Mathe sicher können

Didaktischer Kommentar
zum Diagnose- und Fördermaterial

N5 Verständig Addieren & Subtrahieren

Inhalt

Zitierbar als Deutscher, Theresa, Akinwunmi, Kathrin, Selter, Christoph, Mosandl, Corinna, Nührenbörger, Marcus, Ter Laak, Viktoria & Prediger, Susanne & Böing, Lena (2025). Mathe sicher können – Didaktischer Kommentar zu N5: Verständig Addieren & Subtrahieren. Zu Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger & Stephan Hußmann (Hrsg.), Mathe sicher können. Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen (2. Auflage). Open Educational Resources unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n5

Hinweis zu verwandtem Material Gegenüber der 1. Auflage (2014) wurde der Baustein in der 2. Auflage leicht weiterentwickelt, indem Addieren und Subtrahieren gemeinsam behandelt wird, mehr Sprechanlässe zu den Zerlegungen integriert wurden und für Stärkere eine zweite Einheit zu anderen Strategien ergänzt wurde. Die zu diesem Diagnose- und Fördermaterial gehörigen Didaktischen Kommentare und Fortbildungsfilme sind zu finden unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n5.

N5 Worauf kommt es beim verständigen Addieren und Subtrahieren inhaltlich an?

Lerninhalt

Die Beschäftigung mit verschiedenen Rechenstrategien für Addition und Subtraktion mit mehrstelligen Zahlen ermöglicht eine Vertiefung von Verstehensgrundlagen (v.a. Stellenwert- und Operationsverständnis). Das Sprechen über verschiedene Rechenwege regt zudem produktive Diskussionen z.B. über Zahlbeziehungen an. Ein weiterer Vorteil ist, dass in den halbschriftlichen Rechenstrategien Rechengesetze sichtbar werden, während der schriftliche Algorithmus Zahlbeziehungen teilweise sogar verdeckt. Dies liegt daran, dass beim halbschriftlichen Rechnen mit Zahlen und nicht mit Ziffern wie beim schriftlichen Rechnen operiert wird. Außerdem bildet das verständige Zahlenrechnen eine wichtige Verstehensgrundlage für die Algebra, da die Rechengesetze sichtbar werden.
In diesem Baustein werden die vier halbschriftlichen Strategien *Schrittweises Rechnen, Stellenweises Rechnen, Ergänzen* und *Vereinfachen* erarbeitet und gefestigt. Da sich diese Strategien einerseits jeweils für unterschiedliche Zahlenwerte eignen (flexibles Rechnen) und sich andererseits verschiedene mathematische Beziehungen mit ihnen vertiefen lassen, sollen möglichst alle vier Strategien thematisiert werden. Aber auch das Herausgreifen und Fördern einer Hauptstrategie, die beispielsweise in der Standortbestimmung von der Schülerin oder dem Schüler selbst gewählt wurde, ist denkbar. Für den weiteren Verlauf der Förderung ist allerdings zu berücksichtigen, dass das schriftliche Addieren und Subtrahieren (Baustein **N7**) auf Grundlage der halbschriftlichen Strategie *Stellenweises Rechnen* eingeführt wird.
Die Förderung bezieht sich auf die Addition und Subtraktion im Hunderter- und Tausenderraum, weshalb ein entsprechendes Zahl- (Bausteine **N1** und **N2**) und Operationsverständnis (Baustein **N3**) Voraussetzung ist.
Im Folgenden wird ein Überblick über die vier Strategien gegeben, wobei zu beachten ist, dass die Vorgehensweisen bezüglich der Reihenfolge und Anzahl der einzelnen Rechenschritte variieren können. Die halbschriftlichen Strategien stellen somit keine algorithmischen Verfahren dar, sondern können auf unterschiedliche Art und Weise notiert werden. Dadurch kann ein rein rezeptartiges Anwenden eines Verfahrens vermieden werden.

Schrittweises Rechnen

Beim *Schrittweisen Rechnen* wird bei der Addition der zweite Summand bzw. bei der Subtraktion der Subtrahend zerlegt und schrittweise zum ersten Summanden addiert bzw. vom Minuenden subtrahiert. Die Zerlegung erfolgt dabei nicht zwingend gemäß der Stellenwerte (also z.B. erst die Zehner, dann die Einer), sondern kann davon unabhängig den Zahlenwerten angepasst werden (siehe Beispiel zur Addition). Die Strategie *Schrittweises Rechnen* zeichnet sich insbesondere dadurch aus, dass sie bei der Subtraktion nicht so fehleranfällig ist wie die Strategie *Stellenweises Rechnen*.

165 + 375 = 540
165 + 35 = 200
200 + 300 = 500
500 + 40 = 540

Schrittweise Addition

458 - 397 = 61
458 - 300 = 158
158 - 90 = 68
68 - 7 = 61

Schrittweise Subtraktion

Stellenweises Rechnen

Beim *Stellenweisen Rechnen* werden beide Zahlen in ihre jeweiligen Stellenwerte zerlegt und stellenweise addiert bzw. subtrahiert. Das Endergebnis wird als Summe der Zwischenergebnisse ermittelt. Die Verknüpfung der Zwischenergebnisse fällt einigen Lernenden schwer. Dies bedarf eines tragfähigen Operationsverständnisses.
Bei der Subtraktion erweist sich das *Stellenweise Rechnen* als besonders fehleranfällig, sobald bei den Zwischenrechnungen der Minuend kleiner als der Subtrahend ist.

458 - 397 = 61
400 - 300 = 100
50 - 90 = -40
8 - 7 = 1

Halbschriftliche Notation

458 - 397
= 400 - 300 + 50 - 90 + 8 - 7
= 300 - 300 + 150 - 90 + 8 - 7
= 60 + 1

Notation als Rechenkette

Da die Schülerinnen und Schüler meist noch keine negativen Zahlen kennen, trägt das Minuszeichen bei der halbschriftlichen Notation im Zwischenergebnis die Bedeutung: „Die 40 konnte ich nicht, muss ich aber noch abziehen“. Die Zwischenergebnisse werden alternativ auch nur in der Ergebniszeile notiert.
Dieses Notationsproblem kann mit der Notation als Rechenkette vermieden werden, da diese gut zeigt, was eigentlich passiert: „Ich kann nicht 9 Zehner von 5 Zehnern wegnehmen. Daher entbündele ich von den 4 Hundertern einen Hunderter. Dann habe ich noch 3 Hunderter und 15 Zehner. Deswegen notiere ich nicht mehr 400 – 300 und 50 – 90, sondern 300 – 300 und 150 – 90.“

Ergänzen

Das *Ergänzen* ist ausschließlich eine Rechenstrategie bei der Subtraktion. Sie basiert auf der gleichnamigen

Grundvorstellung, welche den Lernenden aus dem Baustein **N3** bekannt ist. Dabei wird vom Subtrahenden sukzessiv zum Minuenden ergänzt. Dies kann auf verschiedene Weise geschehen. Die Differenz wird aus der Summe der jeweiligen Ergänzungsschritte ermittelt und stellt den Abstand zwischen dem Subtrahenden und dem Minuenden dar.

