1.1 **Erarbeiten**

Ziel: Gruppierte Darstellungen in Würfelbildern erkennen

Material: Ggf. Würfel

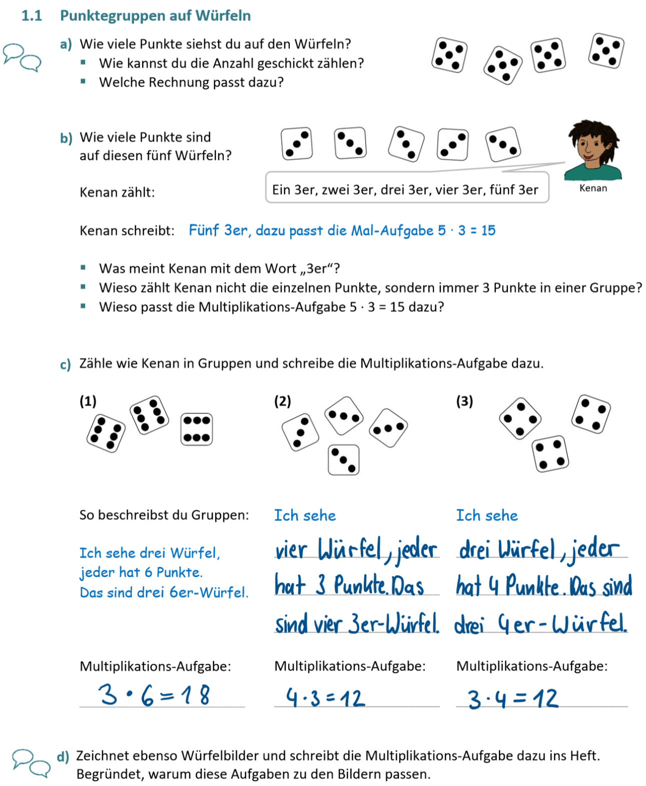
Umsetzung: a), b) UG; c), d) EA und UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Vorstellung der Multiplikation als *Zählen in Gruppen* aufbauen. Dazu eignen sich Würfel besonders gut, da damit an das Vorwissen der Lernenden angeknüpft werden kann, dass gleiche Augenzahlen bzw. Gruppen schnell gezählt werden können.
Beim Zählen der Gruppen sollen die Lernenden die Idee der gleich großen Gruppen verinnerlichen und die bedeutungsbezogene Denksprache („Ich sehe sechs 4er“) nutzen.
Durch diese Aufgabe wird eine Entwicklung von der additiven Zusammenfassung oder Wiederholung der Gruppen zur multiplikativen Idee angeregt.

Hinweis: Es passt jeweils nur eine Multiplikations-Aufgabe zu jedem Würfelbild. Der Multiplikator gibt die Anzahl der Gruppen an, der Multiplikand die Größe der Gruppen.

Impulse:
- Warum passt die Aufgabe zu dem Würfelbild?
- Wie würde das Würfelbild aussehen, wenn wir $6 \cdot 3$ statt $3 \cdot 6$ hätten?

Methode:
Echte Würfel können dazu genutzt werden, um weitere Würfelbilder legen und beschreiben zu lassen, z.B. in Partnerarbeit. Der Einsatz ist auch im Plenum denkbar.



1.1 Punktegruppen auf Würfeln

a) Wie viele Punkte siehst du auf den Würfeln?
- Wie kannst du die Anzahl geschickt zählen?
- Welche Rechnung passt dazu?

b) Wie viele Punkte sind auf diesen fünf Würfeln?

Kenan zählt: Ein 3er, zwei 3er, drei 3er, vier 3er, fünf 3er

Kenan

Kenan schreibt: Fünf 3er, dazu passt die Mal-Aufgabe $5 \cdot 3 = 15$

- Was meint Kenan mit dem Wort „3er“?
- Wieso zählt Kenan nicht die einzelnen Punkte, sondern immer 3 Punkte in einer Gruppe?
- Wieso passt die Multiplikations-Aufgabe $5 \cdot 3 = 15$ dazu?

c) Zähle wie Kenan in Gruppen und schreibe die Multiplikations-Aufgabe dazu.

(1)	(2)	(3)
So beschreibst du Gruppen: Ich sehe drei Würfel, jeder hat 6 Punkte. Das sind drei 6er-Würfel.	Ich sehe vier Würfel, jeder hat 3 Punkte. Das sind vier 3er-Würfel.	Ich sehe drei Würfel, jeder hat 4 Punkte. Das sind drei 4er-Würfel.
Multiplikations-Aufgabe: $3 \cdot 6 = 18$	Multiplikations-Aufgabe: $4 \cdot 3 = 12$	Multiplikations-Aufgabe: $3 \cdot 4 = 12$

d) Zeichnet ebenso Würfelbilder und schreibt die Multiplikations-Aufgabe dazu ins Heft. Begründet, warum diese Aufgaben zu den Bildern passen.

1.2 **Erarbeiten**

Ziel: Multiplikative Strukturen in Würfelbildern erkennen

Material: a) 5 Würfel pro Kind, b, d) ggf. 10 Würfel pro Gruppe

Umsetzung: a) GA; b), c) PA und UG; d) UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Gruppensprache verinnerlichen und multiplikative Strukturen in Würfelbildern erkennen. Durch das wiederholte Deuten der gewürfelten Gruppen müssen die Lernenden immer wieder zwischen den Darstellungen wechseln und bauen ihre Vorstellungen zur Multiplikation weiter aus.

Impulse:
- Warum passt diese Multiplikations-Aufgabe zu deinen Würfeln?
- Wieso kann Jonas so rechnen?

Methode:
Jeder Spieler würfelt dreimal hintereinander. Nach dem 1. Wurf entscheidet er sich für eine Augenzahl, die er sammelt (i.d.R. eine Zahl, die im 1. Wurf oft vorkommt) und legt Würfel mit dieser Augenzahl beiseite. Beim 2. und beim 3. Wurf mit den restlichen Würfeln legt er jeweils weitere Würfel mit dieser Augenzahl beiseite. Am Ende zählen nur die Augen der Würfel mit gleicher Augenzahl (Vereinfachte Form des Spiels Kniffel).

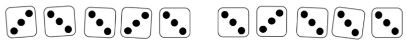
Methode:
Begriffe der ersten zwei Spalten (Anzahl, Augenzahl) gemeinsam klären.
Aufgabe c) kann abgedeckt oder Aufgabe b) mündlich gestellt werden (z.B. mit 10 Würfeln auf dem Tisch), damit die Lernenden die Lösung der MSK-Kinder noch nicht sehen.

1.2 Gruppen beim Würfelspiel

a) Spielt zu dritt, schreibt eure Spiele in die Tabelle.

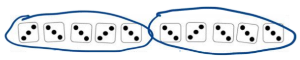
	Name der 3 Kinder	Wie viele Würfel zeigen gleich viele Punkte?	Ein Würfel zeigt einen …	Alle Würfel zusammen zeigen…	Aufgabe	Punkte	Wer gewinnt?
Beispiel	Lisa	drei	4er	drei 4er	$3 \cdot 4$	12	Jonas
Spiel 1							
Spiel 2							

b) Jonas holt sich 10 Würfel aus der Würfelkiste. Damit legt er lauter 3er.
Wie viele Punkte sind das zusammen?

30 = 

c) Kenan, Jonas und Emily haben die Punkte so bestimmt:

Kenan:
10 Dreier, das sind
3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30

Emily:

Zwei 15er, ich rechne $2 \cdot 15 = 30$

Jonas:
Zehn 3er, also $10 \cdot 3 = 30$

Beschreibt, wie die Kinder rechnen.
Was hat Kenan anders gemacht als Emily oder Jonas?

Beschreibt, wie die Kinder rechnen.
Was hat Kenan anders gemacht als Emily oder Jonas?

d) Jonas überlegt:

Wenn ich zehn Würfel mit jeweils 5 Punkten lege, wie viele Punkte wären das dann insgesamt?


Jonas

- Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Rechenweg auf.
- Wie würde Emily es beschreiben? Und wie Jonas?

1.3 – 1.4	**Üben**
Ziel:	Darstellungswechsel zwischen Würfelbildern und gruppierter Sprechweise
Material:	5 Würfel pro Gruppe (ggf. auch 10 Würfel)
Umsetzung:	1.3 a), b) PA; c) EA und UG; 1.4 PA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen multiplikative Strukturen in Würfeldarstellungen erkennen. Mithilfe der Denksprache wechseln die Lernenden zwischen den Darstellungen der sprachlich beschrieben Multiplikations-Aufgabe und den Würfeldarstellungen und festigen dadurch die Vorstellung von gruppierten Darstellungen.
Es kann vorkommen, dass Lernende zur Multiplikations-Aufgabe 4 · 5 einen Würfel mit der Augenzahl 4 und einen Würfel mit der Augenzahl 5 und teilweise sogar einen Würfel mit der Augenzahl 1 als Mal-Zeichen legen. Dies weist darauf hin, dass die Lernenden noch nicht die gruppierte Denkweise verinnerlicht haben und die Operation der Multiplikation nicht verstanden haben. Die mentale Vorstellung zur Multiplikation muss aufgebaut werden.

Erklärvideo:
Das Erklärvideo zu den Würfelbildern ([https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=713)](https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=713) bietet eine gute Möglichkeit, den erlernten Inhalt zu systematisieren. Es eignet sich durch seine dynamische Darstellungsweise und sprachlichen Unterstützung besonders zur Festigung der Vorstellung und Nutzung der Denksprache.

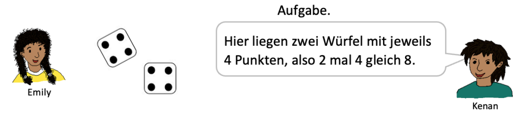
Methode:
Eine mögliche weitere Aufgabe könnte sein, die Anzahl der Würfel auf zehn zu erweitern.

1.3 Multiplikations-Aufgaben zu Würfelbildern finden und umgekehrt

a) Nehmt fünf Würfel und stellt euch gegenseitig Aufgaben, so wie Kenan und Emily.

Tara legt mehrere Würfel, die immer gleich viele Punkte zeigen.

Dann beschreibt Kenan die Punktegruppen und nennt die passende Multiplikations-Aufgabe.

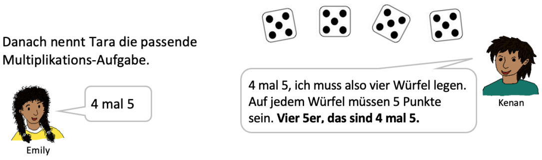


Wechselt euch ab.

b)

Nun legt Kenan das passende Würfelbild und beschreibt es.

Danach nennt Tara die passende Multiplikations-Aufgabe.