458 - 397 = 61
397 + 1 = 398
398 + 60 = 458

Ergänzen (Beispiel 1)

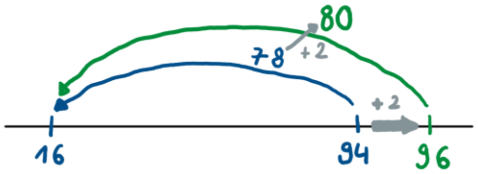
458 - 397 = 61
397 + 3 = 400
400 + 58 = 458

Ergänzen (Beispiel 2)

Das *Ergänzen* kann grundsätzlich zum Lösen jeder Subtraktionsaufgabe eingesetzt werden. Im Vergleich zu anderen Strategien ist das Ergänzen bei Aufgaben, bei denen Minuend und Subtrahend nah beieinander liegen bzw. der Subtrahend nah an einer Vielfachen von 10 (z.B. 100, 200) liegt, besonders sinnvoll, weil weniger Rechenschritte notwendig sind.

Vereinfachen

Das *Vereinfachen* wird im Material nur exemplarisch für die Subtraktion thematisiert. Aufgrund der Konstanz der Differenz bleibt das Ergebnis gleich, sofern sowohl der Minuend als auch der Subtrahend um denselben Wert verändert werden.
Die Begründung kann am Zahlenstrahl veranschaulicht und aus zwei Perspektiven gesehen werden:



Vereinfachen einer Subtraktionsaufgabe

1) Fokus auf Minuenden: Wenn ich weiter weg von der Zielzahl, hier der 16, starte, brauche ich einen größeren Sprung zur Zielzahl. Für die Subtraktion bedeutet das, dass Sprung und Startzahl, hier die 94, größer werden.
2) Fokus auf Subtrahenden: Wenn ich den Sprung vergrößere, vergrößert sich auch meine Startzahl.

Veranschaulichung und Material

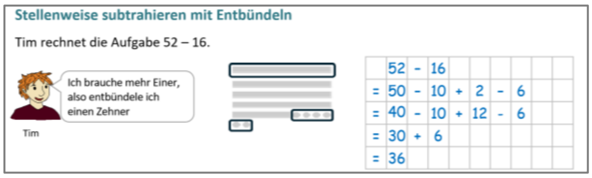
Der *Zahlenstrahl* und das *gezeichnete Würfelmaterial* ermöglichen, die Rechenschritte – parallel zu ihrer symbolischen Notation – zu veranschaulichen und dabei inhaltlich nachzuvollziehen.

Zahlenstrahl (Schrittweises Rechnen, Ergänzen, Vereinfachen)

Im Material wird der Begriff „Rechenstrich" verwendet. Damit ist ein Zahlenstrahl gemeint, auf dessen Skalierung es nicht ankommt, da daran nur Rechnungen visualisiert werden. Der Zahlenstrahl, bekannt aus den Bausteinen **N2** und **N3**, wird zur Darstellung der halbschriftlichen Strategien *Schrittweises Rechnen, Ergänzen* genutzt. Im Unterricht kann er aber auch zum Visualisieren vom *Vereinfachen* genutzt werden. Hierbei werden sowohl die einzelnen Rechenschritte als auch die dazugehörigen Zwischenergebnisse und das Endergebnis dargestellt. Dabei soll die jeweilige Operation in das Bild hineingesehen werden.
Ziel ist es, die inhaltliche Bedeutung und den Zusammenhang der Rechenschritte, die Veranschaulichung am Zahlenstrahl sowie die symbolische Notation miteinander zu verknüpfen.

Gezeichnetes Würfelmaterial (Stellenweises Rechnen)

Zur Veranschaulichung der Strategie *Stellenweises Rechnen* wird das aus den Bausteinen **N1** und **N3** bekannte, gezeichnete Würfelmaterial aufgegriffen. Es stellt dar, warum die stellenweise Zerlegung der Aufgabe zulässig ist und warum das Endergebnis durch die Addition der Zwischenergebnisse (auch bei der Subtraktion) ermittelt wird.
Beim *Stellenweisen Subtrahieren* liegt eine Herausforderung in den Aufgaben, bei denen beispielsweise die Einerzahl des Minuenden kleiner ist als die des Subtrahenden. Auch hier wird das gezeichnete Würfelmaterial herangezogen, um die Rechenschritte und v. a. das Entbündeln an der Veranschaulichung nachvollziehbar zu machen.



Veranschaulichung der Aufgabe 52 – 16 *(Stellenweises Rechnen)*

In der Förderung

Aufbau der Förderung

Der Baustein setzt sich aus zwei Fördereinheiten zusammen, die sich jeweils auf die verschiedenen halbschriftlichen Rechenstrategien beziehen:

1. Schritt- und stellenweise addieren und subtrahieren
2. Rechnen auf weiteren Wegen

Die Fördereinheit 1 besteht aus der Erarbeitung sowie Festigung des Verständnisses zum halbschriftlichen Addieren und Subtrahieren und dient der Übung der Strategien Schrittweise und Stellenweise. In Fördereinheit

2 werden weitere Strategien (Ergänzen und Vereinfachen) thematisiert.

Digitale Medien zum Baustein

Alle digitalen Medien werden kontinuierlich ausgebaut und sind stets aktuell verlinkt unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n5

- Im **didaktischen Themenfilm** werden die aufgeführten Aspekte zum verständigen Rechnen mit Fallbeispielen illustriert und es wird aufgezeigt, worauf es bei der Förderung ankommt: https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/themenvideo/rechnen (nach Registrierung zugänglich)
- Die digitale Diagnose wird in zunehmend mehr Bundesländern im **MSK-Online-Check** möglich.

Weiterführende Literatur

Häsel-Weide, U. &Nührenbörger, M. (2013). Fördern im Mathematikunterricht. In H. Bartnitzky, H., U. Hecker, U. & M. Lassek (Hrsg.), *Individuell fördern – Kompetenzen stärken* (ab Klasse 3) (S. 1 - 60). Grundschulverband.

Höveler, K. & Prediger, S. (2017). Vielfältige Rechenwege finden, erläutern und begründen - Gemeinsames Lernen in inklusiven Klassen inszenieren. *Mathematik lehren*, *34*(201), 11-16.

KIRA (o.J.). *Halbschriftliche Addition*. https://kira.dzlm.de/arithmetik/halbschriftliches-rechnen/halbschriftliche-addition

KIRA (o.J.) *Halbschriftliche Subtraktion*. https://kira.dzlm.de/arithmetik/halbschriftliches-rechnen/halbschriftliche-subtraktion

PIKAS (o.J.). *Halbschriftliches Rechnen*. https://pikas.dzlm.de/node/2311

Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Schroedel.

N5A Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 15 – 20 Minuten

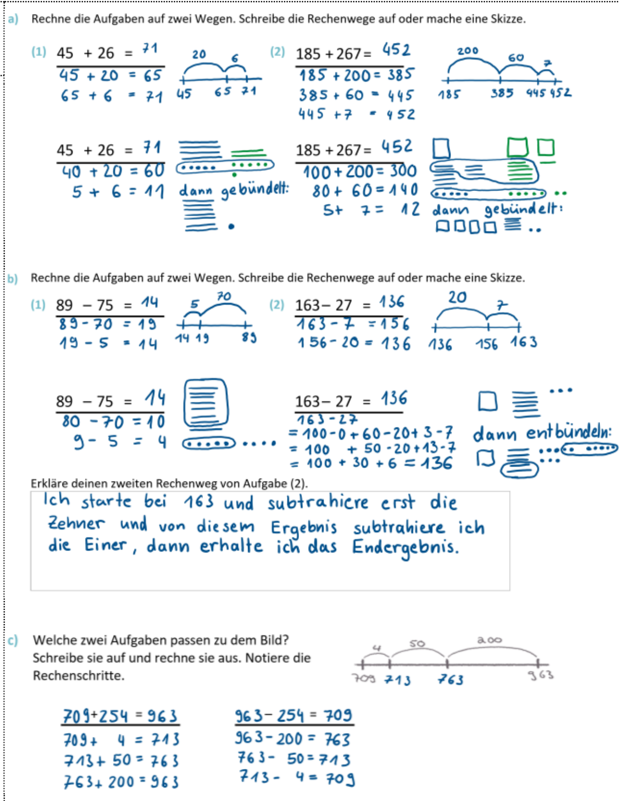
Hinweise zur Durchführung:

Vor der Durchführung: Klären, dass die Aufgaben nicht mit schriftlichen Algorithmen gelöst werden sollen. Gegebenenfalls eine schriftliche Rechnung an die Tafel schreiben und durchstreichen.

Sofern sich einzelne Schülerinnen und Schüler bei der Notation des Rechenweges unsicher sind, kann es helfen, die Lernenden den Rechenweg kurz mündlich erklären zu lassen und sie daraufhin aufzufordern, die Rechnung genauso zu notieren.

Welche Rechenstrategien den Lernenden so vertraut sind, dass sie sie wählen, ist eine zentrale Information der Standortbestimmung. Daher sollte keine Strategie von der Lehrkraft als Hilfestellung vorgegeben werden.

Aufgabenteil c) kann nicht mit der Strategie *Stellenweises Rechnen* bearbeitet werden. Ist der Anspruch der Förderung, ausschließlich das *Stellenweise Rechnen* zu sichern, kann diese Aufgabe in der Auswertung unberücksichtigt bleiben. Dies kann den Lernenden gegebenenfalls auch bereits während der Standortbestimmung signalisiert werden.



Hinweise zur Auswertung

Diagnoseaufgabe 1: Rechnen auf mehreren Wegen

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
a)	Einzelne Rechenschritte vergessen bzw. Strategie nicht konsequent verwendet	Evtl. unvollständiges Verständnis für die halbschriftlichen Rechenstrategien, insbesondere für den Zusammenhang der einzelnen Rechenschritte	An 1.1, 1.4 Rechenstrategien zur Addition erarbeiten.
	Endergebnis wird fehlerhaft aus Zwischenergebnissen ermittelt	Evtl. unvollständiges Verständnis für die halbschriftlichen Rechenstrategien, insbesondere für den Zusammenhang der einzelnen Rechenschritte nud dem Gesamtergebnis	An 1.1, 1.4 Rechenstrategien zur Addition erarbeiten. Dabei insbesondere das Verständnis für die Zusammenhänge zwischen den Rechenschritten und dem Endergebnis thematisieren.
	Berechnung des Stellenwertübergangs ist unklar	Evtl. unvollständiges Stellenwertverständnis	An 1.1 – 1.6 Rechenstrategien zur Addition und Subtraktion erarbeiten, um Einsichten in das Stellenwerverständnis zu wiederholen/vertiefen. Das (Ent-)Bündeln kann in Baustein **N1** wiederholt werden.
b)	Endergebnis wird fehlerhaft aus Zwischenergebnissen ermittelt	Evtl. unvollständiges Verständnis für die halbschriftlichen Rechenstrategien, insbesondere für den Zusammenhang der einzelnen Rechenschritte und dem Gesamtergebnis	An 1.2 – 1.6 Rechenstrategien zur Subtraktion im Zusammenhang mit der Addition erarbeiten. Dabei insbesondere das Verständnis für die Zusammenhänge zwischen den Rechenschritten und dem Endergebnis thematisieren.
c)	z.B. 709 + 963 oder 963 - 709	Evtl. unvollständiges Verständnis für die halbschriftlichen Rechenstrategie des *schrittweisen Rechnens* am Zahlenstrahl (Operation kann nicht in die Abbildung hineingesehen werden)	An 1.1 – 1.3 Rechenstrategie *schrittweise Rechnen* für die Addition und Subtraktion mithilfe der Darstellung am Zahlenstrahl erarbeiten und in ihrer Umkehrbeziehung thematisieren.