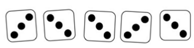


Wechselt euch ab.

c) Wie viele verschiedene Multiplikations-Aufgaben kannst du mit zwei (drei, vier, fünf) Würfeln legen? Was fällt dir auf? Erkläre.

1.4 Multiplikation erklären

a) Welche Multiplikations-Aufgabe passt zu diesem Bild? Warum passt sie? Beschreibe, wie viele gleichgroße Gruppen du siehst.



b) Zeige das Erklärvideo einer anderen Person (z.B. aus deiner Familie). Spielt dann das Würfelspiel aus 1.2. Achtet dabei darauf, dass alle immer dazu sagen, in welchen Gruppen sie zählen und welche Multiplikations-Aufgabe dazu gehört.

2 Multiplikation als Zählen in Gruppen

2.1 **Erarbeiten**

Ziel: Multiplikation als Gruppenstruktur in alltäglichen Abbildungen erkennen und erklären

Material: -

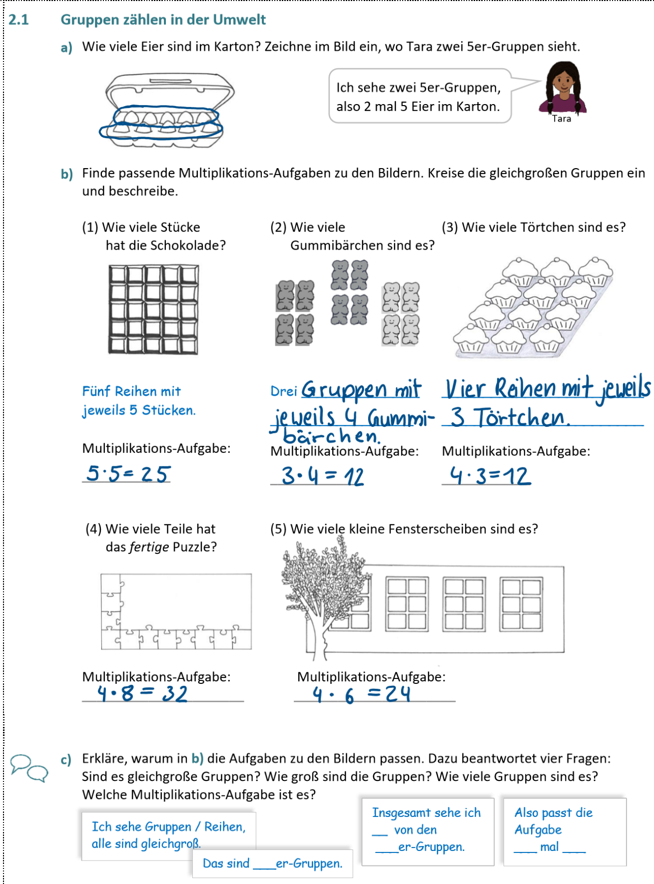
Umsetzung: a), b) EA, c) UG

Hintergrund:
Die Lernenden erarbeiten das Hineinsehen von multiplikativen Strukturen in lebenswirkliche Bilder. Die Vorstellung für das Zählen in Gruppen wird mithilfe der Gruppensprache gefestigt.
Die konsequente Einforderung der gruppierenden Denksprache fördert den Aufbau mentaler Vorstellungsbilder. Darüber hinaus beugt das Zählen der Gruppen dem prozeduralen Vorgehen vor, nur die Längen der Ränder zu betrachten, während die Gesamtmenge unberücksichtigt bleibt.
Es geht immer wieder darum, die Gruppen als Bündel zu fokussieren. Dafür muss das Zählen dieser Bündel mit den Lernenden eingeübt werden.

Impulse:

- Wo genau siehst du die Gruppen? Kreise ein.
- Du hast jetzt nur 2 Gruppen eingekreist. Was ist mit dem Rest?
- Wo siehst du denn weitere 5er-Gruppen?
- Dann zählst du das Stück in der Ecke ja doppelt.

Methode:
Eine weiterführende Aufgabe zu b) könnte sein, die Lernenden andere Bilder zu den jeweiligen Aufgaben zeichnen zu lassen und sie dann an der Tafel oder in der Tischmitte zu sammeln und von den Lernenden zuordnen zu lassen.



2.1 Gruppen zählen in der Umwelt

a) Wie viele Eier sind im Karton? Zeichne im Bild ein, wo Tara zwei 5er-Gruppen sieht.

Ich sehe zwei 5er-Gruppen, also 2 mal 5 Eier im Karton.

Tara

b) Finde passende Multiplikations-Aufgaben zu den Bildern. Kreise die gleichgroßen Gruppen ein und beschreibe.

(1) Wie viele Stücke hat die Schokolade?

Fünf Reihen mit jeweils 5 Stücken.

Multiplikations-Aufgabe: 5·5= 25

(2) Wie viele Gummibärchen sind es?

Drei Gruppen mit jeweils 4 Gummibärchen.

Multiplikations-Aufgabe: 3·4 = 12

(3) Wie viele Törtchen sind es?

Vier Reihen mit jeweils 3 Törtchen.

Multiplikations-Aufgabe: 4·3=12

(4) Wie viele Teile hat das *fertige* Puzzle?

Multiplikations-Aufgabe: 4·8 = 32

(5) Wie viele kleine Fensterscheiben sind es?

Multiplikations-Aufgabe: 4 · 6 = 24

c) Erkläre, warum in b) die Aufgaben zu den Bildern passen. Dazu beantwortet vier Fragen: Sind es gleichgroße Gruppen? Wie groß sind die Gruppen? Wie viele Gruppen sind es? Welche Multiplikations-Aufgabe ist es?

Ich sehe Gruppen / Reihen, alle sind gleichgroß.

Das sind ___er-Gruppen.

Insgesamt sehe ich __ von den ___er-Gruppen.

Also passt die Aufgabe ___ mal ___

2.2 **Erarbeiten**

Ziel: Passung von Multiplikations-Aufgaben und lebensweltlichen Bildern begründen und umgekehrt

Material: -

Umsetzung: EA und UG

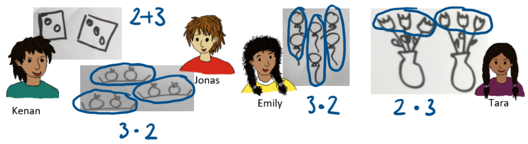
Hintergrund:
Die Lernenden sollen bei der Überprüfung der Passung der Bilder zur vorgegebenen Multiplikations-Aufgabe ihre mentalen Vorstellungen zur Multiplikation aktivieren. Außerdem üben sie analog zu Aufgabe 2.1 die multiplikativen Gruppenstrukturen in lebenswirklichen Bildern zu erkennen und eigenständig zu zeichnen. Die Gruppensprache hilft bei der Begründung der Passung.

Ggf. kann Kenans und Taras Bild für einen kognitiven Konflikt genutzt werden.

Impulse:
- Wo liegt der Unterschied von Kenans Bild zu den anderen Bildern?
- 3 · 2 = 6, bei Tara sind es doch auch 6 Blumen? Was ist bei ihrem Bild anders als das von Jonas oder Emily?

2.2 Bilder für Multiplikations-Aufgaben

a) Kenan, Emily, Jonas und Tara sollten zur Aufgabe **3 · 2** ein Bild malen.
- Welche Bilder passen zu der Aufgabe? Begründe, indem du Gruppen einzeichnest.
- Welche passen nicht? Warum nicht?



b) Zeichne für diese Aufgaben passende Bilder: (1) Drei 8er-Gruppen. (2) 6 · 2

2.3 – 2.4	**Erarbeiten**
Ziel:	Flächige Vorstellung der Multiplikation in Punktefeldern aufbauen; Punktefelder flexibel deuten
Material:	-
Umsetzung:	2.3 EA und UG; 2.4 PA und UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die multiplikative Struktur in Punktefeldern erkennen. Die verschiedenen Möglichkeiten der Gruppierung bei Punktefeldern stellt einen Unterschied zu den bisherigen eindeutig lesbaren Darstellungen dar und verlangt daher eine besondere Thematisierung. Hierbei ist die Nutzung der Gruppensprache („Sechs 3er-Reihen“) wieder sehr wichtig.

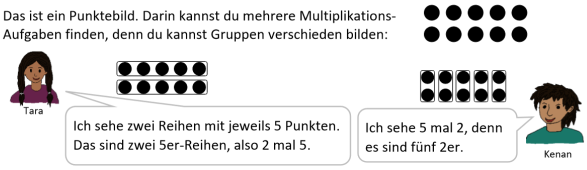
Denksprache:
- „Ich sehe drei Reihen mit jeweils 6 Punkten. Das sind drei 6er-Reihen.“

Impulse:
- Wieso passt zu Kenans Bild nicht die Aufgabe 2 · 5?
- Kannst du zu jedem Punktebild eine Tauschaufgabe finden? Wie siehst du die Aufgabe? Kreise ein.

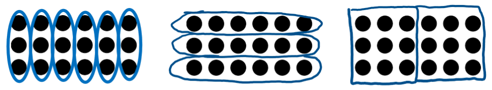
Erklärvideo:
Zur Unterstützung der Vorstellung ist das Erklärvideo zu den Punktebildern (https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=686) hilfreich. Die variable Gruppenbildung wird verständlich veranschaulicht und direkt mit der Denksprache verbunden. Alternativ kann das Video statt zum Systematisieren auch zum Verinnerlichen eingesetzt werden. Eine mögliche Aufgabenstellung wäre: „Betrachtet das Punktebild am Ende des Videos (Stopp bei 2:55) und stellt euch im Kopf eingekreiste Gruppen vor. Ein Kind nennt eine passende Aufgabe, das andere Kind zeigt mit dem Finger, wie man passend dazu einkreisen müsste und beschreibt die Gruppen wie Tara.“

2.3 Multiplikations-Aufgaben zu Punktebildern finden

Das ist ein Punktebild. Darin kannst du mehrere Multiplikations-Aufgaben finden, denn du kannst Gruppen verschieden bilden:



a) Finde zu dem Punktebild verschiedene Multiplikations-Aufgaben. Kreise so ein, dass man die Gruppen gut sehen kann.



Sechs Gruppen mit je 3 Punkten Sechs 3er-Gruppen	Drei Gruppen mit jeweils 6 Punkten. Drei 6er-Gruppen.	Zwei Gruppen mit jeweils 9 Punkten. Zwei 9er-Gruppen
Multiplikations-Aufgabe: 6 · 3 = 18	Multiplikations-Aufgabe: 3 · 6 = 18	Multiplikations-Aufgabe: 2 · 9 = 18

*b) Findest du im gleichen Bild noch weitere Multiplikations-Aufgaben? Wie müssen dann die gleichgroßen Gruppen aussehen?

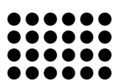
c) Schaut das Erklärvideo und erklärt euch gegenseitig: Wie wurden im Video mehrere Aufgaben zu einem Punktebild gefunden?

Hintergrund:
Indem die Lernenden die Passung von Aufgaben und Punktebildern begründen, wird die multiplikative Struktur deutlich.
Eine oberflächliche multiplikative Vorstellung wird in b) sichtbar, falls das erste und/oder das dritte Punktefeld eingekreist und als Multiplikations-Aufgabe interpretiert wird. Das ist ein häufiger Fehler, der bei Lernenden auftritt, die noch keine passende multiplikative Vorstellung aufgebaut haben, sodass sie nur die Zahlen der Multiplikations-Aufgabe in dem Bild suchen, nicht aber die Gruppen-Struktur in der Gesamtmenge.

Impulse:
- Warum passen die anderen Bilder nicht?
- Welche und wie viele Gruppen kannst du denn hier erkennen? Kreise ein.

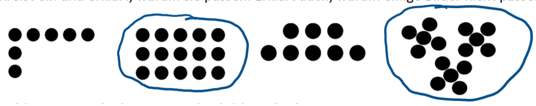
2.4 Bilder zu Multiplikations-Aufgaben

a) Welche Aufgaben passen zu dem Punktebild? Kreist die passenden Aufgaben ein. Begründet, warum sie passen oder nicht passen.



4 + 6   4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4   6 · 4
6 + 4   4 · 6   6 + 6 + 6 + 6

b) Welche Bilder passen zur Aufgabe **3 · 5**? Kreist ein und erklärt, warum sie passen. Erklärt auch, warum einige Bilder nicht passen.



2.5 – 2.6	**Erarbeiten**
Ziel:	Zusammenhang von Multiplikations-Aufgaben erkennen und Beziehungen nutzen
Material:	Hunderterpunktefeld, kleiner Malwinkel
Umsetzung:	2.5 PA; 2.6 Aufgabengenerator PA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen ihre Vorstellungen zur Multiplikation am Punktefeld ausbauen, indem sie einerseits das Hineinsehen von Multiplikations-Aufgaben am Hunderterpunktefeld üben und die Aufgaben mithilfe der Gruppensprache beschreiben und andererseits die Veränderungen durch den Malwinkel erkennen und beschreiben.

Die Lernenden üben den Darstellungswechsel zwischen Bild und Multiplikations-Aufgabe. Diese Aufgabe kann bei der halbschriftlichen Multiplikation wieder aufgegriffen werden (Baustein **N6 B**). Sie bereitet die Verwendung von Hilfsaufgaben vor.

2.5 Multiplikations-Aufgaben zu Punktebildern finden

a) Legt zuerst ein Punktebild mit dem Malwinkel und dem Punktefeld.
Sucht gemeinsam möglichst viele passende Aufgaben. Wechselt euch ab.

b) Verschiebt den Malwinkel und findet verschiedene Punktebilder mit genau 20 Punkten.
Welche Multiplikations-Aufgaben passen jeweils? Vergleicht.

Methode:
Eine mögliche weitere Aufgabe könnte sein, dass ein fester Startpunkt vorgegeben wird (z.B. 5 · 5, 10 · 10) und die Lernenden überlegen welche Aufgaben sie mit einmaligen Verschieben erreichen können.

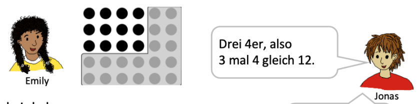
Mit dem digitalen Rechteckfeld (https://www.dzlm.de/vam/msk-rechteckfeld.html) können Darstellungsvernetzungen zwischen dem Punktefeld, bzw. Rechteckfeld, Termen und sprachlichen Beschreibungen dynamisch und interaktiv angeregt werden. Die Lernenden können das Rechteck verändern (an den Rändern ziehen), die Aufteilung des linken Faktors verändern (an der Grenze zwischen roten und blauen Quadraten ziehen), verschiedene Darstellungen ein- und ausblenden (unten auf den Button klicken), zwischen Kurz- und Langform der sprachlichen Beschreibung wechseln (auf den Text klicken) und die Reihen visualisieren (auf den Term klicken). Allerdngs geht es in dieser Aufgabe nicht in erster Linie um die Distributivität, sondern um die Auswirkungen der Veränderungen der Aufgaben am Punktefeld, bzw. Rechteckfeld.

2.6 Punktebilder verändern

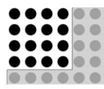
a) Stellt euch gegenseitig Aufgaben wie Emily und Jonas:

Emily legt ein Punktebild mit dem Malwinkel und dem Punktefeld.

Jonas nennt dann die Multiplikations-Aufgabe und das Ergebnis.



Emily verschiebt den Malwinkel nach oben/unten oder nach links/rechts **um genau eine Reihe.**



Unten kommt ein 4er dazu.

Jonas erklärt:
- Wie verändert sich die Aufgabe?
- Wie verändert sich das Ergebnis?
- Warum so?

b) Nutzt die digitalen Rechteckfelder und stellt euch gegenseitig Aufgaben.
Verändert die Rechteckfelder und erklärt, wie sich die Aufgaben verändern.

dzlm.de/vam/msk-rechteckfeld.html

3 Multiplikation am Zahlenstrahl

3.1 – 3.2 **Erarbeiten und Üben**

Ziel: Multiplikation in linearen und gruppierten Darstellungen erkennen und aufeinander beziehen; Multiplikations-Aufgaben in die Darstellung am Zahlenstrahl hineinsehen

Material: -

Umsetzung: 3.1 UG; 3.2 a) - c EA und UG; 3.3 a), b) EA, c) Aufgabengenerator PA

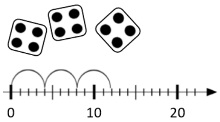
Hintergrund:
Die Lernenden erarbeiten die Vorstellung der Multiplikation als *Zählen in Schritten* am Zahlenstrahl. Bei der linearen Darstellung der Multiplikation am Zahlenstrahl gibt es so wie bei den Würfelbildern nur eine passende Deutung.
Durch die Betrachtung der Multiplikation am Zahlenstrahl wird die unterschiedliche Bedeutung der Anzahl der Sprünge und die Länge der Sprünge veranschaulicht. Lernende sollten nicht nur das Ergebnis 12 oder die Faktoren 4 und 3 in dem Bild wiederfinden, sondern die multiplikative Struktur in den Bildern in den Blick nehmen: Beide Bilder zeigen drei Vierer.

Denksprache:
- „drei 4er“
- „drei Würfel mit **jeweils** vier Punkten“
- „drei Schritte der Größe 4“

Impuls:
- Warum zeigen die Schritte nicht die Aufgabe $4 \cdot 3$?

3.1 Bilder vergleichen

Erkläre, warum beide Bilder die Aufgabe **3** · **4** zeigen.
Wo siehst du die 4, wo siehst du „drei mal“?

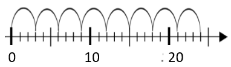


Impuls:
- Wie müsste ich die Schritte anpassen, wenn die Aufgabe $10 \cdot 4$ passen soll?

Methode:
Eine mögliche weitere Aufgabe könnte sein, dass die Lernenden Schritte in einen Zahlenstrahl passend zu einer Multiplikations-Aufgabe mit dem Ergebnis 20 einzeichnen. Wie viele verschiedene Bilder findet ihr?

3.2 Multiplikations-Aufgaben am Zahlenstrahl finden

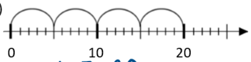
a) Welche Multiplikations-Aufgabe passt zu den Schritten auf dem Zahlenstrahl? 8 · 3 = 24



So kannst du das begründen:
Es sind acht Schritte, jeder Schritt hat die Länge 3.
Das sind acht 3er-Schritte, darum passt die Aufgabe 8 · 3 = 24.

b) Welche Aufgaben passen zu den Schritten auf dem Zahlenstrahl?

(1)



4 · 5 = 20

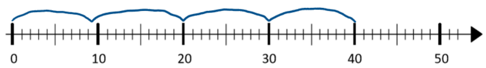
(2)

3 · 7 = 24

c) Begründet, warum die Aufgaben zu den Bildern passen.

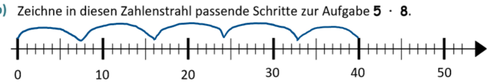
3.3 Multiplikations-Aufgaben am Zahlenstrahl darstellen

a) Zeichne Schritte zur Aufgabe **4** · **10**.



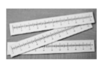
Warum passt dein Bild zur Aufgabe? Ergänze die Begründung:
Es sind vier Schritte, jeder Schritt hat die Länge 10.
Das sind vier 10er-Schritte, darum passt die Aufgabe 4 · 10 = 40

b) Zeichne in diesen Zahlenstrahl passende Schritte zur Aufgabe **5** · **8**.



Warum passt dein Bild zur Aufgabe? Ergänze die Begründung:
Es sind fünf Schritte, jeder Schritt hat die Länge 8.
Das sind fünf 8er-Schritte, darum passt die Aufgabe 5·8=40

c) Nehmt euch die Zahlenstrahl-Karten und wechselt euch ab:
- Die erste Person schreibt eine Multiplikations-Aufgabe.
- Die zweite Person zeichnet passende Schritte in den Zahlenstrahl.



4 Multiplikation und Rechengeschichten

4.1 – 4.4 **Erarbeiten und Üben**

Ziel: Lebenswirkliche Bilder beschreiben und Rechengeschichten mit Multiplikations-Aufgaben vernetzen

Material: -

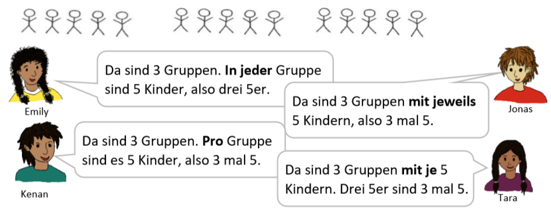
Umsetzung: 4.1 EA und UG; 4.2 EA; 4.3 EA; 4.4 PA und UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen ihre Vorstellungen der Multiplikation als Zählen in Gruppen durch Nutzung der Denksprache über Gruppenbilder weiter ausbauen. Dies geschieht, indem sie Sprache und Bild miteinander verknüpfen und für verschiedene Formulierung sensibilisiert werden.

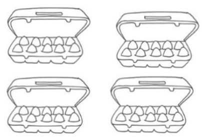
Denksprache:
- „In **jeder** Gruppe sind... “
- „...Gruppen mit **jeweils**...“
- „**Pro** Gruppe sind es...“
- „...Gruppen mit **je**...“

4.1 Gruppen unterschiedlich beschreiben

a) Die vier Kinder beschreiben das Bild alle unterschiedlich. Welche davon passen?
In welchem Zusammenhang habt ihr „pro“, „je“ und „jeweils“ schon mal gehört?
Was bedeuten die Ausdrücke?



b) Wie würden Emily, Jonas, Tara und Kenan dieses Bild mit den Eierkartons beschreiben?