N5A Wie können wir fördern, dass Kinder sicher addieren und subtrahieren und Rechenwege erklären?

1 Rechnen auf mehreren Wegen – schrittweise und stellenweise

1.1 - 1.2 **Erarbeiten**

Ziel: Am Zahlenstrahl schrittweise addieren und subtrahieren und den Rechenweg erklären und notieren

Material: -

Umsetzung: 1.1 a) UG, b) – d) EA und 1.2 a) UG, b) EA, c) EA

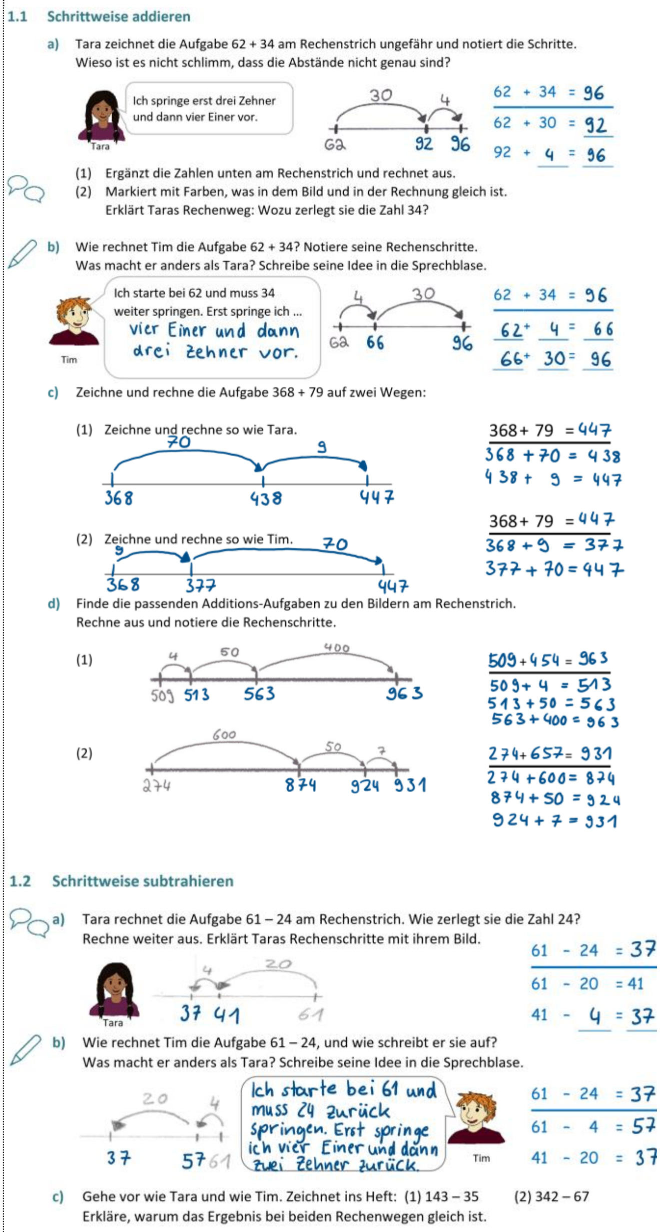
Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Strategie *Schrittweise Rechnen* mit ihrer Vorstellung vom Addieren und Subtrahieren verknüpfen, indem sie die Deutung der Rechenschritte am Zahlenstrahl mit der Notation des Rechenweges vernetzen und versprachlichen.
Dabei sollen sie erkennen, dass es verschiedene (gleich gute) Möglichkeiten gibt, wie am Zahlenstrahl schrittweise gerechnet werden kann.

Die Voraussetzung dafür ist, dass die Lernenden Additions- und Subtraktionsaufgaben in die Zahlenstrahldarstellung hineinsehen können. Hierzu ggf. Baustein **N3** (Aufgabe 2) wiederholen.

Manche Lernende fokussieren nur die Rechnung, ohne Betrachtung der Darstellung am Zahlenstrahl. Um das inhaltliche Verständnis der Strategie bei den Lernenden zu festigen, sollte die Darstellung am Zahlenstrahl mit der Rechnung vernetzt werden. Dazu ist wichtig zu klären, dass die Addition am Zahlenstrahl als nach vorne Springen, die Subtraktion als Zurückspringen interpretiert werden soll.

Impulse:
- Warum schreibst du das letzte Zwischenergebnis als Endergebnis auf?
- Wie viel springst du insgesamt?
- Wie siehst du im Bild, dass plus gerechnet wird?
- Warum kannst du so wie Tara und so wie Tim rechnen und erhältst das gleiche Ergebnis?

Methode:
Eine weitere Aufgabe könnte sein, dass die Lernenden weitere Zahlenstrahlen zeichnen, zu denen ihre Partnerkinder die passende Additions- oder Subtraktionsaufgabe finden und rechnen sollen. Alternativ könnten die Lernenden weitere Rechnungen aufschreiben, zu denen ihre Partnerkinder den passenden Zahlenstrahl zeichnen sollen.


1.1 Schrittweise addieren

a) Tara zeichnet die Aufgabe 62 + 34 am Rechenstrich ungefähr und notiert die Schritte. Wieso ist es nicht schlimm, dass die Abstände nicht genau sind?

(1) Ergänzt die Zahlen unten am Rechenstrich und rechnet aus.
(2) Markiert mit Farben, was in dem Bild und in der Rechnung gleich ist. Erklärt Taras Rechenweg: Wozu zerlegt sie die Zahl 34?

b) Wie rechnet Tim die Aufgabe 62 + 34? Notiere seine Rechenschritte. Was macht er anders als Tara? Schreibe seine Idee in die Sprechblase.

c) Zeichne und rechne die Aufgabe 368 + 79 auf zwei Wegen:

(1) Zeichne und rechne so wie Tara.

(2) Zeichne und rechne so wie Tim.

d) Finde die passenden Additions-Aufgaben zu den Bildern am Rechenstrich. Rechne aus und notiere die Rechenschritte.

(1)

(2)

1.2 Schrittweise subtrahieren

a) Tara rechnet die Aufgabe 61 – 24 am Rechenstrich. Wie zerlegt sie die Zahl 24? Rechne weiter aus. Erklärt Taras Rechenschritte mit ihrem Bild.

b) Wie rechnet Tim die Aufgabe 61 – 24, und wie schreibt er sie auf? Was macht er anders als Tara? Schreibe seine Idee in die Sprechblase.

c) Gehe vor wie Tara und wie Tim. Zeichnet ins Heft: (1) 143 – 35 (2) 342 – 67
Erkläre, warum das Ergebnis bei beiden Rechenwegen gleich ist.

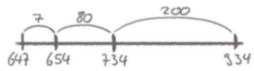
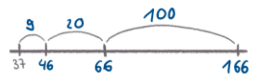
1.3	**Üben**
Ziel:	Zusammenhang von schrittweisem Addieren und Subtrahieren am Zahlenstrahl erkennen; Umkehraufgaben wiederholen
Material:	-
Umsetzung:	a) EA, b) PA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen das schrittweise Rechnen üben, indem sie sowohl die Addition als auch die Subtraktion in die Zahlenstrahldarstellung hineinsehen.
Dabei werden Addition und Subtraktion als Umkehroperationen wiederholt. Dafür sollten die Lernenden die Addition und Subtraktion bereits als Umkehroperationen kennen (ggf. Baustein **N3** wiederholen).
Die Darstellung der Rechnung am Zahlenstrahl gibt die Reihenfolge der Rechenschritte (E, Z, H, T oder T, H, Z, E) eindeutig vor. Die Rechenschritte sollen identisch in der Notation aufgeführt werden. Gleiches gilt bei der Übersetzung einer Rechnung in die Darstellung des Rechenweges am Zahlenstrahl. Nur so können die Lernenden die Darstellungen miteinander vernetzen.

Impulse:
- Schaue dir erst das Bild an, bevor du die Umkehraufgabe suchst und berechnest.
- Wie passt deine Rechnung mit dem Bild genau zusammen?
- Wo siehst du den ersten Rechenschritt in der Rechnung und im Bild?
- In welche Richtung springst du beim Addieren, in welche beim Subtrahieren?
- Wie weit springst du insgesamt? Wo siehst du das im Bild?

1.3 Schrittweise addieren und subtrahieren: Vor und zurück

a) Immer zwei Aufgaben passen zu jedem Bild.
- Erkläre, wie die Additions-Aufgaben und die Subtraktions-Aufgaben zu dem Bild passen.
- Notiere die Rechnungen und die fehlenden Zahlen an den Bildern.

Additions-Aufgabe	Bild	Subtraktions-Aufgabe
(1) 647 + 287 = 934 647 + 7 = 654 654 + 80 = 734 734 + 200 = 934		934 − 287 = 647 934 − 200 = 734 734 − 80 = 654 654 − 7 = 647
(2) 37 + 129 = 166 37 + 9 = 46 46 + 20 = 66 66 + 100 = 166		166 − 129 = 37 166 − 100 = 66 66 − 20 = 46 46 − 9 = 37
(3) 209 + 1269 = 1478 209 + 9 = 218 218 + 60 = 278 278 + 200 = 478 478 + 1000 = 1478		1478 − 1269 = 209 1478 − 1000 = 478 478 − 200 = 278 278 − 60 = 218 218 − 9 = 209

b) Stellt euch gegenseitig Aufgaben. Zeichnet dann passende Bilder dazu.

1.4	**Erarbeiten und Üben**
Ziel:	Am gezeichneten Würfelmaterial stellenweise addieren und den Rechenweg erklären und notieren
Material:	Ggf. Würfelmaterial, Buntstifte
Umsetzung:	a) UG, b) UG, c) PA

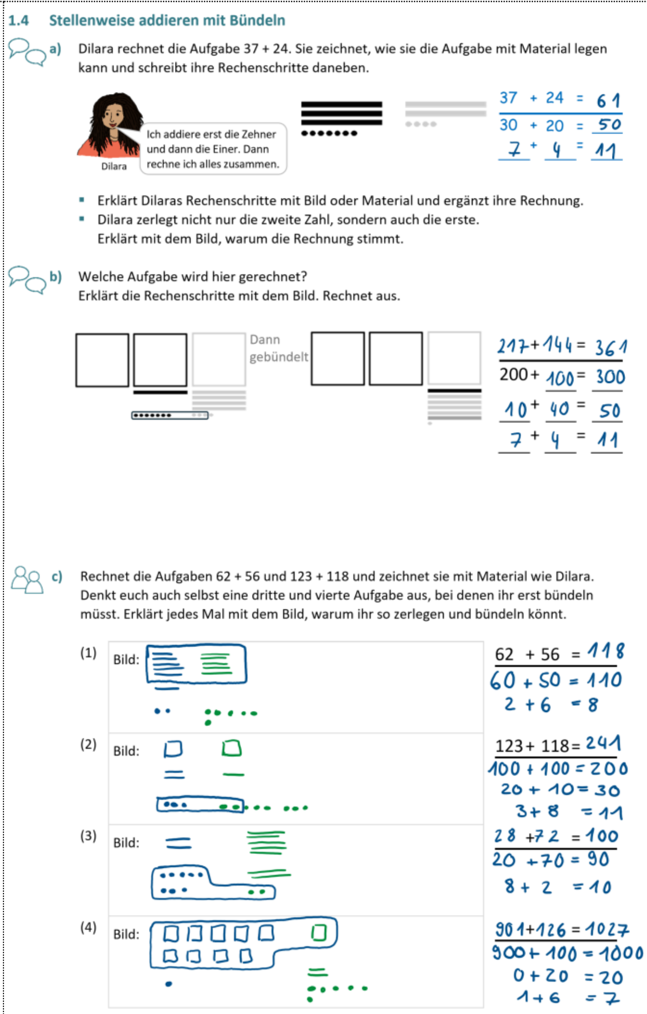
Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Strategie *Stellenweises Rechnen* mit ihrer Vorstellung vom Addieren verknüpfen, indem sie die Deutung der Rechenschritte am gezeichneten Würfelmaterial mit der symbolischen Notation des Rechenweges vernetzen und versprachlichen.
Sowohl die Addition als auch die einzelnen Rechenschritte müssen in die Darstellung vom gezeichneten Würfelmaterial hineingesehen werden. Dabei kann der Zehnerübergang als Gesprächanlass genutzt werden, um das Bündeln zu wiederholen. Falls weiterer Bedarf besteht, kann das Bündeln in Baustein **N1 B** wiederholt werden. Für das Endergebnis muss sowohl die Summe der Einer, die Summe der Zehner als auch die Summe der Hunderter zusammengefasst werden. Die Zwischenergebnisse werden daher addiert.
Die zwei Summanden werden der Übersichtlichkeit halber im Bild (und ggf. auch in der Rechnung) in unterschiedlichen Farben dargestellt.