Impuls:
- Warum passt diese Geschichte zu einer Multiplikations-Aufgabe?
- Warum muss man hier Mal und nicht zum Beispiel Plus rechnen?

4.2 Multiplikations-Aufgaben und Bilder zu Rechengeschichten finden

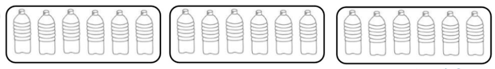
Zeichne zu jeder Rechengeschichte ein passendes Bild ins Heft.
Schreibe dann die passende Multiplikations-Aufgabe dazu auf.

a) Eine Schokoladentafel hat 6 Reihen. In jeder Reihe sind 4 Stücke.
Wie viele Stücke sind es insgesamt? $6 \cdot 4 = 24$

b) Maurice packt 4 Bonbontüten. In jede Tüte packt er 10 Bonbons.
Wie viele Bonbons verpackt er insgesamt? $4 \cdot 10 = 40$

4.3 Rechengeschichten und Multiplikations-Aufgaben zu Bildern finden

Schreibe zu jedem Bild eine passende Rechengeschichte in dein Heft.
Schreibe auch eine Frage und eine passende Multiplikations-Aufgabe auf.

(1)

$3 \cdot 6 = 18$

(2)

$3 \cdot 5 = 15$

Methode:
Das aktive Einfordern der Begründung, warum ein Bild oder eine Situation zu einer Multiplikations-Aufgabe passt, ist an dieser Stelle wichtig.

Impuls:
- Warum passt das Bild gut oder nicht gut zur Rechengeschichte?
- Wann passt ein Bild zu einer Multiplikations-Aufgabe und wann nicht?

4.4 Rechengeschichten und Bilder zu Multiplikations-Aufgaben finden

a) Schreibe zu der Aufgabe **3 · 7** eine passende Rechengeschichte in dein Heft.
Schreibe auch eine Frage auf und zeichne ein passendes Bild.

b) Lest euch gegenseitig eure Rechengeschichten vor und vergleicht:
Welche Rechengeschichten passen zur Aufgabe **3 · 7**? Begründet.

c) Zeichnet beide zu der Aufgabe **4 · 6** ein passendes Bild.
Begründet mit Gruppen oder Schritten: Warum passen eure Bilder zur Aufgabe?

4.5 – 4.6 **Systematisieren**

Ziel: Rechengeschichten überprüfen und begründet einschätzen

Material: -

Umsetzung: 4.5 EA und UG; 4.6 EA und UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen multiplikative Strukturen in Realsituationen erkennen und ihre Vorstellungen zur Multiplikation in verschiedenen Darstellungsformen vertiefen. Dabei grenzen sie weitere Operationen von der Multiplikation begründet ab.
Durch das Begründen ihrer Entscheidungen vernetzen sie auch die Darstellungen miteinander.

Denksprache:

- „… in **jedem/immer**…“
- „…in **jeder** Gruppe…“

Speicherkiste:
Am Ende dieses Dokumentes gibt es einen Wissensspeicher zur Multiplikation („Speicherkiste“) als Kopiervorlage. Dieser eignet sich gut für die Systematisierung und Sicherung der Denksprache und der wichtigsten Darstellungen.

4.5 Passt die Rechengeschichte?

Zu der Aufgabe **6 · 5** hat Rico Rechengeschichten erfunden.

Ich habe 6 Bonbons und esse 5.

Jana kauft 6 Äpfel und 5 Bananen.

a) Passen Ricos Rechengeschichten zu der Aufgabe **6 · 5**? Erklärt.

b) Erfinde eine Rechengeschichte, die zu der Multiplikations-Aufgabe **6 · 5** passt und schreibe sie auf.

c) Erfinde eine Rechengeschichte mit den Zahlen 6 und 5, die **nicht** zu der Aufgabe **6 · 5** passt.

d) Tauscht eure Geschichten aus **b)** und **c)** miteinander. Woran erkennt ihr, welche Geschichten passen und welche nicht? Begründet, warum sie passen oder warum sie nicht passsen.

4.6 Mal oder kein Mal?

Lies die Rechengeschichten. Streiche die Geschichten durch, die nicht zur Multiplikation passen. Begründe deine Einschätzung.

Da sind 3 Gummibärchen in einem Päckchen und 5 Gummibärchen in einem anderen Päckchen. Es sind also drei 5er, deswegen passt die Aufgabe 3 mal 5.

3 Päckchen Gummibärchen liegen auf dem Tisch und 5 Päckchen Gummibärchen liegen in dem Regal. Es sind also drei 5er, deswegen passt die Aufgabe 3 mal 5.

Ich sehe 3 Päckchen Gummibärchen. In jedem Päckchen sind 5 Gummibärchen. Es sind also drei 5er, deswegen passt die Aufgabe 3 mal 5.

In einem Päckchen sind 5 Gummibärchen. Es sind insgesamt 3 Päckchen. Es sind also drei 5er, deswegen passt die Aufgabe 3 mal 5.

N4B Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 15 - 20 Minuten

Hinweise zur Durchführung der Standortbestimmung:

Lernende, die über ein tragfähiges Operationsverständnis verfügen, sind in der Lage, die gleich großen Gruppen in die verschiedenen Darstellungen hineinzusehen bzw. entsprechend darzustellen. Dies setzt eine tragfähige Vorstellung zur Multiplikation voraus.

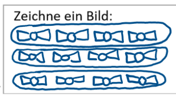
Sollten während der Durchführung ungewöhnliche bzw. nicht verständliche Lösungen auftreten, werden die Lernenden gebeten, auf der Rückseite oder auf einem weißen Blatt Begründungen ihrer Terme zu formulieren beziehungsweise ihre Strukturierungen in das Bild zu zeichnen.

Bei Schwierigkeiten zum Begriff *Rechengeschichte* kann ein Verweis auf das Beispiel helfen: „Hier oben im Beispiel ist eine Rechengeschichte. Jetzt sollst du zu der Aufgabe 48:6 eine eigene Rechengeschichte erfinden“.
Bei Abgabe des Blattes sollten Sie kontrollieren, ob Aufgabe 4 verstanden wurde. Ggf. sollten die Lernenden um eine weitere Bearbeitung auf der Rückseite oder auf einem weißen Blatt gebeten.

1 **Gerecht verteilen**

Drei Kinder teilen sich 12 Bonbons.
Jedes Kind bekommt gleich viele.
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind? 4
Schreibe eine passende Aufgabe: 12 : 3 = 4

Zeichne ein Bild:

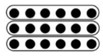


2 **Divisions- und Multiplikations-Aufgaben zu Gruppen und Schritten**

a) Leonie hat dieses Bild zur Divisions-Aufgabe **8 : 4 = 2** gezeichnet.

Passt ihr Bild zur Aufgabe? ☐ Ja, es passt. ☒ Nein, es passt nicht.

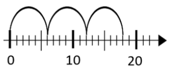
b) Welche Aufgaben passen zu dem Bild?
Kreise ein.



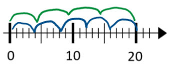
6 : 3 = 2 18 : 3 = 6 3 + 6 = 18 3 · 6 = 18 6 · 3 = 18 18 : 6 = 3

c) Schreibe zu den Schritten auf dem Zahlenstrahl drei passende Aufgaben auf:

3 · 6 = 18 18 : 3 = 6 18 : 6 = 3



d) Zeichne in den Zahlenstrahl passende Schritte zur Divisions-Aufgabe **20 : 5** ein.



3 **Rechengeschichten zu Multiplikation und Division**

Rechts siehst du eine Rechengeschichte. Erfinde eine eigene Rechengeschichte zur Aufgabe **48 : 6 = 8**.

Beispiel	
Minus-Aufgabe:	19 – 8 = 11
Rechengeschichte:	Tim hat 19 Sammelbilder, und verschenkt 8.
Frage:	Wie viele bleiben übrig?
Antwort:	Tim behält noch 11 Sammelbilder.

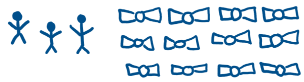
Meine Rechengeschichte zu 48 : 6 = 8 48 Kinder sollen 6 Mannschaften für ein Spiel bilden.

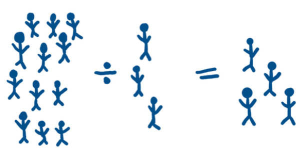
Frage: Wie viele Kinder sind in einer Mannschaft?

Antwort: In einer Mannschaft sind jeweils 8 Kinder.

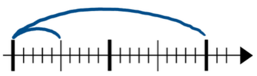
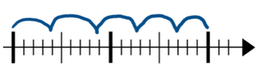
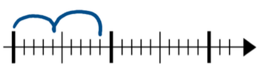
Hinweise zur Auswertung

Diagnoseaufgabe 1: Gerecht verteilen

<table>
<tr><th colspan="2">Typische Fehler</th><th>Mögliche Ursache</th><th>Förderung</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Aufgabe bzw. Rechnung</td><td>Umgekehrte Divisionsaufgabe angegeben
(12 : 4=3)</td><td rowspan="2">Evtl. unvollständige Vorstellung zur Division als Frage nach der Gruppengröße; evtl. Bedeutung der Zahlen in der symbolischen Darstellung vertauscht; evtl. nur fehlerhafte Notation der korrekten (mentalen) Rechnung</td><td rowspan="8">An 1.1 – 1.2 die Vorstellung vom Dividieren als Frage nach der Gruppengröße erarbeiten. Die Lernenden sollen diese Frage insb. in Sachsituationen hineinsehen und passende Divisionsaufgaben verschieden darstellen können.</td></tr>
<tr><td>Dividend und Divisor vertauscht (3 : 12 = 4)</td></tr>
<tr><td>Unpassende Multiplikation angegeben
(z.B. 12·3 oder 12·4)</td><td rowspan="3">Evtl. unvollständige Vorstellung zur Division als Frage nach der Gruppengröße sowie zur angewandten Operation</td></tr>
<tr><td>Anstatt dividiert addiert oder subtrahiert
(z.B. 12 : 3 = 9, 12 : 3=15)</td></tr>
<tr><td>Statt Division eine Addition/Subtraktion mit richtigem Ergebnis und evtl. „:“ notiert
(z.B. 12 : 8 = 4)</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Bild</td><td>Nur Ausgangssituation dargestellt
</td><td rowspan="2">Evtl. unvollständige Vorstellung zur Division als Frage nach der Gruppengröße; evtl. unklar, wie man eine Divisionsaufgabe als Bild darstellen kann</td></tr>
<tr><td>Nur Endergebnis dargestellt
</td></tr>
<tr><td>Rechnung direkt übersetzt / Relevante Zahlen, aber nicht die Operation korrekt dargestellt

</td><td>Evtl. Oberflächenübersetzung (primär die Zahlen fokussiert, nicht das Bündeln in gleich großen Gruppen); evtl. unvollständige Vorstellung zur Division</td></tr>
<tr><td>Gruppierung mit nicht ganz korrekten Zahlen
</td><td>Idee des Bildens gleich großer Gruppen erkennbar, evtl. nur Ungenauigkeit bei der Umsetzung</td><td>Evtl. kein Förderbedarf</td></tr>
</table>

Diagnoseaufgabe 2: Divisions- und Multiplikations-Aufgaben zu Gruppen und Schritten

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
a)	☑ Ja, es passt.	Evtl. Fokus auf den vorhandenen Zahlen, ohne die Operation in das Bild hineinzusehen	An 2.1 – 2.11 das Hineinsehen von einer Multiplikations- und zwei Divisionsaufgaben in ein Punktefeld erarbeiten. Dabei insb. die zwei Vorstellungen der Division (Frage nach der Gruppengröße und Frage nach der Gruppenanzahl) thematisieren und den Zusammenhang von Multiplikation und Division fokussieren.
b)	6 : 3 = 2	Die Lernenden fokussieren auf die vorhandenen Zahlen an den Rändern, ohne die Operation zu beachten	
	3 + 6 = 18		
	18 : 3 = 6 (nicht eingekreist)	Evtl. Frage nach Gruppengröße wird nicht in das Bild hineingesehen	
	18 : 6 = 3 (nicht eingekreist)	Evtl. Frage nach Gruppenanzahl wird nicht in das Bild hineingesehen	
	3 · 6 = 18 (nicht eingekreist)	Evtl. Multiplikation nicht erkannt. Achtung: Evtl. Bild auch als 6 *3 erkannt und eingekreist, d.h. evtl. kein großer Förderbedarf	
	6 · 3 = 18	Evtl. nur Konvention nicht beachtet; evtl. Schwierigkeiten beim Hineinsehen von Multiplikationsaufgaben in Punktebildern	Wahrscheinlich kein großer Förderbarf, Prüfen des Multiplikationsverständnisses in N4A.
c)	6 : 18 = 3	Evtl. unvollständige Vorstellung vom Dividieren am Zahlenstrahl; evtl. nur Notationsfehler	An 2.12 – 2.14 das Hineinsehen von einer Multiplikations- und zwei Divisionsaufgaben in eine Zahlenstrahldarstellung erarbeiten. Dabei insb. die zwei Vorstellungen der Division (Frage nach der Schrittgröße und Frage nach der Schrittanzahl) thematisieren und den Zusammenhang von Multiplikation und Division fokussieren.
	10 : 20 oder 20 : 10	Evtl. unvollständige Vorstellung vom Dividieren am Zahlenstrahl: Nur Zahlen im Blick, nicht Operation	
	Addition oder Subtraktion angegeben	Evtl. unvollständige Vorstellung vom Dividieren am Zahlenstrahl	
d)		Unvollständige Vorstellung vom Dividieren am Zahlenstrahl: Die vorkommenden Zahlen werden einzeln berücksichtigt	
		Evtl. unvollständige Vorstellung vom Dividieren am Zahlenstrahl (Schritte bis 20 ergänzt, besitzen aber ungleiche Längen, bzw. berücksichtigen nur einen Aspekt der Schrittlänge oder –anzahl.)	
		Unvollständige Vorstellung vom Dividieren am Zahlenstrahl	

Diagnoseaufgabe 3: Rechengeschichten zur Multiplikation und Division

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
Geschichte passt eher zu einer anderen Operation, z.B. „48 Autos werden verkauft und 6 sind übrig geblieben. Wie viele Autos muss ich verkaufen? 48 : 6 = 8. 8 muss ich verkaufen.“ Geschichte lässt keine mathematische Operation zu, z.B. „48 Autos fahren auf 6 Autobahnen. Wie viele schaffen sie? 48 : 6 = 8 Sie fahren durch 8 Autobahnen.“	Evtl. unvollständiges Vorstellung vom Dividieren; evtl. Schwierigkeit beim Wechsel zwischen Term und Rechengeschichte; evtl. nur Zahlen im Blick, nicht Operation	An 3.1 – 3.4 die Vorstellung der Division als Frage nach der Gruppengröße oder Gruppenanzahl mithilfe von Sachsituationen vertiefen. Dabei die Vernetzung von der Darstelllung der Division in Sachsituationen mit der Darstellung der Division als Term fokussieren.
Angabe einer Situation, in der die Aufgabe gerechnet werden muss, z.B. „Mesut soll rausfinden wie viel 48 : 6 ist? Mesut muss 48 : 6 = 8 rechnen. 48 : 6 = 8 Mesut hat rausgefunden, dass 48 : 6 = 8 ist.“	Evtl. unvollständige Vorstellung vom Dividieren; evtl. Schwierigkeit beim Wechsel zwischen Term und Rechengeschichte; evtl. Aufgabenstellung anders interpretiert	Evtl. an 3.1 – 3.4 die Vorstellung der Division als Frage nach der Gruppengröße oder Gruppenanzahl mithilfe von Sachsituationen vertiefen. Dabei die Vernetzung von der Darstelllung der Division in Sachsituationen mit der Darstellung der Division als Term fokussieren. Evtl. kein Förderbedarf vorhanden.

N4B Wie fördern wir, dass Kinder Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?

1 Gerecht verteilen

1.1 **Erarbeiten**

Ziel: Die Frage nach der Gruppengröße in eine Sachsituation hineinsehen

Material: Plättchen, Spielfiguren

Umsetzung: EA und UG

Hintergrund:
Die Lernenden bauen eine tragfähige Vorstellungen zur Division auf, indem sie zunächst die Frage nach der Gruppengröße in eine Situation hineinsehen (Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?).
Dazu wird in einem ersten Schritt mit Material gehandelt. Mithilfe dieser Materialhandlungen sollen Vorstellungsbilder für das angestrebte mentale Operieren aufgebaut werden. Die Aufgabe regt die Lernenden an, zu überlegen, wie groß die Gruppe der Bonbons ist, die jedes Kind bekommt. Dazu können 24 Bonbons (stellvertretend Plättchen) auf drei Gruppen (stellvertretend Spielfiguren) einzeln verteilt werden. Ziel ist es, dass die Lernenden mithilfe der Bündelsprache mental die Gruppengröße als Ganzes bestimmen.

- Wir wollen wissen:
  „Wie groß ist jede Gruppe?“
- Wir wissen bereits:
  „Es sind … insgesamt.“
  „Es gibt … Gruppen.“

Denksprache:

- „Insgesamt sind es …“
- „**Jedes** Kind bekommt **jeweils** …“
- „Es sind drei 6**er**.“

1.1 Bonbons gerecht verteilen

a) Drei Kinder teilen sich 24 Bonbons.
Jedes Kind bekommt gleich viele.
Stelle die Situation mit Plättchen dar.
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?

b) Vergleicht eure Lösungen zur Aufgabe **a)**.
Schreibt eine passende Divisions-Aufgabe auf.

c) Schreibe die passende Divisions-Aufgabe auf und rechne sie aus.

(1) 25 Bonbons für 5 Kinder. Divisions-Aufgabe: 25 : 5 = 5

(2) 30 Bonbons für 5 Kinder. Divisions-Aufgabe: 30 : 5 = 6

(3) 60 Bonbons für 5 Kinder. Divisions-Aufgabe: 60 : 5 = 12

Erklärt euer Vorgehen bei den Aufgaben.

1.2 **Erarbeiten und Üben**

Ziel: Die Frage nach der Gruppengröße mit Rest in eine Sachsituation hineinsehen

Material: Plättchen, Spielfiguren

Umsetzung: EA und UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen ihre Vorstellung der Division in Bezug auf die Frage nach der Gruppengröße mit *Rest* erweitern, indem sie eine Gesamtmenge betrachten, die sich nicht gerecht auf die Gruppen verteilen lassen. Durch den Darstellungswechsel wird das Verständnis in verschiedene Darstellungen überführt und somit ausgebaut.

Impulse:
- Was passiert mit dem einen Plättchen (Bonbon), das übrigbleibt? Z.B. wird ein Bonbon aufgehoben und beim nächsten Mal verteilt.
- Wann bleibt ein Rest übrig und wann nicht?

Methode:
Schreibweise für Rest besprechen: 16 : 5 = 3 R1. Diese Schreibweise sollte den Lernenden erlaubt werden, auch wenn im Unterricht schon mit Dezimalzahlen gearbeitet wird.

1.2 **Bonbons verteilen mit Rest**

a) Können sich drei Freunde 25 Bonbons gerecht teilen?
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind? 8, 1 Bonbon bleibt übrig.
Du kannst die Plättchen nutzen, um es zu zeigen.

b) Zu der Aufgabe **a)** passt die Divisions-Aufgabe **25 : 3**. Warum passt diese Aufgabe?
Wie kann man das Ergebnis aufschreiben? 25 : 3 = 8 R1

c) Erfinde ebenso eine Geschichte, in der Bonbons verteilt werden und ein Rest übrigbleibt.
Finde dazu eine passende Divisions-Aufgabe und rechne sie aus.

d) Finde Divisions-Aufgaben, bei denen genau ein Bonbon übrigbleibt.

2 Divisions- und Multiplikations-Aufgaben zu Gruppen und Schritten

2.1 – 2.2	**Erarbeiten**
Ziel:	Division als Umkehrung der Multiplikation verstehen
Material:	Plättchen, Spielfiguren, Hunderter-Punktefeld, kleiner Malwinkel
Umsetzung:	2.1 EA und UG; 2.2 EA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Vorstellungen zur Division mithilfe der Punktbilder festigen und die Division als Umkehrung der Multiplikation verstehen. Die strukturelle Beziehung der Operationen Multiplikation und Division wird verdeutlicht, da die Division als Umkehrung an denselben Darstellungen erkannt wird. Das passende Punktebild kann nur mit dem Vorwissen zur Multiplikation gefunden werden.
In diesen Aufgaben ist wieder die Frage nach der Gruppengröße wieder relevant.

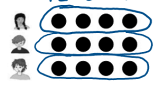
Denksprache:
- „Es sind vier 3**er**“
- „In **jeder** Gruppe sind **jeweils** …“
- „Insgesamt sind es …“
- „Es sind **immer** … Punkte in einer Reihe.“

Impuls:
- Wieso kann sowohl eine Multiplikations-Aufgabe als auch eine Divisions-Aufgabe zu dem Bild gefunden werden?