Impulse:

- Markiere die Rechenschritte jeweils mit gleichen Farben in der Zeichnung und in der Rechnung.
- Wie siehst du im Bild, dass plus gerechnet wird?
- Was bedeutet das Bündeln? Was wird gebündelt? Warum ist es hier klug, zu bündeln?
- Was passiert mit beiden Zahlen in der Aufgabe? Warum geht das?

Methode:
Die Aufgabe kann bei Bedarf auch mit Würfelmaterial nachgelegt und mit der Zeichnung verglichen werden.

Eine weitere Aufgabe könnte die Gestaltung eines „Paare finden"-Spiels sein. Die Schülerinnen und Schüler erstellen weitere Zeichnungen von frei gewählten Additionsaufgaben und schreiben die passenden Rechnungen auf separate Karteikarten (DIN-A7). Dann wird „Paare finden" gespielt.


1.4 Stellenweise addieren mit Bündeln

a) Dilara rechnet die Aufgabe 37 + 24. Sie zeichnet, wie sie die Aufgabe mit Material legen kann und schreibt ihre Rechenschritte daneben.

- Erklärt Dilaras Rechenschritte mit Bild oder Material und ergänzt ihre Rechnung.
- Dilara zerlegt nicht nur die zweite Zahl, sondern auch die erste. Erklärt mit dem Bild, warum die Rechnung stimmt.

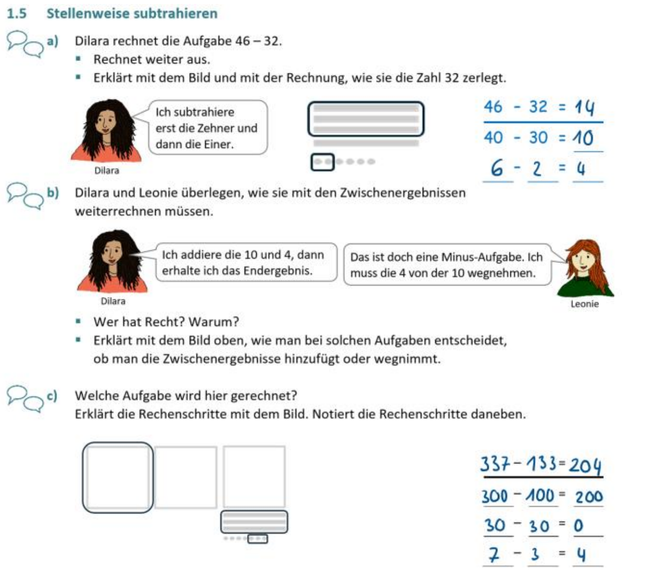
b) Welche Aufgabe wird hier gerechnet? Erklärt die Rechenschritte mit dem Bild. Rechnet aus.

c) Rechnet die Aufgaben 62 + 56 und 123 + 118 und zeichnet sie mit Material wie Dilara. Denkt euch auch selbst eine dritte und vierte Aufgabe aus, bei denen ihr erst bündeln müsst. Erklärt jedes Mal mit dem Bild, warum ihr so zerlegen und bündeln könnt.

1.5	**Erarbeiten und Üben**
Ziel:	Am gezeichneten Würfelmaterial stellenweise subtrahieren und den Rechenweg erklären und notieren
Material:	Ggf. Würfelmaterial, Buntstifte
Umsetzung:	a) – c) jeweils EA oder PA, dann UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Strategie *Stellenweises Rechnen* mit ihrer Vorstellung vom Subtrahieren verknüpfen, indem sie die Deutung der Rechenschritte am gezeichneten Würfelmaterial mit der Notation des Rechenweges vernetzen und versprachlichen.
Das passiert zuerst ohne Stellenwertübergang (ohne Entbündeln).
Leonie greift eine typische Schwierigkeit von Lernenden auf. Die korrekte Verknüpfung der Zwischenergebnisse kann nur durch ein tragfähiges Operationsverständnis stattfinden. In der Aufgabe kann am (gezeichneten) Würfelmaterial geklärt werden, warum bei einer Subtraktionsaufgabe die Zwischenergebnisse addiert werden.

Impulse:
- Wo siehst du das Endergebnis in der Zeichnung? Markiere.
- Was bedeutet das Eingekreiste in dem Bild?
- Wie siehst du in dem Bild, dass minus gerechnet wird?
- Warum addierst du die Zwischenergebnisse, obwohl es eine Minus-Aufgabe ist?



1.5 Stellenweise subtrahieren

a) Dilara rechnet die Aufgabe 46 – 32.
- Rechnet weiter aus.
- Erklärt mit dem Bild und mit der Rechnung, wie sie die Zahl 32 zerlegt.

b) Dilara und Leonie überlegen, wie sie mit den Zwischenergebnissen weiterrechnen müssen.

- Wer hat Recht? Warum?
- Erklärt mit dem Bild oben, wie man bei solchen Aufgaben entscheidet, ob man die Zwischenergebnisse hinzufügt oder wegnimmt.

c) Welche Aufgabe wird hier gerechnet?
Erklärt die Rechenschritte mit dem Bild. Notiert die Rechenschritte daneben.

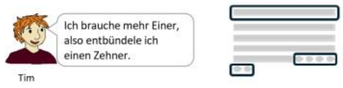
1.6	**Erarbeiten und Üben**
Ziel:	Am gezeichneten Würfelmaterial stellenweise subtrahieren und den Rechenweg erklären und als Rechenkette notieren
Material:	Ggf. Würfelmaterial, Buntstifte
Umsetzung:	a) EA/PA, dann UG, b) EA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen ihre Vorstellungen vom *Stellenweisen Subtrahieren* auf Aufgaben mit einem Stellenwertübergang übertragen. Dabei kommt das Entbündeln zum Tragen (ggf. Baustein **N1**B oder **N3** wiederholen).

Die Notation der Rechnung ist für die Lernenden neu, zeigt aber gut, was eigentlich passiert: „Ich rechne 52 – 16 stellenweise. Dafür zerlege ich beide Zahlen und subtrahiere erst die Zehner, dann die Einer. Ich schreibe 50 – 10 und 2 – 6 hintereinander. **Ich kann nicht 6 Einer von 2 Einern wegnehmen. Daher entbündele ich von den 5 Zehnern einen Zehner. Dann habe ich noch 4 Zehner und 12 Einer. Deswegen notiere ich nicht mehr 50 – 10 und 2 – 6, sondern 40 – 10 und 12 – 6.**
Jetzt kann ich 40 – 10 und 12 – 6 rechnen, das sind 30 und 6. Diese Zwischenergebnisse muss ich addieren, weil ich das, was jeweils bei den einzelnen Subtraktionsaufgaben übrig geblieben ist noch zusammenfassen muss.“
Impulse:
- Wie hilft es Tim, einen Zehner zu entbündeln?
- Wie siehst du die Zerlegung in Zehner und Einer in der Rechnung?
- Wo siehst du in der Rechnung das Entbündeln?
- Bei welchen Aufgaben musst du entbündeln? Warum?

1.6 Stellenweise subtrahieren mit Entbündeln

Tim rechnet die Aufgabe 52 – 16.



	52	-	16				
=	50	-	10	+	2	-	6
=	40	-	10	+	12	-	6
=	30	+	6				
=	36						

a) Was meint Tim? Erklärt mit dem Bild oder mit dem Würfelmaterial, was in seiner Rechnung passiert.

b) Zeichne und rechne die Aufgaben wie Tim in deinem Heft.

(1) 72 – 46 (3) 57 – 39 (5) 234 – 126
(2) 35 – 18 (4) 81 – 65 (6) 352 – 237

1.7	**Üben**
Ziel:	Stellenweises Addieren und Subtrahieren üben; Gesetzmäßigkeiten bei der Addition und Subtraktion mithilfe von Entdeckerpäckchen erkennen
Material:	Ggf. Stift
Umsetzung:	a), b), c) EA und d) PA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen *Stellenweises Addieren* und *Subtrahieren* üben und Gesetzmäßigkeiten bei der Addition und Subtraktion mithilfe von Entdeckerpäckchen erkennen. Die Entdeckungen können sowohl in der Aufgabe als auch in den Rechenschritten gemacht werden. Mögliche Entdeckungen sind z.B. in (1):

- Der Hunderter des ersten Summanden wird immer um einen Hunderter größer.
- Der Zehner des zweiten Summanden wird um einen Zehner größer.
- Dadurch wird das Ergebnis immer um einen Hunderter und einen Zehner größer. Die Einerstelle verändert sich nicht, weil auch die Einerstelle der Summanden unverändert bleibt.

Das Beschreiben und Begründen solcher strukturierter Aufgabenserien fördert insbesondere die prozessbezogenen Kompetenzen (Kommunizieren, Argumentieren und Darstellen).

Die Art der Notation ist den Lernenden freigestellt (halbschriftlich oder als Rechenkette). Die letzten beiden Aufgaben von (3) bieten sich aufgrund der notwendigen Entbündelung für die Rechenkette eher an als die halbschriftliche Notation.

Impulse:

- Wie verändert sich die erste/zweite Zahl?
- An welcher Stelle ändert sich die erste/zweite Zahl?
- Wo siehst du die Veränderung in deinen Rechenschritten?
- Wie verändert sich das Ergebnis?
- Warum verändert sich das Ergebnis so?

Denksprache:

- „... die erste Zahl / die zweite Zahl / das Ergebnis“
- „...wird immer um ... größer / kleiner, weil ...“

1.7 Stellenweise addieren und subtrahieren

a) Rechne aus. Was fällt dir auf? Markiere deine Entdeckungen mit verschiedenen Farben. Setze die Päckchen fort.

(1)
264 + 152 = 416
200 + 100 = 300
60 + 50 = 110
4 + 2 = 6

364 + 162 = 526
300 + 100 = 400
60 + 60 = 120
4 + 2 = 6

464 + 172 = 636
400 + 100 = 500
60 + 70 = 130
4 + 2 = 6

564 + 182 = 746
500 + 100 = 600
60 + 80 = 140
4 + 2 = 6

(2)
466 − 254 = 212
400 − 200 = 200
60 − 50 = 10
6 − 4 = 2

477 − 265 = 212
400 − 200 = 200
70 − 60 = 10
7 − 5 = 2

488 − 276 = 212
400 − 200 = 200
80 − 70 = 10
8 − 6 = 2

499 − 287 = 212
400 − 200 = 200
90 − 80 = 10
9 − 7 = 2

(3)
757 − 143 = 614
700 − 100 = 600
50 − 40 = 10
7 − 3 = 4

757 − 254 = 503
700 − 200 = 500
50 − 50 = 0
7 − 4 = 3

757 − 365
= 700 − 300 + 50 − 60 + 7 − 5
= 600 − 300 + 150 − 60 + 7 − 5
= 300 + 90 + 2
= 392

757 − 476
= 700 − 400 + 50 − 70 + 7 − 6
= 600 − 400 + 150 − 70 + 7 − 6
= 200 + 80 + 1
= 281

b) Schreibe zu einem Päckchen aus a) deine Entdeckungen auf.
Kreuze an. Ich beschreibe meine Entdeckungen zu: ☒ (1) ☐ (2) ☐ (3)

zu (1): der 1. Summand wird immer um 100 größer, während der 2. Sum. immer um 10 größer wird, dadurch wird die immer um 110 größer.

c) Erfinde selbst solche Entdeckungspäckchen.
Schreibe jeweils nur die ersten zwei Aufgaben auf. Rechne sie aus.

(1)
112 + 12 = 124
100 + 0 = 100
10 + 10 = 20
2 + 2 = 4

112 + 24 = 136
100 + 0 = 100
10 + 20 = 30
2 + 4 = 6

___ + ___ = ___

(2)
21 − 12 = 9
21 − 12
= 20 − 10 + 1 − 2
= 10 − 10 + 11 − 2
= 9

31 − 13 = 18
31 − 13
= 30 − 10 + 1 − 3
= 20 − 10 + 11 − 3
= 10 + 8
= 18

___ + ___ = ___

d) Tauscht eure Entdeckungspäckchen untereinander.
Schreibt die passende dritte Aufgabe auf. Rechnet sie aus.

2 Rechnen auf weiteren Wegen

2.1 **Erarbeiten**

Ziel: Am Zahlenstrahl ergänzen und den Rechenweg erklären und notieren; Aufgaben, die sich gut zum Ergänzen eignen, erkennen

Material: -

Umsetzung: a) UG, b) EA, c) UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Strategie *Ergänzen* zum Bearbeiten von Subtraktionsaufgaben erarbeiten, indem sie die Schritte des Rechenweges mit dem Bild vernetzen und versprachlichen.