2.1 Divisions-Aufgaben mit Punktebildern darstellen

a) Emily, Maurice und Jonas teilen sich 12 Bonbons. Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind? Zeichne. Welche Aufgabe passt dazu?

12 : 3 = 4



b) Emily löst die Aufgabe **a)** mit einem Punktebild. Erkläre Emilys Lösung.

c) Welche Divisions-Aufgabe passt zu Emilys Punktebild?

d) Wie sieht man im Punktebild gut, dass auch die Aufgabe **3 · 4 = ?** dazu passt?
- Was ist gleich, was ist anders?
- Wieso gehören Multiplikations- und Divisions-Aufgabe zum gleichen Bild?
- Wonach kann man mit der Multiplikation bei den Bonbons aus Aufgabenteil **a)** fragen?

2.2 Mal und Geteilt im Punktebild

Wie sieht das Punktebild aus, wenn sich drei Freunde 18 Bonbons teilen? Zeichne oder lege mit Plättchen.

Divisions-Aufgabe: 18 : 3 = 6

Passende Multiplikations-Aufgabe: 3 · 6 = 18

2.3	**Erarbeiten**
Ziel:	Die Frage nach der Anzahl der Gruppen stellen
Material:	-
Umsetzung:	a), b) EA und UG, c) UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen eine tragfähige Vorstellung zur Division aufbauen, indem sie die Operation der Division in Situationen hineinsehen, in denen nach der Anzahl der Gruppen gefragt ist. Aufgabenteil c) soll eine Reflexion über die Fragen nach der Gruppengröße und der Anzahl der Gruppen auslösen.
Generell passen immer zwei Divisions-Aufgaben zu einer Situation. Wenn jedoch eine Frage gegeben ist, passt jeweils noch eine Divisions-Aufgabe.
Bei Aufgabenteil b) passen nur die zwei eingekreisten Aufgaben, da für die anderen Aufgaben die Kreise verändert und die beschriebenen Situationen angepasst werden müssten. Die nicht passenden Aufgaben fördern das Nachdenken über die Passung und durch das Begründen der Lernenden wird ihr Operationsverständnis vertiefend ausgebaut.

Impulse:
- Warum passt das zu einer Geteiltaufgabe?
- Wie viele 4er Gruppen kannst du aus 24 bilden?
- Wie groß sind die Gruppen, wenn man 6 Gruppen aus 24 bildet?

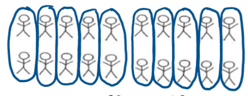
Denksprache:
- „Sechs 4**er** sind zusammen 24“
- „Es sind … gleich große Gruppen.“

Methode:
In der Fördereinheit kann mit Plättchen unterstützend gearbeitet werden. Diese lassen sich gut gruppieren und die beiden Vorstellungen und entsprechenden Perspektiven gut herausgearbeitet werden.

2.3 Gleichgroße Gruppen bilden

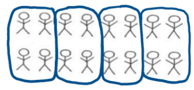
a) Zeichne in das Bild die Gruppen ein. Finde eine passende Divisions-Aufgabe.

(1) In jeder Gruppe sollen 2 Kinder sein.
Wie viele Gruppen kann man bilden?



Divisions-Aufgabe: 20 : 2 = 10

(2) In jeder Gruppe sollen 4 Kinder sein.
Wie viele Gruppen kann man bilden?



Divisions-Aufgabe: 16 : 4 = 4

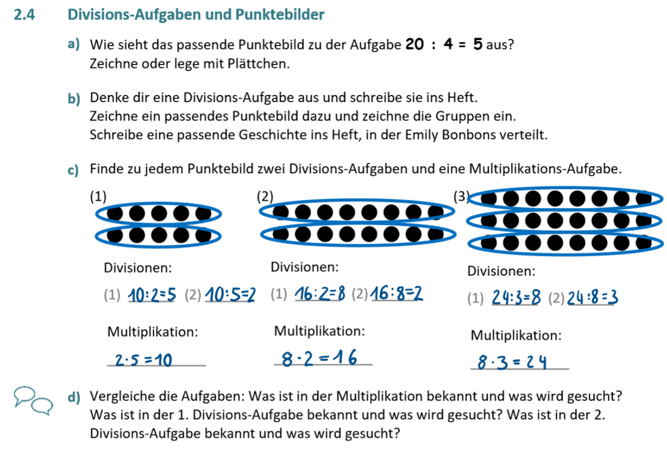
b) Welche der folgenden Aufgaben passen zu den Bildern mit den Gruppen aus **a)**?
Kreise ein. Begründe: Warum passen die anderen nicht?

20 : 4 20 : 10 4 · 5 10 · 2 2 · 10 16 : 2 8 · 2 4 · 4

c) *Sechs 4er-Gruppen, zusammen sind es 24.*
- Wonach fragt die Multiplikation, auf welche Frage ist das Ergebnis eine Antwort?
- Wie lautet eine passende Divisions-Aufgabe? Wonach fragt sie?
- Wie lautet die andere passende Divisions-Aufgabe? Wonach fragt sie?

2.4 – 2.5	**Erarbeiten**
Ziel:	Drei Aufgaben in ein Punktefeld hineinsehen
Material:	-
Umsetzung:	2.4 a), b), c) EA, d) UG; 2.5 PA

Hintergrund:
Die Lernenden bauen weiter tragfähige Vorstellungen zur Division aus, indem sie Aufgaben in Punktebilder hineinsehen. Dabei sind immer drei Fragen von Bedeutung: die Frage nach der Gruppengröße (Wie groß ist jede Gruppe?), die Frage nach der Gruppenanzahl (Wie viele …er-Gruppen passen in…?) und die Frage nach der Gesamtzahl (Wie viele sind es insgesamt?). Ziel ist es zu erkennen, welche dieser Fragen beantwortet werden muss und wie diese mithilfe der bekannten Antworten gelöst werden kann, bzw. mit welcher Aufgabe sich die Frage beschreiben lässt.


2.4 Divisions-Aufgaben und Punktebilder

a) Wie sieht das passende Punktebild zu der Aufgabe **20 : 4 = 5** aus? Zeichne oder lege mit Plättchen.

b) Denke dir eine Divisions-Aufgabe aus und schreibe sie ins Heft. Zeichne ein passendes Punktebild dazu und zeichne die Gruppen ein. Schreibe eine passende Geschichte ins Heft, in der Emily Bonbons verteilt.

c) Finde zu jedem Punktebild zwei Divisions-Aufgaben und eine Multiplikations-Aufgabe.

(1) Divisionen: (1) 10:2=5 (2) 10:5=2 Multiplikation: 2·5=10

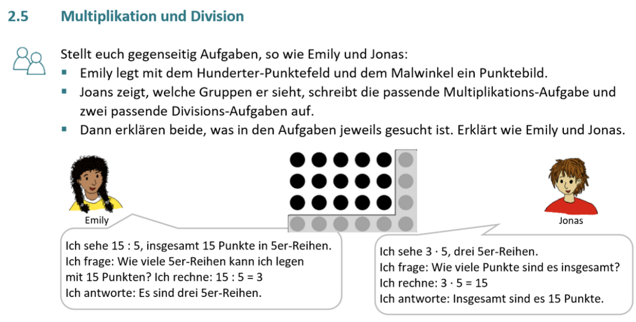
(2) Divisionen: (1) 16:2=8 (2) 16:8=2 Multiplikation: 8·2=16

(3) Divisionen: (1) 24:3=8 (2) 24:8=3 Multiplikation: 8·3=24

d) Vergleiche die Aufgaben: Was ist in der Multiplikation bekannt und was wird gesucht? Was ist in der 1. Divisions-Aufgabe bekannt und was wird gesucht? Was ist in der 2. Divisions-Aufgabe bekannt und was wird gesucht?

Methode:
Eine weitere Aufgabe könne sein, den Aufgabengenerator umzudrehen. Einer nennt eine Multiplikations-Aufgabe. Der andere legt das passende Punktebild mit dem Hunderter-Punktefeld und dem Malwinkel und nennt eine passende Geteilt-Aufgabe.

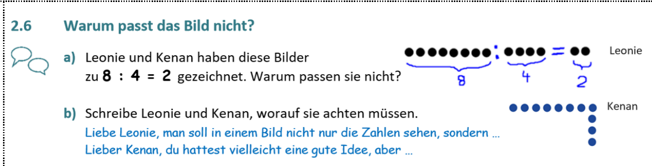
Denksprache:
- „Drei Reihen mit **jeweils** 5 Punkten“
- „Drei 5**er**-Reihen“
- „Insgesamt…“


2.5 Multiplikation und Division

Stellt euch gegenseitig Aufgaben, so wie Emily und Jonas:
- Emily legt mit dem Hunderter-Punktefeld und dem Malwinkel ein Punktebild.
- Joans zeigt, welche Gruppen er sieht, schreibt die passende Multiplikations-Aufgabe und zwei passende Divisions-Aufgaben auf.
- Dann erklären beide, was in den Aufgaben jeweils gesucht ist. Erklärt wie Emily und Jonas.

2.5 – 2.6	**Erarbeiten**
Ziel:	Inhaltliche Vorstellung der Division festigen und begründen
Material:	-
Umsetzung:	UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen ihre inhaltlichen Vorstellungen zur Division durch die Abgrenzung der fehlerhaften Darstellungen festigen und begründen, warum die Darstellung nicht zu der Operation der Division passen kann.
Dazu werden sie mit einer fehlerhaften Darstellung und Vorgehensweise konfrontiert, bei der nur die Zahlen betrachtet werden. Man kann in den Darstellungen die Operation der Division nicht erkennen, da diese Darstellungen überhaupt keine multiplikative Struktur aufweisen.


2.6 Warum passt das Bild nicht?

a) Leonie und Kenan haben diese Bilder zu **8 : 4 = 2** gezeichnet. Warum passen sie nicht?

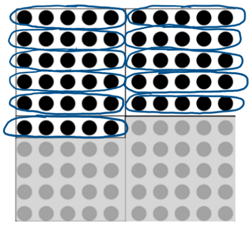
b) Schreibe Leonie und Kenan, worauf sie achten müssen.
Liebe Leonie, man soll in einem Bild nicht nur die Zahlen sehen, sondern …
Lieber Kenan, du hattest vielleicht eine gute Idee, aber …

2.7 – 2.9	**Üben**
Ziel:	Multiplikative Strukturen erkennen und Fragen nach Gruppengröße und -anzahl stellen
Material:	Hunderter-Punktefeld, großer Abdeckstreifen, Folienstifte
Umsetzung:	2.7 UG; 2.8 a), b) EA und UG; 2.9 a) EA, b) UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen ihre Vorstellung zur Division mithilfe des 100er-Punktefeldes festigen, indem sie üben, jeweils drei Aufgaben in das Punktefeld hineinsehen. Dabei kommt es auf die Frage an, die zum Bild gestellt wird (Wie viele Gruppen? Wie groß sind die Gruppen? Wie viele gibt es insgesamt?).