Um die Strategie verstehen zu können, ist die Grundvorstellung *Ergänzen* der Subtraktion Voraussetzung (siehe Baustein **N3**). Der Unterschied zu den anderen Strategien ist, dass die Differenz nicht als Rest, der übrig bleibt, interpretiert wird, sondern als Abstand zwischen Subtrahend und Minuend. Das Ergebnis steht daher am Bild über dem Bogen. Hier ist es so, dass sukzessive mit zwei Rechenschritten von der 78 zur 94 ergänzt wird. Das Ergebnis ergibt sich dabei aus den ergänzten Werten.

Das Ergänzen kann grundsätzlich zum Lösen jeder Subtraktionsaufgabe eingesetzt werden. Im Vergleich zu anderen Strategien ist das Ergänzen bei Aufgaben, bei denen Minuend und Subtrahend nah beieinander liegen bzw. der Subtrahend nah an einer Vielfachen von 10 (z.B. 100, 200) liegt, besonders sinnvoll, weil weniger Rechenschritte notwendig sind. Es gibt aber auch andere Gründe, sich für das Ergänzen zu entscheiden.

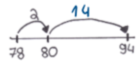
Impulse:

- Welche anderen Rechenschritte hätte Maurice beim Ergänzen machen können? (78 + 6; +10)
- Welche Aufgaben würdest du noch mit dem Ergänzen lösen? Warum?

2.1 Ergänzen

a) Maurice löst die Aufgabe 94 – 78 am Rechenstrich durch Ergänzen. Rechnet weiter aus.

Ich starte bei 74. Erst ergänze ich von 78 bis 80. Dann ergänze ich noch bis 94.



94 - 78 = 16

78 + 2 = 80

80 + 14 = 94

Erklärt den Rechenweg von Maurice:

- Warum addiert Maurice, obwohl er subtrahieren soll? Warum ergänzt er erst bis 80?
- Wie viel ergänzt Maurice insgesamt? Zeigt am Bild.
- Wo im Bild seht ihr das Ergebnis der Rechnung?

b) Löse die Aufgabe 163 – 146 wie Maurice. Zeichne im Heft und rechne aus.

c)
- Kreuzt Aufgaben an, die sich leicht durch Ergänzen lösen lassen.
  Zeichnet ein Bild ins Heft und erklärt, warum ihr diese Aufgaben ausgewählt habt.
- Wie rechnet ihr die anderen Aufgaben? Notiert eure weiteren Rechenwege im Heft.

☒ 1002 – 998 ☒ 467 – 399

☐ 1012 – 754 ☐ 834 – 576

☒ 653 – 644

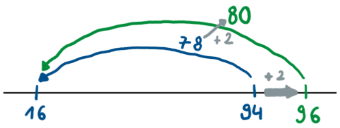
2.2 – 2.3 **Erarbeiten**

Ziel: Strategie *Vereinfachen* erarbeiten; Nutzen von Zahlbeziehungen; Rechenwege erklären und begründen

Material: -

Umsetzung: 2.2 GU, 2.3 a) EA, b) PA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die Strategie *Vereinfachen* erarbeiten und erklären können. Dabei erkennen und nutzen sie Zahlbeziehungen.
Hier wird die Konstanz der Differenz angesprochen. Die Frage „Geht das immer?" zielt auf eine Verallgemeinerung ab, die eine hohe Anforderung an die Lernenden stellt. Aufgrund der Konstanz der Differenz bleibt das Ergebnis gleich, sofern sowohl die Startzahl als auch der Sprung um denselben Wert verändert wird.
Die Begründung kann am Zahlenstrahl passieren und aus zwei Perspektiven gesehen werden:



1) Fokus auf Minuenden: Wenn ich weiter weg von der Zielzahl, hier der 16, starte, brauche ich da hin einen größeren Sprung. Für die Subtraktion bedeutet das, dass Sprung und Startzahl, hier die 94, größer werden.
2) Fokus auf Subtrahenden: Wenn ich den Sprung vergrößere, vergrößert sich auch meine Startzahl.

Denksprache:

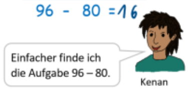
- „… ist nah an…"
- „Wenn ich die Startzahl/ den Sprung vergrößere, muss ich…"

2.2 Vereinfachen

Kenan verändert die Aufgabe 94 – 78.

- Wie verändert er die Aufgabe 94 – 78?
- Warum hat die veränderte Aufgabe das gleiche Ergebnis?
- Verändert 723 – 198 genauso wie Kenan und rechnet mit der vereinfachten Aufgabe.
- Geht das immer?

94 - 78 = 16
96 - 80 = 16



Hintergrund:
Die Lernenden sollen verschiedene Rechenwege anwenden, darstellen und reflektieren. Dabei können Lernende für sich herausfinden welche Strategie(n) sie bei welchen Aufgaben favorisieren und welche sinnvoll sein können. Dafür ist es ggf. sinnvoll, die Lernenden für eine Aufgabe verschiedene Rechenwege aufschreiben zu lassen.
Hier lohnt es sich im Unterrichtsgespräch über Zahlbeziehungen zu sprechen, da diese ausschlaggebend für die Strategiewahl sein sollten.
Die Kommunikation über ihre Rechenwege regt das Nachdenken über die Strategien an und fördern prozessbezogene Kompetenzen (Kommunizieren, Argumentieren).

Methode:
Die Lehrkraft kann auch andere Aufgabenbeispiele notieren, wie z.B. 587 – 324, 279 – 124, 605 – 244.

2.3 Rechenkonferenz

a)
- Jetzt hast du viele Rechenwege kennengelernt. Nutze verschiedene Rechenwege, um diese Aufgaben zu lösen.
- Notiere und zeichne die Rechenwege auf Karten.

(1) 224 - 98
(2) 471 - 468
(3) 615 - 595

b) Trefft euch zu viert in Rechenkonferenzen und stellt euch eure Rechenwege vor.
- Welche verschiedenen Wege habt ihr gefunden?
- Warum führen die Wege zum richtigen Ergebnis?
- Welchen Rechenweg findet ihr für die Aufgabe jeweils am besten? Warum?