2.7 Gruppen in Punktefeldern

Das Punktefeld zeigt 55 Punkte.



a) Kreise immer 5 Punkte ein. Wie viele 5er-Gruppen sind das?

b) Finde eine passende Divisions-Aufgabe zu dem Bild. Begründe, warum die Aufgabe passt.
55 : 5 = 11

c) Welche Aufgaben passen noch zu dem Bild mit den 5er-Gruppen? Warum? Wonach wird in diesen Aufgaben gefragt?
11 · 5 = 55 55 : 11 = 5

Hintergrund:
Die Lernenden sollen ihre Vorstellungen zur Division weiter vertiefen und die Division als Umkehrung der Multiplikation weiter festigen, indem sie zu einer festen Gesamtmenge verschiedene Gruppen finden und die entsprechenden Aufgaben in die Darstellung der Gruppen am Punktefeld hineinsehen.

Erklärvideo:
Die entsprechenden Fragen („Wie groß sind die Gruppen/ Wie viele Gruppen sind es") werden anhand von Punktebildern in dem Erklärvideo (https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/erklaervideos?nid=714) expliziert.

2.8 Wonach wird gefragt?

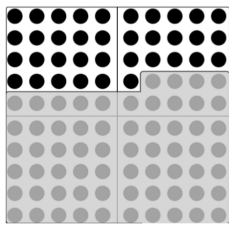
a) Zeige mit dem Punktefeld 24 Punkte. Bilde Gruppen und finde passende Aufgaben.

(1) 24, davon immer 4 Punkte zusammen, also sechs 4er:	(2) 24 in drei 8er-Gruppen:	(3) 24 in zwölf 2er-Gruppen:
Divisions-Aufgabe: 24 : 4 = 6	Divisions-Aufgabe: 24 : 8 = 3	Divisions-Aufgabe: 24 : 12 = 2
Divisions-Aufgabe: 24 : 6 = 4	Divisions-Aufgabe: 24 : 3 = 8	Divisions-Aufgabe: 24 : 2 = 12
Multiplikations-Aufgabe: 6 · 4 = 24	Multiplikations-Aufgabe: 3 · 8 = 24	Multiplikations-Aufgabe: 2 · 12 = 24

b) Wie kann man bei der Zahl 24 noch andere Gruppen bilden?
- Schreibt die passenden Divisions- und Multiplikations-Aufgaben ins Heft.
- Erklärt, warum sie passen.
- Wonach wird bei den Aufgaben jeweils gesucht?

c) Schaue mit anderen Personen (z.B. mit Eltern) das Erklärvideo. Erstellt zusammen ein Plakat mit einem Beispiel und einer Erklärung, wie man zu einem Bild drei Aufgaben findet.

2.9 Divisions-Aufgaben auf dem Punktefeld



a) Emily will die Aufgabe **36 : 6** ausrechnen. Sie hat die Zahl 36 mit dem Punktefeld dargestellt.
- Wie muss sie nun weiter vorgehen?
- Zeichne ein und erkläre.

b) Löst die Divisions-Aufgaben mit dem Punktefeld. Wie helfen die ersten zwei Aufgaben für die dritte?
(1) 60 : 6 = 10 (2) 24 : 6 = 4 (3) 84 : 6 = 16

2.10 **Üben**

Ziel: Beziehung zwischen Multiplikation und Division zum Berechnen von Divisions-Aufgaben nutzen

Material: Hunderter-Punktefeld, kleiner Malwinkel

Umsetzung: a) EA, b) PA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Beziehungen zwischen Multiplikations- und Divisions-Aufgaben erkennen und zum Berechnen von Divisions-Aufgaben nutzen. Dabei aktivieren und festigen sie ihre mentale Vorstellung zur Division als Umkehrung der Multiplikation.

2.10 Divisions-Aufgaben mit Multiplikation lösen

a) Löse die Aufgaben zuerst im Kopf, indem du eine passende Multiplikations-Aufgabe suchst. Kontrolliere dann mit dem Punktefeld und dem Malwinkel.

(1) 70 : 7 = 10
35 : 7 = 5
28 : 7 = 4

(2) 24 : 2 = 12
24 : 4 = 6
24 : 8 = 3

(3) 18 : 9 = 2
45 : 9 = 5
54 : 9 = 6

b) Stellt euch gegenseitig Divisions-Aufgaben zu den Zahlen 36 und 60 und 100. Löst sie mit Multiplikations-Aufgaben. Kontrolliert mit dem Punktefeld.

***2.11** **Erarbeiten**

Ziel: Die Frage nach der Gruppengröße mit Rest deuten

Material: -

Umsetzung: a) - c) EA und UG, d) PA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen ihre Vorstellung zur Division in Bezug auf die Frage nach der Anzahl der Gruppen erweitern, indem sie eine Gesamtmenge betrachten, die sich nicht gerecht auf die Gruppengröße aufteilen lassen.
Sie sollen erkennen, dass bei der Gesamtmenge etwas übrigbleibt, wenn immer in gleich große Gruppen aufgeteilt wird.
Besonders zur Deutung des Rests können die Lernenden nicht auf auswendig gelerntes Wissen zurückgreifen, sondern müssen ihre mentalen Vorstellungen aktivieren.

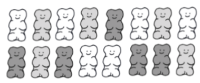
Denksprache:
- „Es bleiben … übrig."
- „**Insgesamt** sind es …"

Methode:
Die Gummibärchen können auch wie in 2.6) eingekreist werden, um die Division zu veranschaulichen und den Rest sichtbarer zu machen.

***2.11 Tüten packen mit Rest**

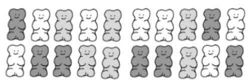
a) Finde eine passende Divisions-Aufgabe.

(1) Immer 5 in eine Tüte.
Wie viele Tüten?



Divisions-Aufgabe: 16 : 5 = 3 R 1

(2) Immer 3 in eine Tüte.
Wie viele Tüten?



Divisions-Aufgabe: 20 : 3 = 6 R 2

b) Begründet, warum die Aufgaben zu den Bildern passen.
Wie schreibt man das Ergebnis auf?

c) Zu welchem Bild passt **3 · 5 + 1**? Warum?
Zu welchem Bild passt **20 : 6 = 3 Rest 2**? Warum? Welche Aufgaben passen noch?

d) Stellt euch gegenseitig Divisions-Aufgaben mit Rest.
Findet eine Multiplikations-Aufgabe dazu, so wie in **c)**.

2.12 **Erarbeiten**

Ziel: Divisions-Aufgaben in die lineare Darstellung am Zahlenstrahl hineinsehen

Material: -

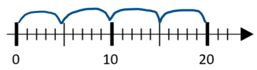
Umsetzung: EA und UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen Divisions-Aufgaben in die Zahlenstrahldarstellung hineinsehen und so ihre Vorstellungen zur Division ausbauen.
In der Darstellung des Zahlenstrahls können ebenfalls die drei zentralen Fragen deutlich werden (Wie groß sind die Schritte? Wie viele Schritte? Wie viel ist es insgesamt?). Dadurch passen jeweils zwei Divisions-Aufgaben, aber nur eine Multiplikations-Aufgabe zum Zahlenstrahl.
Die Lernenden nutzen die Bündelsprache auch am Zahlenstrahl („drei 5er-Schritte“), um die Vorstellung weiter zu festigen.

Impulse:
- Wie viele Schritte werden gemacht? Wie groß sind die Schritte?
- Warum müssen alle Schritte gleich groß sein?
- Warum sind in c) nicht alle Schritte gleich groß? Was bedeutet das?
- Wieso passen sowohl zwei Divisions-Aufgaben als auch eine Multiplikations-Aufgabe zu dem Bild?

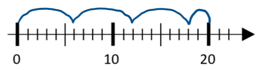
2.12 Schritte auf dem Zahlenstrahl

a) Zeichne Fünferschritte in den Zahlenstrahl, bis du bei 20 ankommst.
Wie viele Schritte passen in die 20?



b) Zu dem Bild passen die Aufgaben **20 : 5** und **4 · 5**. Warum passen die Aufgaben?
Welche Divisions-Aufgabe passt auch noch? Wie lautet dann die Frage?

***c)** Wie kannst du mit Schritten am Zahlenstrahl die Aufgabe **20 : 6 = 3 Rest 2** zeichnen?



2.13 – 2.14 **Üben**

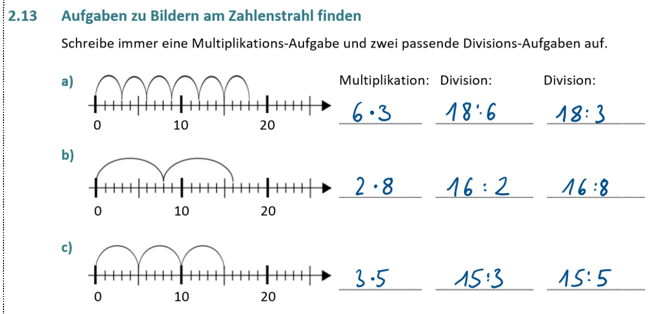
Ziel: Hineinsehen von Divisions-Aufgaben am Zahlenstrahl üben

Material: Zahlenstrahlkarten, Folienstifte

Umsetzung: 2.13 a) – c) EA; 2.14 a)- c) EA, d) Aufgabengenerator PA, e) EA

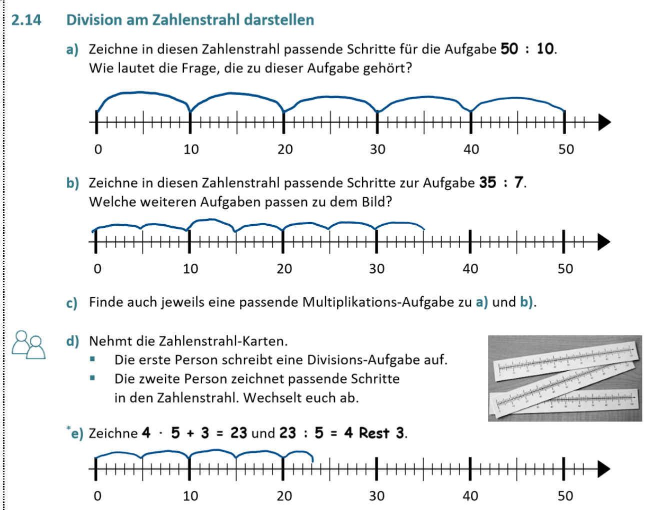
Hintergrund:
Die Lernenden sollen am Zahlenstrahl üben, sowohl die dazugehörige Multiplikations-Aufgabe als auch beide Divisonsaufgaben hineinzusehen. Dadurch soll der strukturelle Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division am Zahlenstrahl gefestigt werden.
Wichtig ist dabei die sprachliche Beschreibung der Struktur. Denn nur dadurch kann sichergestellt werden, dass die Lernenden nicht nur die Zahlen miteinander kombinieren, sondern die Aufgabe wirklich in der Darstellung erkennen. 18:3 passt nur zu der Darstellung, wenn die Lernenden gezielt nach der Anzahl der Schritte fragen und 18:6 passt nur zu der Darstellung, wenn die Lernenden gezielt nach der Größe der Schritte fragen.

Speicherkiste:
Am Ende dieses Dokumentes gibt es einen Wissensspeicher zur Division („Speicherkiste“) als Kopiervorlage. Dieser eignet sich gut für die Systematisierung und Sicherung der Denksprache und der wichtigsten Darstellungen. Es bietet sich an, den Wissenspeicher an dieser Stelle oder am Ende des Bausteins ausfüllen zu lassen.



Hintergrund:
Die Lernenden haben zwei Möglichkeiten, Schritte einzuzeichnen. Aber zu jeder Möglichkeit passt jeweils nur eine Multiplkations-Aufgabe: „Wenn ich sieben 5er-Schritte einzeichne, passt die Multiplikations-Aufgabe 7·5 und die Geteiltaufgaben 35:7 und 35:5 zu dem Bild. Wenn ich fünf 7er-Schritte einzeichne, passt die Multiplikations-Aufgabe 5·7 und die gleichen Geteiltaufgaben.“

Methode:
Eine mögliche weitere Aufgabe könnte sein: Ein Kind zeichnet ein Bild. Das andere Kind nennt die passende Divisions-Aufgabe (ähnlich Aufgabe 2.13).
Zahlenstrahle der Lernenden in a) und b) anschließend zu zweit vergleichen lassen.



3 Rechengeschichten zu Multiplikation und Division

3.1 Erarbeiten

Ziel: Operationsverständnis zur Division durch Rechengeschichte ausbauen

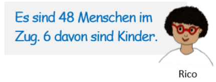
Material: -

Umsetzung: a) UG, b), c) EA, d) PA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen ihre inhaltlichen Vorstellungen zur Division auf Sachkontexte übertragen. Es ist wichtig, dass die Lernenden multiplikative Strukturen nicht nur in offensichtlichen mathematischen Kontexten erkennen, sondern auch mit Sachsituationen und mit entsprechenden Bildern verbinden können und umgekehrt.
Die Lernenden erklären, warum die Rechengeschichten zur jeweiligen Aufgabe passen und vernetzen somit den Term der Divisions-Aufgabe mit der Rechengeschichte. Dadurch wird ein verstehensorientiertes Bearbeiten der Aufgabe gefördert und verhindert, dass die Lernenden die Aufgaben durch reines Oberflächenwissen lösen.

3.1 Passt die Rechengeschichte?

Zu der Aufgabe **48 : 6** hat Rico eine Rechengeschichte erfunden.



a) Passt Ricos Rechengeschichte zu der Aufgabe **48 : 6**? Begründet.

b) Erfinde eine eigene Rechengeschichte, die zu der Aufgabe **48 : 6** passt.

c) Erfinde eine eigene Rechengeschichte mit den Zahlen 48 und 6, die **nicht** zu der Aufgabe **48 : 6** passt.

d) Tauscht eure Geschichten aus **b)** und **c)** miteinander. Erkennt ihr gegenseitig, welche der Geschichten passen und welche nicht? Woran?

3.2 – 3.3 **Üben**

Ziel: Operationsverständnis zur Division durch Rechengeschichte ausbauen

Material: -

Umsetzung: 3.2 a)-c) EA, d) UG; 3.3 EA und UG; 3.4 a) EA, b) PA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen ihre inhaltlichen Vorstellungen zur Division vertiefen, indem sie Divisions-Aufgaben in Rechengeschichten und Bildern erkennen. Dabei sind wieder die drei Fragen von Bedeutung: Wie groß ist jede Gruppe? Wie viele …er-Gruppen passen in? Wie viele sind es insgesamt?
Es ist wichtig, dass sie die Darstellungen vernetzten, damit die Lernenden ihre Vorstellungen zum Bearbeiten der Aufgaben aktivieren und nicht prozedural vorgehen. Das Nutzen der Denksprache ist dabei besonders hilfreich.

Denksprache:

- „fünf 4**er** …"
- „Fünf Gruppen mit **jeweils** … in einer Tüte"
- „**Immer** … in einer Tüte"

Speicherkiste:
Am Ende dieses Dokumentes gibt es einen Wissensspeicher zur Division („Speicherkiste") als Kopiervorlage. Dieser eignet sich gut für die Systematisierung und Sicherung der Denksprache und der wichtigsten Darstellungen. Es bietet sich an, den Wissenspeicher zum Abschluss des Bausteins ausfüllen zu lassen, damit die Lernenden alles Wichtige auf einen Blick haben.

3.2 Divisions-Aufgaben und Bilder zu Rechengeschichten finden

a) Kenan hat eine Rechengeschichte geschrieben.
- Zeichne dazu ein passendes Bild.
- Schreibe die passende Divisions-Aufgabe auf. 20 : 4

20 Bonbons sollen verpackt werden.
Es passen immer 4 in eine Tüte.
Frage: Wie viele 4er-Tüten braucht man?

b) Zu deinem Bild aus a) passt auch eine andere Rechengeschichte.
- Welche Frage kannst du stellen?
- Welche Aufgabe passt dann dazu? 20 : 5

20 Bonbons sollen in 5 Tüten verpackt werden.
Frage: Wie viele Bonbons sind in jeder Tüte ?

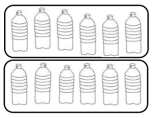
c) Passt zu deinem Bild aus a) auch die Aufgabe **5 · 4** = 20 ?
- Schreibe eine passende Rechengeschichte.
- Wie muss die Frage lauten?

d) Man kann also zu dem Bild „Fünf 4er Tüten sind zusammen 20." drei verschiedene Rechengeschichten schreiben.
- Was ist gleich?
- Was ist verschieden?
- Welche drei Fragen kannst du stellen?

3.3 Rechengeschichten und Aufgaben zu Bildern finden

a) Schreibe zu jeder Situation drei Aufgaben und eine andere Frage für die Rechengeschichte:

(1) Situation: Jonas geht in den Keller und holt Flaschen.



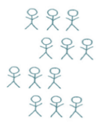
Drei Aufgaben: Drei Fragen:

2 · 6 = ? Wie viele Flaschen hat er insgesamt aus dem Keller geholt?

12 : 2 = ? Er geht zweimal in den Keller. Wie viele Flaschen holt er pro Gang ?

12 : 6 = ? Er geht sechsmal in den Keller. Wie viele Flaschen holt er pro Gang ?

(2) Situation Drei Aufgaben: Drei Rechengeschichten mit Fragen:



3·4=12 Wie viele Kinder gibt es insgesamt?

12:3=4 In jeder Gruppe sollen 3 Kinder sein. Wie viele Gruppen kann man bilden?

12 :4 =3 In jeder Gruppe sollen 3 Kinder sein. Wie viele Gruppen kann man bilden?

3.4 Rechengeschichten und Bilder zu Divisions-Aufgaben finden

a) Schreibe zu jeder Aufgabe jeweils eine passende Rechengeschichte in dein Heft.
Schreibe auch eine Frage auf und zeichne ein passendes Bild.
Finde dann eine oder zwei weitere Rechengeschichten zum selben Bild.

(1) 15 : 3 (2) 27 : 5

b) Tauscht eure Rechengeschichten aus.
- Welche Rechengeschichten passen gut zu den Aufgaben? Begründet.
- Warum passen die anderen nicht? Begründet.

Speicherkiste: Multiplizieren verstehen und erklären

So erklären wir, was Multiplikation bedeutet.

Multiplikation ist ein anderes Wort für Mal-Aufgabe. Es bedeutet, in Gruppen zu zählen, z. B.:

Tipps: Aufgabe 1.1 hilft

Ich sehe 3 Würfel, immer

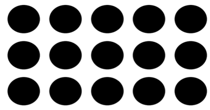
______________________auf jedem Würfel.

Das sind drei 5er-Würfel.

2.4 hilft

Ich sehe _____ Reihen, mit jeweils 5 Punkten.

Das sind _______________-Reihen.

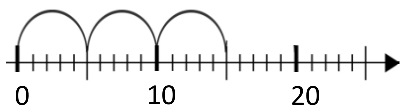


3.2 hilft

Ich sehe ____ Schritte,

jeder Schritt entspricht der Größe ____.

Das sind _____________________________.



Ich sehe _____________________________ .

____

Das sind drei 5er-Gruppen.

Eigenes Bild zur Aufgabe **3 · 5**:

Auf allen Bildern sehe ich _________-Gruppen.

Dazu passt immer die Aufgabe ____________

4.1 hilft

So können wir über Multiplikationen sprechen und so nicht

Streiche durch, was nicht passt!

- 6 mal 3 sind 18
- 6 3er, das sind 18
- 6 Gruppen und immer 3 in jeder Gruppe sind 18
- 6 Gruppen und 3 pro Gruppe sind 18.
- 6 Gruppen und 3 Gruppen sind 18
- 6 und immer 3 sind 18
- Hier sind die sechs und hier sind die drei

Ich sage es auch so:

____

Speicherkiste: Dividieren und Multiplizieren verstehen und erklären

So passen Bilder und Aufgaben zu verschiedenen Fragen

Division ist ein anderes Wort für Geteilt. Wenn eine Menge in gleich große Gruppen eingeteilt wird, dann kann man Divisionen und Multiplikationen finden:

Multiplikation als Zählen in Gruppen / Schritte

3 · 4 = 12

Wir wissen

Wie viele Gruppen? ___

Wie groß ist jede Gruppe? **4er**

Wir fragen

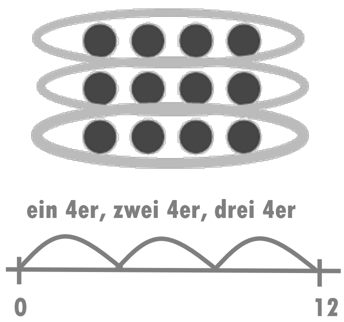
Wie viel ______________

____

____

____

drei 4er sind 12



Division: Wie groß sind die Gruppen / Schritte?

12 : 3 = 4

Wir wissen:

Wie viele insgesamt? ___

Wie viele Gruppen? ___

Wir fragen:

Wie ___________________

____

____

Division: Wie viele Gruppen / Schritte?

12 : 4 = 3

Wir wissen

Wie viele insgesamt? ___

Wie groß ist jede Gruppe? ___

Wir fragen

Wie viele ______________________________

____

____

Das will ich mir auch noch merken: