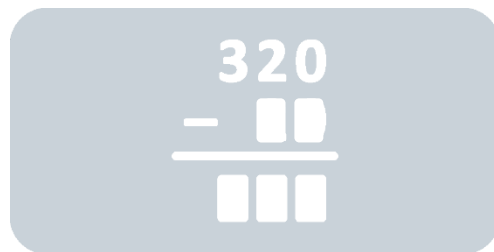


Mathe sicher können



Didaktischer Kommentar zum Diagnose- und Fördermaterial

N7 Schriftlich addieren und subtrahieren



Inhalt

Hintergrund



Worauf kommt es beim schriftlichen Addieren und Subtrahieren an?

Baustein N7A

Ich kann schriftlich addieren und das Rechenverfahren erklären



Was können wir diagnostizieren?



Wie können wir fördern?

Baustein N7B

Ich kann schriftlich subtrahieren und das Rechenverfahren erklären



Was können wir diagnostizieren?



Wie können wir fördern?



Zitierbar als

Dieses Material wurde durch Theresa Deutscher, Kathrin Akinwunmi, Christoph Selter, Corinna Mosandl und Marcus Nührenbörger konzipiert und hier redaktionell bearbeitet. Es kann unter Creative Commons Lizenz BY-NC-SA (Namensnennung – Nicht kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

Deutscher, Theresa, Akinwunmi, Kathrin, Selter, Christoph, Mosandl, Corinna, Nührenbörger, Marcus & Böing, Lena (2025). Mathe sicher können – Didaktischer Kommentar zu N7: Schriftlich addieren und subtrahieren. Zu Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger & Stephan Hußmann (Hrsg.), Mathe sicher können. Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen (2. Auflage). Open Educational Resources unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n7



N7A Worauf kommt es beim schriftlichen Addieren an?

Lerninhalt

Die schriftlichen Rechenverfahren (Bausteine **N7** und **N8**) basieren auf einer festgelegten Abfolge von Schritten und unterscheiden sich somit von den freieren Formen des verständigen Rechnens (Bausteine **N5** und **N6**). Während beim verständigen Rechnen mit Zahlzerlegungen in andere Zahlen gerechnet wird, werden die Zahlen beim schriftlichen Rechnen in ihre Ziffern aufgesplittet. Ein solides Stellenwertverständnis (Baustein **N1**) ist somit Voraussetzung für die verstehensorientierte Erarbeitung der Algorithmen.

Eine lediglich rezeptartige Anwendung der Verfahren kann schnell zu Fehlern führen. Für eine sichere Ausführung des Verfahrens muss dieses daher im Verständnis des Algorithmus verankert sein. Daher wird während der Förderung immer wieder gefragt: „Warum funktioniert das Verfahren so?“.

Der schriftliche Additionsalgorithmus wird zur verständnisbasierten Erarbeitung aus dem verständigen stellenweisen Rechnen abgeleitet. Da beim schriftlichen Rechnen (wegen möglicher Überträge) von rechts nach links gerechnet wird, wird der halbschriftliche Rechenweg ebenfalls beginnend bei den Einern notiert.

$$\begin{array}{r} 572 + 354 = 926 \\ 2 + 4 = 6 \\ 70 + 50 = 120 \\ 500 + 300 = 900 \end{array}$$

H	Z	E
5	7	2
+ 3	5	4
1		
9	2	6

Verständig stellenweise rechnen Schriftlich mit Ziffern rechnen

Die mathematische Grundlage stellen das Kommutativ- und das Assoziativgesetz dar. Die Summanden werden stellenweise zerlegt und addiert.

$$\begin{aligned} 572 + 354 &= (500 + 70 + 2) + (300 + 50 + 4) \\ &= (2 + 4) + (70 + 50) + (500 + 300) \end{aligned}$$

Auf dem Distributivgesetz basiert das spaltenweise Addieren beim schriftlichen Rechenverfahren. Die Stellenwerte werden durch die Positionen der Ziffern in der Zahl ausgedrückt.

$$\begin{aligned} &(2 + 4) + (70 + 50) + (500 + 300) \\ &= (2 + 4) + (7 + 5) \cdot 10 + (5 + 3) \cdot 100 \end{aligned}$$

Notations- und Sprechweise für die Addition

Der Verstehensprozess für die schriftliche Addition wird durch eine sorgfältigen Notations- und Sprechweise erheblich unterstützt. Zu Anfang empfiehlt sich, parallel zur Bearbeitung der Aufgabe, ein lautes Mitsprechen, welches nach und nach in ein gedankliches Mitsprechen übergeht. Folgende Aspekte sind bei der Notations- und Sprechweise zu beachten:

Die Ziffern werden – beginnend bei den Einern – stellengerecht addiert. Der Stellenwert wird anfangs zur Verständnissicherung oben in der Spalte notiert. Die verwendeten Abkürzungen sind: E (Einer), Z (Zehner), H (Hunderter). Die Rechnung wird zu Beginn durch eine ausführliche Sprechweise begleitet, die mit der Zeit verkürzt werden kann: „4 (Einer) plus 2 (Einer) gleich 6 (Einer), ich schreibe 6 (Einer).“

Überschreitet die Summe der Ziffern einer Spalte den Wert 9, so wird in der linken Spalte daneben der Übertrag notiert: „5 (Zehner) plus 7 (Zehner) gleich 12 (Zehner)“. Langversion: „Ich schreibe 12 (Zehner)“. Kurzversion: „Ich schreibe 2 (Zehner) und übertrage 1 (Hunderter)“. In Langversion werden erst zum Schluss in einer weiteren Zeile die Zahlen gebündelt notiert.

H	Z	E
5	7	2
+ 3	5	4
8	12	6
9	2	6

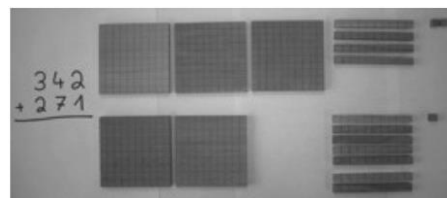
Langschreibweise

H	Z	E
5	7	2
+ 3	5	4
1		
9	2	6

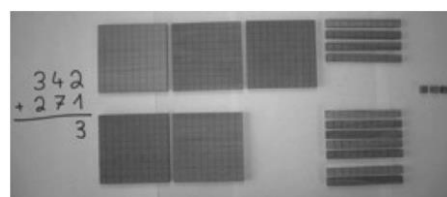
Kurzschreibweise

Veranschaulichung und Material

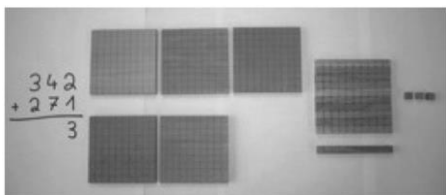
Zur Veranschaulichung der schriftlichen Addition wird das Würfelmaterial genutzt, das die Kinder aus den Bausteinen **N1**, **N3** und **N5** kennen. Mithilfe des Materials können beide Summanden stellengerecht untereinander gelegt und addiert werden. Das Bündeln von Mengen größer als 9 wird anhand des Materials durch das Umtauschen von zehn Einerwürfeln in eine Zehnerstange bzw. von zehn Zehnerstangen in eine Hunderterplatte veranschaulicht. Das Bündeln ist den Lernenden bereits aus Baustein **N1 B** bekannt bzw. sollte ggf. vorher wiederholt werden.



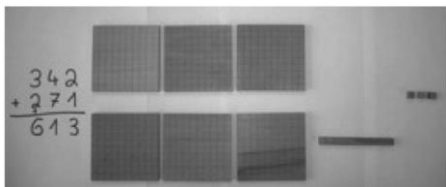
Veranschaulichung der Aufgabe 342 + 271



Veranschaulichung der Addition der Einer (1 + 2)



Veranschaulichung der Addition der Zehner (7 + 4)



Veranschaulichung der Bündelung der Zehner und der Summe

In der Förderung

Die Förderung besteht aus vier Fördereinheiten:

- 1 Addition ohne Übertrag
- 2 Addition mit Übertrag
- 3 Addition mit der Null
- 4 Addition mit unterschiedlicher Stellenzahl

In **Fördereinheit 1** wird das schriftliche Additionsverfahren ausgehend vom stellenweisen verständigen Rechnen verstehensorientiert erarbeitet. Im Zentrum steht die Idee, dass die halbschriftliche Notation durch das schriftliche Verfahren abgekürzt werden kann. So kann, anstatt des erneuten Aufschreibens der Zwischenrechnungen, direkt mit der (in der Stellentafel) notierten Aufgabe gerechnet und die Zwischenergebnisse sofort als Teil des Endergebnisses notiert werden. Die Aufgaben zum Rechnen mit Ziffernkarten (Aufgaben 1.4, 2.5, 3.3 und 4.3) bieten in dieser und den folgenden Fördereinheiten Übungsmöglichkeiten zur schriftlichen Addition. Ausgehend von verschiedenen Aufgabenstellungen sollen die Lernenden dreistellige Zahlen finden und zueinander addieren, so dass sich beispielsweise möglichst kleine bzw. große oder auch festgelegte Ergebnisse ergeben. Beim Ausprobieren und systematischen Vertauschen der Ziffernkarten können die Schülerinnen und Schüler einen vertieften Einblick in das schriftliche Additionsverfahren gewinnen und das Stellenwertsystem sowie Zahlbeziehungen weiter durchdringen.

Die Übungen beziehen sich auf den jeweiligen Inhalt der Fördereinheit, indem die zur Verfügung stehenden Ziffernkarten aufgabenbezogen festgelegt sind. Dadurch, dass unterschiedlich komplizierte Ziffernkombinationen von den Schülerinnen und Schülern gewählt und unterschiedlich viele Lösungen gefunden werden können, sind die Aufgaben zudem selbstdifferenzierend.

In **Fördereinheit 2** steht die verstehensorientierte Erarbeitung des Übertrags im Fokus. Der Bündelungsschritt von zehn Einern in einen Zehner bzw. zehn Zehnern in einen Hunderter wird durch die Langschreibweise (Tims Rechenweg) des schriftlichen Verfahrens betont. Die Kurzschreibweise (Dilaras Rechenweg) wird davon ausgehend abgeleitet (vgl. Aufgabe 2.3).

Rechenwege vergleichen

Kenan, Tim und Dilara rechnen die Aufgabe $489 + 257$.

Beschreibt ihre Rechenwege. Was ist gleich? Was ist verschieden?

$$489 + 257 = 746$$

$$9 + 7 = 16$$

$$80 + 50 = 130$$

$$400 + 200 = 600$$

H Z E

4 8 9

+ 2 5 7

6 13 16

7 4 6



Kenan



Tim

4 8 9

+ 2 5 7

7 4 6



Dilara

Vergleich der Überträge beim verständigen und schriftlichen Rechnen (Lang- und Kurzschreibweise)

Fördereinheit 3 greift mit der Behandlung der Null ein typisches Schwierigkeitsmerkmal schriftlicher Additionsaufgaben auf. Dabei wird der Umgang mit der Null als Ziffer im ersten und zweiten Summanden sowie im Ergebnis thematisiert. Ein Schülerfehler (Aufgabe 3.1 b)) gibt einen Diskussionsanlass, die inhaltliche Bedeutung der Null zu besprechen.

Welchen Fehler macht Tara?



$$\begin{array}{r} 305 \\ + 534 \\ \hline 809 \end{array}$$

Ein Lernenden-Fehler wird als Gesprächsanlass genutzt

Abschließend behandelt **Fördereinheit 4** Aufgaben mit unterschiedlicher Stellenzahl in den Summanden bzw. in der Summe. Hierbei wird unter anderem auch die stellengerechte Notation der Aufgaben durch die Lernenden thematisiert. Die Addition mit Übertrag wird bei den Aufgaben aufgegriffen, deren Summe eine Stelle mehr haben als ihre Summanden.

Weiterführende Literatur

- Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M. (2013). Fördern im Mathematikunterricht. In H. Bartnitzky, U. Hecker & M. Lassek (Hrsg.), *Individuell fördern – Kompetenzen stärken* (ab Klasse 3) (S. 1 - 60). Grundschriftverband.
- KIRA (o.J.). *Schriftliche Addition*. <https://kira.dzlm.de/arithmetic/schriftliches-rechnen/schriftliche-addition-0>
- PIKAS (o.J.). *Vom Halbschriftlichen zum Schriftlichen*. <https://pikas.dzlm.de/fortbildung/lernen-auf-eigenen-wegen/53-vom-halbschriftlichen-zum-schriftlichen>
- Radatz, H., Schipper, W., Dröge, R. & Ebeling, A. (1999). *Handbuch für den Mathematikunterricht: 3. Schuljahr*. Schroedel.
- Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2012). *Das Zahlenbuch 3*. Klett.



N7A Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung der Standortbestimmung:

Die Lernenden sind mit dem Beschreiben und Begründen des schriftlichen Additionsverfahrens oft nicht vertraut. Dies kann bei Aufgabe 2 d) zu Irritationen führen. Oft hilft es bereits, die Schülerinnen und Schüler zum Aufschreiben ihrer (der Lehrkraft kurz mündlich beschriebenen) Ideen zu motivieren.

1 Addition ohne Übertrag

Rechne aus.

a)
$$\begin{array}{r} 264 \\ + 712 \\ \hline 976 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 134 \\ + 554 \\ \hline 688 \end{array}$$

2 Addition mit Übertrag

Rechne aus.

a)
$$\begin{array}{r} 241 \\ + 582 \\ \hline 823 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 334 \\ + 297 \\ \hline 631 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 638 \\ + 547 \\ \hline 1185 \end{array}$$

d) Sarah rechnet die Aufgabe $427 + 456$. Erläutere ihre Rechenschritte.

$$\begin{array}{r} 427 \\ + 456 \\ \hline 1 \\ 3 \end{array}$$

Sarah hat eigentlich 13 Einer ausgerechnet. Sie schreibt aber nur die 3 zu den Einern, weil von der 13 der Zehner übertragen werden muss, weil 10 Einer ein Zehner sind.

3 Addition mit Nullen

Rechne aus.

a)
$$\begin{array}{r} 730 \\ + 107 \\ \hline 837 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 140 \\ + 510 \\ \hline 650 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 342 \\ + 167 \\ \hline 509 \end{array}$$

4 Addition mit unterschiedlicher Stellenzahl

Schreibe untereinander und rechne aus.

a) $34 + 152$

$$\begin{array}{r} 34 \\ + 152 \\ \hline 186 \end{array}$$

b) $719 + 64$

$$\begin{array}{r} 719 \\ + 64 \\ \hline 783 \end{array}$$

c) $1697 + 85$

$$\begin{array}{r} 1697 \\ + 85 \\ \hline 1782 \end{array}$$



Hinweise zur Auswertung

Diagnoseaufgabe 1: Addition ohne Übertrag

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a), b) Rechenfehler beim Einspluseins	Evtl. zählend gerechnet, wenn Ergebnis um eins abweicht	Evtl. an Baustein N3 Einspluseins trainieren.

Diagnoseaufgabe 2: Addition mit Übertrag

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a) – c) Der Übertrag wird nicht berücksichtigt. Es wird von links nach rechts gerechnet. Der Übertrag wird dementsprechend in der rechts anliegenden Spalte notiert	Evtl. unvollständiges Verständnis der schriftlichen Addition mit Übertrag: Stellenwertverständnis für Übertrag wird nicht berücksichtigt	An 2.1 – 2.5 schriftliche Addition mit Übertrag erarbeiten. Dabei insb. die Bündelungseigenschaft thematisieren.
b) Kein Übertrag zur 9, weil sich hierdurch direkt wieder ein Übertrag ergeben würde		
b), c) Die Überträge werden erst in der höchsten Stelle berücksichtigt		
c) $\begin{array}{r} 638 \\ + 547 \\ \hline 185 \end{array}$	Evtl. Fehlvorstellung, dass die Summe nicht mehr Ziffern haben darf als die Summanden	
d) Mechanisches Vorgehen	Evtl. unvollständiges Verständnis des schriftlichen Additionsverfahrens; einigen Lernenden fällt auch nur das schriftliche Erklären schwer, ggf. mündlich nachfragen	

Diagnoseaufgabe 3: Addition mit Nullen

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
a)	Wenn bei einem Summanden 0 steht, wird auch in der Summe 0 eingetragen	Evtl. falsche Übertragung von Multiplikation (0· 3=0)	An 3.1 – 3.3 Bedeutung der Stellen und der Null beim Ziffernrechnen erarbeiten und üben.
b)	Nullen werden weggelassen oder 2 Nullen ergeben einen Übertrag	Bedeutung der Stellen bei der schriftlichen Addition und insbesondere der Null als Ziffer nur unvollständig verstanden	
c)	Beim glatten Zehner wird die Übertragseins im Ergebnis notiert		



Diagnoseaufgabe 4: Addition mit unterschiedlicher Stellenzahl

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
a)	Keine stellengerechte Notation	Evtl. Bedeutung der Stellen bei der schriftlichen Addition nicht vollständig klar	An 4.1 – 4.2 Bedeutung der Stellen erarbeiten und stellengerechte Notation (in der Stellentafel) üben.
b)	Hunderterstelle wird nicht berücksichtigt	Evtl. Fehlvorstellung, dass die weitere Stelle im Minuenden nicht berücksichtigt werden muss, da im Subtrahenden auch keine Ziffer steht	
c)	Kein Übertrag in leere Stelle des Subtrahenden.	Bedeutung der Stellen bei der schriftlichen Addition und insbesondere der Null als Ziffer nur unvollständig verstanden	



N7A Wie können wir fördern, schriftlich zu addieren und Rechenverfahren zu erklären?

1 Addition ohne Übertrag

1.1 – 1.2 Erarbeiten

Ziel: Den schriftlichen Additionsalgorithmus verstehensorientiert vom verständigen stellenweisen Rechnen ableiten und erklären

Material: Ggf. Würfelmaterial; Stifte (gelb, rot, grün)

Umsetzung: 1.1 a) UG; b) EA, dann UG; 1.2 EA

Methode:

Bei größeren Fördergruppen beide Rechenwege an der Tafel notieren und besprechen.

Impuls zur Besprechung der Stellenwerte (E, Z, H):

- Woher weißt du, dass die 6 bei Tim der 60 in Kenans Rechenweg entspricht? Warum steht hier 6 und dort 60?

Lösung:

Die Einer, Zehner und Hunderter werden beides Mal stellenweise addiert, bei Kenan wird die Rechnung waagerecht und bei Tim senkrecht notiert. Tim braucht keine Nullen zu schreiben, da die Positionen der Ziffern innerhalb der Zahl (Einer-, Zehner-, Hunderterspalte) ihnen den Stellenwert zuweisen. Die Zwischenergebnisse werden bei Tim von rechts nach links direkt als Endergebnis notiert.

Methode:

Sicherstellen, dass das Verfahren verstanden ist. Ggf. Rechnung mit Würfelmaterial nachlegen lassen; Effizienz des Algorithmus besprechen.

Impulse:

- Warum ist Tims Rechenweg schneller?
- Wie bist du vorgegangen? Warum funktioniert das so?

1.1 Rechenwege vergleichen

a) Kenan und Tim rechnen die Aufgabe $562 + 314$. Erläutert ihre Rechnungen.

Kenan rechnet stellenweise:

$$562 + 314 = 876$$

$$2 + 4 = 6$$

$$60 + 10 = 70$$

$$500 + 300 = 800$$

Tim rechnet schriftlich untereinander:

H	Z	E
5	6	2
+3	1	4
8	7	6

b) Markiert die Einer in Gelb, die Zehner in Rot und die Hunderter in Grün. Was fällt euch auf? Was ist gleich? Was ist verschieden?

1.2 Rechenwege ausprobieren

Rechne die Aufgabe $152 + 437$ so wie Kenan und so wie Tim.

$$152 + 437 = 589$$

$$2 + 7 = 9$$

$$50 + 30 = 80$$

$$100 + 400 = 500$$

H	Z	E
1	5	2
+4	3	7
5	8	9



1.3 – 1.4

Üben

Ziel: Additionsalgorithmus (ohne Übertrag) üben; Bedeutung der Positionen der Ziffern (in den Summanden und der Summe) in ihrem Zusammenhang verstehen

Material: Ziffernkarten 1 bis 4 in zweifacher Ausführung

Umsetzung: 1.3 EA; 1.4 a) Aufgabengenerator (EA); b), c) Aufgabengenerator (EA oder PA)

Hintergrund:

Da ausschließlich die Ziffernkarten 1 bis 4 verwendet werden, können nur Aufgaben ohne Übertrag entstehen.

Voraussetzung:

Geläufigkeit des Einspluseins. Fördermöglichkeiten siehe Handreichung Baustein N3..

Impulse:

- Wie kannst du ohne zu rechnen herausfinden, ob das Ergebnis kleiner oder größer wird?
- Was hat die Position der Ziffern in den Zahlen damit zu tun?

Mögliche Lösung:

Kleinstes Ergebnis: $123 + 123 = 246$

Größtes Ergebnis: $432 + 432 = 864$

1.3 Schriftlich rechnen untereinander

Rechnet schriftlich untereinander.

a)

	H	Z	E
	2	4	1
+	1	2	3
	3	6	4

b)

	H	Z	E
	3	8	2
+	4	1	2
	7	9	4

c)

	H	Z	E
	6	5	3
+	2	3	6
	8	8	9

d)

	H	Z	E
	7	6	3
+	1	2	6
	8	8	9

1.4 Rechnen mit Ziffernkarten

Nimm dir die Ziffernkarten

1	1	2	2	3	3	4	4
---	---	---	---	---	---	---	---

a) Lege mit den Ziffernkarten immer zwei dreistellige Zahlen und addiere sie. Schreibe die Rechnungen in dein Heft.

b) Lege die Aufgabe $432 + 124$. Vertausche immer zwei Ziffernkarten. Überlege zuerst, ob das Ergebnis kleiner oder größer wird. Rechne dann aus und überprüfe.



c) Findet die Aufgabe mit dem kleinsten Ergebnis. Wie geht ihr vor? Findet die Aufgabe mit dem größten Ergebnis. Wie geht ihr vor?

Beispiel:

4	3	2	
+	1	2	4

Rechnung:

4	3	2	
+	1	2	4
5	5	6	



2 Addition mit Übertrag

2.1 – 2.2 Erarbeiten

Ziel: Den Übertrag beim schriftlichen Additionsalgorithmus verstehensorientiert vom verständigen stellenweisen Rechnen ableiten und erklären (Kurz- und Langschreibweise)

Material: Würfelmaterial (Einerwürfel, Zehnerstangen, Hunderterplatten)

Umsetzung: 2.1 a) EA oder PA, dann UG; b) ggf. PA, dann UG; c) ggf. PA, dann UG, dann EA;
2.2 EA

Hintergrund:

Ausgehend vom verständigen Rechnen und dem Legen der Rechnung mit Würfelmaterial wird deutlich, dass die 14 Zehner zu einem Hunderter gebündelt werden können, wobei 4 Zehner übrigbleiben. In Kenans Rechenweg werden daher auch für das Endergebnis die 5 Hunderter (unterste Zeile) mit dem neu gebündelten Hunderter (Zeile darüber) zusammengerechnet. Beim schriftlichen Rechnen ergeben sich ebenfalls 14 Zehner, die sich zu einem Hunderter und 4 Zehnern bündeln lassen. Auch hier wird der neu gebündelte Hunderter mit den 5 weiteren Hundertern addiert. Hierzu wird er in die Hunderterspalte geschoben. Die restlichen 4 Zehner werden in der Zehnerspalte notiert.

Voraussetzung:

Kenntnis der Bündelungseigenschaft, ggf. mit Baustein N1 B wiederholen.

Methode:

Bei größeren Fördergruppen beide Rechenwege an der Tafel notieren und besprechen.

Impulse:

- Was ist mit bündeln gemeint?
- Was bedeutet die kleine 1, die in die Spalte links geschoben wird? Warum muss die 1 mit der 5 addiert werden?
- Lege Tims Rechenweg mit Würfelmaterial nach und vergleiche mit der Notation.

Methode:

Mit den Lernenden besprechen, dass die Kurzschreibweise eine schnellere Notation ermöglicht. Die inhaltliche Bedeutung der Übertrags-Eins, die in der Langschreibweise deutlicher wird, sollte jedoch auch bei der Kurzschreibweise immer noch mitgedacht werden.

2.1 Rechenwege vergleichen

Kenan und Tim rechnen die Aufgabe $284 + 365$.

Kenan rechnet stellenweise:

$$\begin{array}{r} 284 + 365 = 649 \\ 4 + 5 = 9 \\ 80 + 60 = 140 \\ 200 + 300 = 500 \end{array}$$



Wenn ich die Aufgabe mit Würfelmaterial nachlege, dann bündele ich 10 Zehner zu einem Hunderter.

Tim rechnet schriftlich untereinander:

H	Z	E
2	8	4
+3	6	5
5	14	9
1		
6	4	9

Bei mir ist das genauso: Ich bündele in meiner Rechnung auch 10 Zehner zu einem Hunderter.



- a) Was meint Kenan? Legt die Aufgabe mit Würfelmaterial oder zeichnet ein Bild und erklärt.
- b) Was meint Tim? Erklärt an seiner Rechnung und vergleicht mit Kenans Rechnung.
- c) Dilara verwendet eine kürzere Schreibweise als Tim. Was macht sie anders? Was ist gleich? Beschreibt zuerst und notiert ihre Idee dann in der Sprechblase.



Dilara rechnet so:

2	8	4
+3	6	5
1		
6	4	9

Ich habe eigentlich 14 Zehner raus, aber ich addiere die Ziffern direkt spaltenweise und schreibe das Ergebnis mit Übertrag in die gleiche Zeile, so spare ich Zwischenschritte.



2.2 Rechenwege ausprobieren

Rechnet die Aufgabe $391 + 287$ so wie Tim und so wie Dilara. Erläutert die Rechenwege.

Tim rechnet so:

H	Z	E
3	9	1
+2	8	7
5	17	8
1		
6	7	8



Dilara rechnet so:

3	9	1
+2	8	7
6	7	8





2.3 – 2.4 Erarbeiten

Ziel: Mehrere Überträge beim schriftlichen Additionsalgorithmus verstehensorientiert vom verständigen stellenweisen Rechnen ableiten und erklären (Kurz- und Langschreibweise)

Material: Ggf. Würfelmaterial

Umsetzung: 2.3 ggf. PA, dann UG; 2.4 EA

Impulse:

- Warum werden die Einsen jeweils eine Spalte nach links geschoben?
- Was bedeuten die kleinen Einsen?
- Bedeuten die kleinen Einsen in der Zehner- und in der Hunderterspalte das gleiche?

Methode:

Bei größeren Fördergruppen beide Rechenwege an der Tafel notieren und besprechen.

Zu beachten:

Sicherstellen, dass die Überträge verstanden sind.

Hilfestellung:

Die Rechenwege mit Würfelmaterial nachlegen und mit der Notation vergleichen lassen.

Zu beachten:

Sicherstellen, dass die Kurz- und Langschreibweise im Zusammenhang mit den Überträgen verstanden sind, ggf. Rechnungen mit Würfelmaterial nachlegen lassen.

Impuls:

- Wie bist du vorgegangen? Warum funktioniert das so?

2.3 Rechenwege vergleichen

Kenan, Tim und Dilara rechnen die Aufgabe $489 + 257$. Beschreibt ihre Rechenwege. Was ist gleich? Was ist verschieden?

$$\begin{array}{r} 489 + 257 = 746 \\ 9 + 7 = 16 \\ 80 + 50 = 130 \\ 400 + 200 = 600 \end{array}$$



H	Z	E
4	8	9
+2	5	7
6	13	16
7	4	6



4	8	9
+2	5	7
7	4	6



2.4 Rechenwege ausprobieren

- a) Rechne die Aufgabe $376 + 158$ so wie Tim und so wie Dilara.

Tim rechnet so:

H	Z	E
3	7	6
1	5	8
4	12	14
5	3	4

Dilara rechnet so:

3	7	6
1	5	8
5	3	4

- b) Rechne die Aufgabe $298 + 493$ so wie Tim und so wie Dilara.

Tim rechnet so:

H	Z	E
2	9	8
4	9	3
7	18	11
7	9	1

Dilara rechnet so:

2	9	8
4	9	3
7	9	1



2.5 Üben

Ziel: Additionsalgorithmus (mit Überträgen) üben und reflektieren; Bedeutung der Positionen der Ziffern (in den Summanden und der Summe) in ihrem Zusammenhang verstehen

Material: Ziffernkarten 1 bis 9

Umsetzung: a), b) Aufgabengenerator (EA); c), d) Aufgabengenerator (PA) und UG

Hintergrund:

Da die Ziffernkarten 1 bis 9 verwendet werden, können Aufgaben ohne Übertrag, mit einem sowie mit mehreren Überträgen entstehen.

Auch Aufgabenteil d) ist offen formuliert, damit, je nach Leistungsniveau der Lernenden, entweder Ergebnisse nahe an 444 oder Ergebnisse, die 444 betragen, gefunden werden können. Es geht hauptsächlich um die systematische Veränderung der Summanden und die Beobachtung der Wirkung auf das Ergebnis.

Lösung: Z.B. $298 + 146 = 444$.

Impuls:

- Wie legst / veränderst du die Ziffernkarten, damit ein Übertrag / mehrere Überträge entstehen?

2.5 Rechnen mit Ziffernkarten

Nimm die Ziffernkarten.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

- a) Lege mit den Ziffernkarten Aufgaben mit dreistelligen Zahlen. Schreibe die Rechnungen in dein Heft und löse sie.
- b) Lege mit den Ziffernkarten Aufgaben mit **einem** Übertrag. Schreibe die Rechnungen in dein Heft und löse sie. Erkläre.
- c) Wie findet ihr Aufgaben mit **zwei** Überträgen? Erklärt. Legt eigene Aufgaben und schreibt die Rechnungen auf.
- d) Findet Aufgaben, bei denen das Ergebnis möglichst nah an 444 liegt. Wie geht ihr vor?

Beispiel:

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ + \square \square \square \\ \hline 4 \ 4 \ 4 \end{array}$$

3 Addition mit der Null

3.1 Erarbeiten

Ziel: Rechnen mit der Ziffer Null bei der schriftlichen Addition verstehen und erklären

Material: Ggf. Würfelmaterial

Umsetzung: a) ggf. PA, dann UG; b) EA, dann ggf. UG

Methode:

Bei größeren Fördergruppen beide Rechenwege an der Tafel notieren und besprechen. Zu beachten: Neben der Null im Ergebnis auch das Rechnen mit der Null im ersten Summanden besprechen: Warum ist 4 plus 0 gleich 4?

Hilfestellung:

Den Rechenweg mit Würfelmaterial nachlegen und mit der Notation vergleichen lassen.

Typische Schwierigkeit: Fehler mit der Null sind mitunter auf eine fehlerhafte (unbewusste) Übertragung von der Multiplikation mit der Null zurückzuführen.

3.1 Rechenwege vergleichen

- a) Kenan und Dilara rechnen die Aufgabe $231 + 174$. Beschreibt ihre Rechenwege. Wie kommen Kenan und Dilara auf die Null im Ergebnis?

$$\begin{array}{r} 231 + 174 = 405 \\ 1 + 4 = 5 \\ 30 + 70 = 100 \\ 200 + 100 = 300 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 231 \\ +174 \\ \hline 405 \end{array}$$



- b) Welchen Fehler macht Tara?



$$\begin{array}{r} 305 \\ +534 \\ \hline 809 \end{array}$$

Tara rechnet nicht $0+3$. Das ist falsch, weil $0+3=3$.

**3.2 – 3.3 Üben****Ziel:** Rechnen mit der Ziffer Null bei der schriftlichen Addition üben**Material:** Ziffernkarten 0, 0, 2, 3, 4, 6; ggf. Würfelmaterial**Umsetzung:** 3.2 EA; 3.3 a) Aufgabengenerator (EA); b) Aufgabengenerator (EA oder PA)**Hintergrund:**

Durch die Auswahl der Ziffernkarten kommen immer zwei Nullen in der gelegten Aufgabe vor.

Zu beachten: Kombinationen wie 023 sind nicht zulässig, da dreistellige Zahlen in der Aufgabenstellung gefordert sind.

Impulse:

- Wie bist du vorgegangen?
- Zeige die Rechenschritte am Würfelmaterial.

Methode:

Als Alternative legen sich die Lernenden gegenseitig die Aufgaben, der Partner schreibt die Rechnungen in sein Heft und rechnet aus.

Lösung:

Kleinstes Ergebnis: Z.B. $204 + 306 = 510$ Größtes Ergebnis: Z.B. $420 + 630 = 1050$

3.2 Schriftlich untereinander rechnen

Rechne die Aufgaben so wie Dilara.

a)
$$\begin{array}{r} 431 \\ + 506 \\ \hline 937 \end{array}$$
 b)
$$\begin{array}{r} 401 \\ + 536 \\ \hline 937 \end{array}$$
 c)
$$\begin{array}{r} 270 \\ + 160 \\ \hline 430 \end{array}$$
 d)
$$\begin{array}{r} 483 \\ + 126 \\ \hline 609 \end{array}$$

Schreibe die fehlenden Ziffern in die grauen Kästchen.

e)
$$\begin{array}{r} 74\boxed{0} \\ + 153 \\ \hline 893 \end{array}$$
 f)
$$\begin{array}{r} 607 \\ + 32\boxed{0} \\ \hline 927 \end{array}$$
 g)
$$\begin{array}{r} 270 \\ + 230 \\ \hline 500 \end{array}$$
 h)
$$\begin{array}{r} 534 \\ + 10\boxed{0} \\ \hline 634 \end{array}$$

3.3 Rechnen mit Ziffernkarten

Nimm die Ziffernkarten.

0 0 2 3 4 6

Beispiel:

$$\begin{array}{r} 204 \\ + 603 \\ \hline 807 \end{array}$$

Rechnung:

$$\begin{array}{r} 204 \\ + 603 \\ \hline 807 \end{array}$$

- a) Lege mit den Ziffernkarten immer zwei dreistellige Zahlen und addiere sie. Schreibe die Rechnungen in dein Heft.



- b) Findet die Aufgabe mit dem kleinsten Ergebnis. Wie geht ihr vor?
Findet die Aufgabe mit dem größten Ergebnis.
Wie geht ihr vor?



4 Addition mit unterschiedlicher Stellenzahl

4.1 – 4.2 Erarbeiten

Ziel: Schriftliche Addition mit unterschiedlicher Stellenzahl verstehen, notieren und erklären

Material: Ggf. Würfelmaterial

Umsetzung: 4.1 EA, dann ggf. UG; 4.2 EA

Hintergrund:

Anhand von Jonas Fehler die stellengerechte Schreibweise thematisieren und auf die Folgen des Fehlers eingehen.

Hilfestellung:

Aufgabe mit Würfelmaterial nachlegen und mit Jonas Rechnung vergleichen.

Impuls:

Worauf musst du achten, damit du nicht den gleichen Fehler wie Jakob machst? Was könnte dir helfen? (z.B. Stellentafel als Hilfe aufschreiben oder die Rechnung mit dem größten Summanden beginnen)

4.1 Fehler erklären

Jonas rechnet $462 + 1237$. Welchen Fehler macht Jonas? Worauf sollte er achten?

4	6	2
+	1	2
5	8	5



Jonas schreibt die Zahlen nicht stellengerecht untereinander. Die 4 gehört in die Hunderterstaple, die 6 in die Zehnerstaple und die 2 in die Einerstaple.

4.2 Aufpassen auf die Stellenwerte

Schreibe richtig untereinander und rechne aus. Worauf musst du achten?

a) $47 + 821$

	4	7
+	8	2
	1	
	8	6
	8	6

b) $364 + 27$

	3	6	4
+		2	7
		1	
		3	9
		3	9

c) $456 + 37$

	4	5	6
+		3	7
		1	
		4	9
		4	9

d) $371 + 7986$

		3	7	1
+	7	9	8	6
		1	1	
		8	3	5
		8	3	5

4.3 Üben

Ziel: Schriftliche Addition mit unterschiedlicher Stellenzahl üben

Material: Ziffernkarten 1 bis 9 in mehrfacher Ausführung, ggf. Würfelmaterial

Umsetzung: 4.1 EA, dann ggf. UG; 4.2 EA

Weitere Aufgabe:

Du hast Aufgaben zu folgenden Mustern gefunden: 2-stellig plus 3-stellig gleich 3-stellig, 3-stellig plus 2-stellig gleich 3-stellig, 3-stellig plus 3-stellig gleich 4-stellig. Finde Aufgaben zu weiteren Mustern. Welche Muster findest du?

Hilfestellung:

Mit den Lernenden gemeinsam Wörter sammeln, die bei der Formulierung der Begründung helfen können.

Lösung: z.B. $975 + 864 = 1839$

4.3 Rechnen mit Ziffernkarten

Nimm die Ziffernkarten.

Du darfst Ziffernkarten auch mehrmals verwenden.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Erfinde Additions-Aufgaben. Alle grauen Kästchen müssen belegt werden. Lege zuerst mit Ziffernkarten. Schreibe dann auf und rechne aus.

a)

	T	H	Z	E
+				

	T	H	Z	E
+				

	T	H	Z	E
+				

	T	H	Z	E
+				

b)

	T	H	Z	E
+				

	T	H	Z	E
+				

	T	H	Z	E
+				

	T	H	Z	E
+				



c) Finde das größte Ergebnis, wenn jede Ziffer nur einmal genutzt werden darf. Probiere mit den Ziffernkarten. Begründe.

	T	H	Z	E
		9	7	5
+	1	8	6	4
	1	8	3	9

Das größte Ergebnis ist 1839, da ich die größten Ziffern für die einzelnen Stellenwerte benutze, sodass die größtmöglichen Summanden entstehen.



N7B Worauf kommt es beim schriftlichen Subtrahieren an?

Lerninhalt

Die Thematisierung der schriftlichen Subtraktion wird meist an die unterrichtliche Behandlung der schriftlichen Addition (Baustein **N7 A**) angeschlossen. Beide Algorithmen basieren auf dem *Stellenweisen Rechnen* mit Ziffern, die Notationsform und Durchführung weisen erhebliche Ähnlichkeiten auf.

Wie die schriftliche Addition kann auch der schriftliche Subtraktionsalgorithmus vom verständigen Rechnen abgeleitet werden:

$$\begin{array}{r} 683 - 251 = 432 \\ 3 - 1 = 2 \\ 80 - 50 = 30 \\ 600 - 200 = 400 \end{array}$$

H	Z	E
6	8	3
- 2	5	1
4	3	2

Stellenweise mit Zahlzerlegung

Schriftlich Rechnen mit Ziffern

Die mathematische Grundlage stellen das Kommutativ- und das Assoziativgesetz dar. Minuend und Subtrahend werden stellenweise zerlegt und subtrahiert.

$$\begin{aligned} 683 - 251 &= (600 + 80 + 3) - (200 + 50 + 1) \\ &= (3 - 1) + (80 - 50) + (600 - 200) \end{aligned}$$

Auf dem Distributivgesetz basiert das spaltenweise Subtrahieren beim schriftlichen Rechenverfahren. Die Stellenwerte werden durch die Positionen der Ziffern in der Zahl ausgedrückt.

$$\begin{aligned} (3 - 1) + (80 - 50) + (600 - 200) \\ = (3 - 1) + (8 - 5) \cdot 10 + (6 - 2) \cdot 100 \end{aligned}$$

Im Gegensatz zum Additionsalgorithmus, bei dem die additive Verknüpfung der Ziffern und die Übertragungstechnik einheitlich sind, gibt es bei der schriftlichen Subtraktion verschiedene Möglichkeiten, wie die Differenz der Ziffern ermittelt und der Übertrag behandelt werden kann.

Ermittlung der Differenz (Abziehen und Ergänzen)

Die Differenz der Ziffern kann durch Abziehen (Minussprechweise) oder durch Ergänzen (Plussprechweise) bestimmt werden. Die beiden Grundvorstellungen der Subtraktion sind den Lernenden aus den Bausteinen N3 und N5 bekannt. Wie das folgende Beispiel verdeutlicht, leitet sich die Sprechweise hiervon ab:

Abziehen (Minussprechweise)	Schreibweise		
„5 (Einer) minus 4 (Einer) gleich 1 (Einer). Ich schreibe 1.“	H	Z	E
	9	3	5
Ergänzen (Plussprechweise)	- 3	6	4
„4 (Einer) plus 1 (Einer) gleich 5 (Einer). Ich schreibe 1.“	5	7	1

Differenzbestimmung durch Abziehen und Ergänzen

Behandlung des Übertrags (Entbündeln und Erweitern)

Ist die Ziffer im Minuenden kleiner als die entsprechende Ziffer im Subtrahenden, erfolgt ein Übertrag. Hierfür gibt es im Allgemeinen drei Techniken:

- das Entbündeln,
- das Erweitern und
- das Auffüllen.

Die Grundschullehrkräfte wählen in den meisten Bundesländern aus, welche Technik für Überträge beim schriftlichen Subtraktionsverfahrens eingeführt wird. Da die meisten Schulbücher das *Entbündeln* oder das *Erweitern* behandeln, greift der Baustein diese beiden Verfahren zur Auswahl auf, um somit an die jeweiligen Vorkenntnisse der Lernenden anzuknüpfen.

Notations- und Sprechweise beim Entbündeln

Ist die Ziffer im Minuenden kleiner als die entsprechende Ziffer im Subtrahenden, wird im Minuenden eine Einheit der nächsthöheren Stelle entbündelt. Somit wird der Minuend lediglich umgeformt, seine Wertigkeit (im Beispiel die Zahl 935) bleibt unverändert. Den Lernenden ist das Entbündeln aus Baustein **N1 B** bekannt bzw. sollte ggf. vorher wiederholt werden.

Minussprechweise

„... 3 (Zehner) minus 6 (Zehner) geht nicht. Ich entbündele einen Hunderter, das sind 10 Zehner. Damit bleibt der Minuend / die obere Zahl insgesamt unverändert. 13 (Zehner) minus 6 (Zehner) gleich 7 (Zehner). 8 (Hunderter) minus 3 (Hunderter) gleich 5 (Hunderter).“

Plussprechweise

„... 6 (Zehner) bis 3 (Zehner) geht nicht. Ich entbündele einen Hunderter und mache daraus 10 Zehner. Damit bleibt der Minuend / die obere Zahl insgesamt unverändert. 6 (Zehner) plus 7 (Zehner) gleich 13 (Zehner). 3 (Hunderter) plus 5 (Hunderter) gleich 8 (Hunderter).“

Entbündelungsverfahren

Schreibweise

H	Z	E
8	10	
9	3	5
- 3	6	4
5	7	1

Notations- und Sprechweise beim Erweitern

Der Erweiterungstechnik liegt das Gesetz der Konstanz der Differenz zugrunde. Der Minuend wird um 10 erweitert, während der Subtrahend in der nächsthöheren



Stelle um 1 erweitert wird. Da Minuend und Subtrahend somit um den *gleichen* Wert erweitert werden, bleibt die Differenz der beiden Zahlen unverändert.

Minussprechweise „ ... 3 (Zehner) minus 6 (Zehner) geht nicht. Ich erweitere den Minuenden / die obere Zahl mit 10 (Zehnern) und den Subtrahenden/ die untere Zahl mit 1 (Hunderter). Damit bleibt die Differenz insgesamt unverändert. 13 (Zehner) minus 6 (Zehner) gleich 7 (Zehner). 9 (Hunderter) minus 4 (Hunderter) gleich 5 (Hunderter).“	
Plussprechweise „ ... 6 (Zehner) bis 3 (Zehner) geht nicht. Ich erweitere den Minuenden / die obere Zahl mit 10 (Zehnern) und den Subtrahenden / die untere Zahl mit 1 (Hunderter). Damit bleibt die Differenz insgesamt unverändert. 6 (Zehner) plus 7 (Zehner) gleich 13 (Zehner). 4 (Hunderter) plus 5 (Hunderter) gleich 9 (Hunderter).“	

Erweiterungsverfahren

Schreibweise

H	Z	E
9	¹⁰ 3	5
- 3	6	4
5	7	1

Aufbau der Förderung

Die Förderung besteht aus vier Fördereinheiten:

- 1 Subtraktion ohne Übertrag
- 2 Subtraktion mit Übertrag
- 3 Subtraktion mit der Null
- 4 Subtraktion mit unterschiedlicher Stellenzahl

In **Fördereinheit 1** wird das schriftliche Subtraktionsverfahren, ausgehend vom stellenweisen halbschriftlichen Rechnen, verstehensorientiert erarbeitet. Die Aufgaben zum Rechnen mit Ziffernkarten (Aufgaben 1.4, 2.5 und 3.3) bieten in dieser und in den folgenden Fördereinheiten (in Fortführung der Ziffernkartenaufgaben in Baustein **N7 A**) Übungsmöglichkeiten zur schriftlichen Subtraktion.

In **Fördereinheit 2** steht die Erarbeitung der Übertragstechnik im Mittelpunkt. Aus der Standortbestimmung (Aufgabe 2 d) wird die Information entnommen, mit welcher Übertragstechnik die Schülerinnen und Schüler vertraut sind, um die Lerngruppen ggf. dahingehend aufzuteilen und in der Förderung an die jeweiligen Vorerfahrungen anzuknüpfen. Das Ziel sollte es sein, dass jeder Lernende eine Übertragstechnik beherrscht. Da das *Auffüllen* im Fördermaterial nicht abgedeckt ist, sei hierfür auf das *Zahlenbuch 3* verwiesen. Im Gespräch sollen die Lernenden ihren Rechenweg Schritt für Schritt erklären und ggf. mit Würfelmaterial nachlegen, um den Vorgang des Übertrags zu veranschaulichen und ein inhaltliches Verständnis zu sichern. Die Frage „Warum darfst du die Zahlen so verändern?“ steht dabei im Mittelpunkt.

In den **Fördereinheiten 3** und **4** werden weitere Basiskenntnisse beim schriftlichen Subtrahieren zum Umgang mit der Ziffer Null und mit unterschiedlicher Stellenzahl erarbeitet.

Weiterführende Literatur

- KIRA (o.J.). *Schriftliche Subtraktion*.
<https://kira.dzlm.de/arithmetik/schriftliches-rechnen/schriftliche-subtraktion>
- PIKAS (o.J.). *Vom Halbschriftlichen zum Schriftlichen*.
<https://pikas.dzlm.de/fortbildung/lernen-auf-eigenen-wegen/53-vom-halbschriftlichen-zum-schriftlichen>
- Radatz, H., Schipper, W., Dröge, R. & Ebeling, A. (1999). *Handbuch für den Mathematikunterricht: 3. Schuljahr*. Schroedel.
- Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2012). *Das Zahlenbuch 3*. Klett.

Veranschaulichung und Material

Die schriftliche Subtraktion lässt sich in Analogie zur schriftlichen Addition (vgl. Didaktischen Kommentar zum Baustein **N7 A**) mit Würfelmaterial veranschaulichen.

Beim *Entbündeln* lässt sich das Verständnis der Übertragstechnik dadurch erarbeiten bzw. festigen, dass handelnd am Material nachvollzogen wird, wie aus einer Zehnerstange zehn Einerwürfel bzw. aus einer Hunderterplatte zehn Zehnerstangen werden (vgl. auch Baustein **N1 B**). Die Konstanz der Anzahl der Würfel im Minuenden kann von den Schülerinnen und Schülern am Material überprüft werden.

Die Veranschaulichung der Übertragstechnik des *Erweiterns* besteht in dem Dazulegen von zehn Einerwürfeln im Minuenden und einer Zehnerstange im Subtrahenden bzw. von zehn Zehnerstangen und einer Hunderterplatte. Die Lernenden können dabei die Gleichwertigkeit der jeweils hinzugelegten Würfel überprüfen. Dass die Differenz bei der gleichsinnigen Veränderung unverändert bleibt, kann beispielsweise durch eine innermathematische Erklärung (vgl. Baustein **N3**, Konstanz der Differenz bei Entdeckerpäckchen) verdeutlicht werden. Die verstehensbasierte Erarbeitung des Erweiterns fällt im Allgemeinen jedoch oft schwerer als die des Entbündelns.



N7B Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

-

1 Subtraktion ohne ‚Übertrag‘

Rechne aus.

a)
$$\begin{array}{r} 896 \\ -123 \\ \hline 773 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 798 \\ -654 \\ \hline 144 \end{array}$$

2 Subtraktion mit ‚Übertrag‘

Rechne aus.

a)
$$\begin{array}{r} 726 \\ -351 \\ \hline 375 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 845 \\ -347 \\ \hline 498 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 631 \\ -579 \\ \hline 52 \end{array}$$

d) ☐ Ich rechne so:

$$\begin{array}{r} \overset{7}{6} \overset{10}{8} 2 \\ -438 \\ \hline 244 \end{array}$$

☐ Ich rechne so:

$$\begin{array}{r} \overset{10}{6} \overset{10}{8} 2 \\ -438 \\ \hline 244 \end{array}$$

☐ Ich rechne anders:
Schreibe auf.

$$\begin{array}{r} 682 \\ -438 \\ \hline \end{array}$$

3 Subtraktion mit Nullen

Rechne aus.

a)
$$\begin{array}{r} 909 \\ -401 \\ \hline 508 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 687 \\ -280 \\ \hline 407 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 705 \\ -463 \\ \hline 242 \end{array}$$

4 Subtraktion mit unterschiedlicher Stellenanzahl

Schreibe untereinander und rechne aus.

a) $847 - 63$

	8	4	7	
-		6	3	
		1		
	7	8	4	

b) $1850 - 141$

	1	8	5	0
-		1	4	1
		1		
	1	7	0	9



Hinweise zur Auswertung

Diagnoseaufgabe 1:

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a), b) Rechenfehler beim Einsminuseins	Evtl. zählend gerechnet, wenn Ergebnis um eins abweicht	Evtl. an N3 Einspluseins trainieren.
Es wird addiert statt subtrahiert.	Evtl. Verwechslung / fehlende Abgrenzung der Operationen Addition und Subtraktion	An 1.1 – 1.4 das schriftliche Subtrahieren erarbeiten.

Diagnoseaufgabe 2:

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a) - c) Konsequent kleinere von der größeren Zahl abgezogen	Evtl. unvollständiges Verständnis der schriftlichen Subtraktion mit Übertrag: Stellenwertverständnis für Übertrag wird nicht berücksichtigt	An 2.1 – 2.5 schriftliche Subtraktion mit Übertrag erarbeiten. Dabei insb. das Entbündeln thematisieren.
Übertrag nicht berücksichtigt		
Gerechnet wird von links nach rechts, mit Übertrag in der rechts anliegenden Spalte		
b) Kein Übertrag in Stellen mit gleichen Ziffern		
b), c) Überträge erst in der höchsten Stelle berücksichtigt		

Diagnoseaufgabe 3:

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a) Bei Subtraktion zweier Nullen wird ein Übertrag notiert	Unvollständiges Verständnis der schriftlichen Subtraktion mit Übertrag: Zusammenhang von Nullen und Übertrag noch unklar	An 3.1 – 3.3 Bedeutung der Stellen und der Null beim Ziffernrechnen erarbeiten und üben, dabei insb. die Null in Verbindung mit dem Übertrag thematisieren.
b) Wenn Minuend 0 ist, dann ist auch Differenz an dieser Stelle 0	Evtl. unvollständiges Verständnis der schriftlichen Subtraktion mit Übertrag: Möglicherweise falsche Übertragung von Multiplikation (0·7=0)	
c) $\begin{array}{r} 705 \\ -463 \\ \hline 302 \end{array}$		

Diagnoseaufgabe 4:

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a), b) $\begin{array}{r} 847 \\ -630 \\ \hline 217 \end{array}$	Evtl. unvollständiges Verständnis der schriftlichen Subtraktion und der stellengerechten Notation: Es wird eine Null hinter die kürzere Zahl geschrieben, damit die Zahlen gleichlang sind und genau untereinander notiert werden können	An 4.1 – 4.3 Bedeutung der Stellen erarbeiten und stellengerechte Notation (in der Stellentafel) üben.
b) $\begin{array}{r} 1850 \\ -141 \\ \hline 709 \end{array}$	Evtl. unvollständiges Verständnis der schriftlichen Subtraktion und der stellengerechten Notation: Die höchste Stelle im Minuenden wird nicht mehr berücksichtigt, da im Subtrahenden keine Ziffer gegeben ist	

N7B Wie können wir fördern, schriftlich zu subtrahieren und Rechenverfahren zu erklären?

1 Subtraktion ohne Übertrag

1.1 – 1.2 Erarbeiten

Ziel: Den schriftlichen Subtraktionsalgorithmus verstehensorientiert vom verständigen stellenweisen Rechnen ableiten und erklären

Material: Ggf. Würfelmaterial; Stifte (gelb, rot, grün)

Umsetzung: 1.1 a) ggf. PA, dann UG, b) EA, dann UG; 1.2 EA

Methode:

Bei größeren Fördergruppen beide Rechenwege an der Tafel notieren und besprechen.

Impuls zur Besprechung der Stellenwerte (E, Z, H):

- Woher weißt du, dass die 5 bei Tim der 50 in Kenans Rechenweg entspricht? Warum steht hier 5 und dort 50?

Lösung:

Die Einer, Zehner und Hunderter werden stellenweise subtrahiert, bei Kenan wird die Rechnung waagerecht und bei Dilara senkrecht notiert. Dilara braucht keine Nullen zu schreiben, da die Positionen der Ziffern innerhalb der Zahl (Einer-, Zehner-, Hunderterspalte) ihnen den Stellenwert zuweisen. Die Zwischenergebnisse werden bei Dilara direkt als Endergebnis notiert.

Methode:

Sicherstellen, dass das Verfahren verstanden ist, Rechnung mit Würfelmaterial nachlegen lassen; Effizienz des Algorithmus besprechen.

Impulse:

- Warum ist Tims Rechenweg schneller?
- Wie bist du vorgegangen? Warum funktioniert das so?

1.1 Rechenwege vergleichen

a) Kenan und Tim rechnen die Aufgabe $683 - 251$. Beschreibt ihre Rechenwege.

Kenan rechnet stellenweise:

$$683 - 251 = 432$$

$$3 - 1 = 2$$

$$80 - 50 = 30$$

$$600 - 200 = 400$$



Tim rechnet untereinander:

H	Z	E
6	8	3
-	2	5
4	3	2



b) Markiert die Einer in Gelb, die Zehner in Rot und die Hunderter in Grün. Was fällt euch auf? Was ist gleich? Was ist verschieden?

1.2 Rechenwege ausprobieren

Rechne die Aufgabe $865 - 432$ so wie Kenan und so wie Tim.

Kenan rechnet so:

$$865 - 432 = 433$$

$$5 - 2 = 3$$

$$60 - 30 = 30$$

$$800 - 400 = 400$$

Tim rechnet so:

H	Z	E
8	6	5
-	4	3
4	3	3



1.3 – 1.4 Erarbeiten und Systematisieren

Ziel: Subtraktionsalgorithmus (ohne Übertrag) üben; Bedeutung der Positionen der Ziffern (im Minuenden, Subtrahenden und in der Differenz) in ihrem Zusammenhang verstehen

Material: Ziffernkarten 1 bis 6

Umsetzung: 1.3 EA; 1.4 Aufgabengenerator (EA oder PA)

Voraussetzung:
Geläufigkeit des Einsminuseins, Fördermöglichkeiten siehe Handreichung Baustein N3.

Hintergrund:
Da ausschließlich die Ziffernkarten 1 bis 6 verwendet werden und der Minuend vorgegeben ist, können nur Aufgaben ohne Übertrag entstehen.

Impulse:

- Wie kannst du ohne Rechnen herausfinden, ob das Ergebnis kleiner oder größer wird?
- Was hat die Position der Ziffern in den Zahlen damit zu tun?

Lösung:

Kleinstes Ergebnis: Z.B. $412 - 365 = 47$ Größtes Ergebnis:
Z.B. $654 - 123 = 531$

1.3 Untereinander schriftlich rechnen

a)

	H	Z	E
	6	4	2
-	3	2	1
	3	2	1

b)

	H	Z	E
	5	8	3
-	4	4	2
	1	4	1

c)

	H	Z	E
	7	5	9
-	1	4	6
	6	1	3

d)

	H	Z	E
	9	6	5
-	6	3	2
	3	3	3

1.4 Rechnen mit Ziffernkarten

Nimm die Ziffernkarten.

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

- a) Lege mit den Ziffernkarten immer eine dreistellige Zahl und subtrahiere sie von 789. Schreibe die Rechnungen in dein Heft.
- Beispiel:

7	8	9	
-	2	6	4
	5	3	4

 Rechnung:
- b) Lege die Aufgabe $789 - 264$ mit Ziffernkarten. Vertausche immer zwei Ziffernkarten. Überlege zuerst, ob das Ergebnis kleiner oder größer wird. Rechne dann aus und überprüfe.

- c) Findet die Aufgabe mit dem kleinsten Ergebnis. Wie geht ihr vor?
Findet die Aufgabe mit dem größten Ergebnis. Wie geht ihr vor?

2 Subtraktion mit Übertrag

2.1 Erarbeiten

Ziel: Den Übertrag beim schriftlichen Subtraktionsalgorithmus erklären

Material: Würfelmateral (Einerwürfel, Zehnerstangen, Hunderterplatten)

Umsetzung: a) EA, b) ggf. PA, dann UG, c) EA, dann UG

Hintergrund:

Für die restliche Förderung sollten die Lernenden nach Möglichkeit hinsichtlich des von ihnen verwendeten Verfahrens (geht aus der Standortbestimmung, Aufgabe 2 d), hervor) aufgeteilt und die Erarbeitung des Übertrags in zwei separaten Fördergruppen durchgeführt werden. In Aufgabenteil a) wird sichergestellt, dass alle Lernenden dieselbe Übertragstechnik nutzen bzw. bei gemischten Lerngruppen deutlich gemacht, dass es verschiedene Vorgehensweisen beim Übertrag gibt. Jeder Lernende sollte sich auf das ihm bekannte Verfahren konzentrieren.

Methode:

Zur Wiederholung eine Subtraktionsaufgabe ohne Übertrag mit Würfelmateral legen lassen bzw. gemeinsam an der Tafel legen. Danach den Übertrag mit der Aufgabe 515 - 324 und weiteren frei gewählten Aufgaben mit einem Übertrag gemeinsam erarbeiten. Eine enge Begleitung der Schülerinnen und Schüler durch die Lehrkraft ist an dieser Stelle erforderlich, um das Verständnis der Übertragstechnik zu sichern.

Impulse:

- Warum streichst du hier eine Zahl durch und schreibst hier eine Zahl dazu?
- Warum darfst du die Zahlen so verändern?
- Warum schreibst du hier 10 und dort 1 dazu?
- Was bedeutet die 10?
- Was bedeutet die 1?
- Warum darfst du die Zahlen so verändern

2.1 Rechnungen erklären mit Entbündeln oder Erweitern

- a) Sarah und Emily rechnen die Aufgabe 515 - 324. Wie rechnest du? Kreuze an.

Sarah rechnet so:

$$\begin{array}{r} 4 \quad 10 \\ 5 \quad 1 \quad 5 \\ - 3 \quad 2 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 9 \quad 1 \end{array}$$

☐ Ich rechne wie Sarah.

Emily rechnet so:

$$\begin{array}{r} 10 \\ 5 \quad 1 \quad 5 \\ - 3 \quad 2 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 9 \quad 1 \end{array}$$

☐ Ich rechne wie Emily.

- b) Legt die Aufgabe mit Würfelmateral nach und erklärt euch gegenseitig eure Rechenwege. Die Tipps können helfen.



Ich entbündele einen Hunderter, damit ich die zwei Zehner abziehen kann.



Ich erweitere um zehn Zehner, dafür nehme einen weiteren Hunderter weg.



- c) Bei schriftlichen Rechnungen verändert man die Ziffern. Warum bekommt man dabei das gleiche Ergebnis? Kreuzt die richtigen Antworten an. Erklärt dann in eigenen Worten.



... weil man die Ziffern so verändern darf, wie man will.



... weil der Unterschied zwischen beiden Zahlen gleich bleibt.

passt zu beiden Rechnungen



... weil ich die zehn Zehner, die ich dazu tue, wieder abziehe.

passt zu Emilys Rechnung



... weil zehn Zehner ein Hunderter sind.

passt zu beiden Rechnungen



2.2 Üben

Ziel: Den Übertrag beim schriftlichen Subtraktionsalgorithmus üben

Material: Ggf. Würfelmaterial

Umsetzung: EA

Impulse:

- Wie bist du vorgegangen?
- Zeige deine Rechenschritte am Würfelmaterial.

2.2 „Übertrag“ üben

Rechne aus.

a)

	H	Z	E
	6	2	5
-	3	8	1
	1		
	2	4	4

b)

	H	Z	E
	7	5	8
-	2	9	3
	1		
	4	6	5

c)

	H	Z	E
	9	5	4
-	3	2	6
		1	
	6	2	8

d)

	H	Z	E
	5	6	3
-	2	6	7
	1	1	
	2	9	6

2.3 Erarbeiten

Ziel: Mehrere Überträge beim schriftlichen Subtraktionsalgorithmus erklären

Material: Ggf. Würfelmaterial

Umsetzung: EA, dann UG

Voraussetzung:

Sicheres Verständnis der Übertragstechnik bei Aufgaben mit einem Übertrag (Aufgaben 2.1 und 2.2).

Hilfestellung:

Als Verständnis- und Beschreibungshilfe wird die Aufgabe mit Würfelmaterial gelegt und durchgeführt. Die Überträge werden an den Materialhandlungen erklärt und mit der Notation in Verbindung gebracht.

2.3 Rechnungen mit „Überträgen“ erklären

Sarah und Emily rechnen die Aufgabe **634 - 259**.
Wie rechnet ihr? Kreuzt an und beschreibt ihre Rechnungen.

Sarah rechnet so:

5	10	10
6	3	4
-2	5	9
3	7	5

Ich entbündele.



☐ Ich rechne wie Sarah.

Emily rechnet so:

6	10	10
6	3	4
-2	5	9
1	1	
3	7	5

Ich erweitere.



☐ Ich rechne wie Emily.

Emily



2.4 – 2.5 Üben

Ziel: Mehrere Überträge beim schriftlichen Subtraktionsalgorithmus durchführen und erklären

Material: Ggf. Würfelmaterial, Ziffernkarten 1 bis 9

Umsetzung: 2.4 a) PA; b) – g) EA; 2.5 Aufgabengenerator (EA oder PA)

Impulse:

- Wie bist du vorgegangen?
- Zeige deine Rechenschritte am Würfelmaterial.

Hintergrund:

Durch die Auswahl der Ziffernkarten und die zu erreichenden Ergebnisse kommen viele Überträge in den Aufgaben vor.

Methode:

Arbeiten die Schülerinnen und Schüler in Partnerarbeit, wird eine Kommunikation über den Zusammenhang der Ziffern angeregt.

Lösung:

Die Zahlen 399 und 100 lassen sich als Differenzen der ausgewählten Ziffernkarten nicht erreichen. Die bestmöglichen Näherungen sind:

$$679 - 281 = 398 \quad 571 - 469 = 102$$

Impuls:

- Warum können die Zahlen 399 und 100 nicht erreicht werden?

2.4 „Überträge“ üben

Rechne die Aufgaben wie Sarah oder wie Emily. Erkläre, wie du rechnest.

a)

	H	Z	E
		8	4
-		5	9
		1	
		2	5

 b)

	H	Z	E
	9	2	4
-	6	5	9
	1	1	
	2	6	5

 c)

	H	Z	E
	6	3	2
-	1	9	6
	1	1	
	4	3	6

 d)

	H	Z	E
	8	7	1
-	3	7	3
	4	9	8

e)

		7	1	2
-	4	2	3	
	1	1		
	2	8	9	

 f)

		5	1	1
-	4	7	9	
	1	1		
	5	2		

 g)

		8	6	8
-	3	7	9	
	1	1		
	5	8	9	

 h)

		9	2	4
-	3	2	7	
	1	1		
	5	9	7	

2.5 Rechnen mit Ziffernkarten

Nimm die Ziffernkarten.

Lege mit den Ziffernkarten immer zwei dreistellige Zahlen und subtrahiere die kleinere von der größeren Zahl.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

a) Findet Aufgaben, bei denen das Ergebnis möglichst nah an 399 liegt. Schreibt die Rechnungen ins Heft. Wie geht ihr vor?

b) Findet Aufgaben, bei denen das Ergebnis möglichst nah an 100 liegt. Schreibt die Rechnungen ins Heft. Wie geht ihr vor?

c) Suche dir weitere Ergebniszahlen aus und versuche, passende Aufgaben zu finden. Schreibe die Aufgaben ins Heft.

Beispiel:

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ - \square \square \square \\ \hline 399 \end{array}$$

3 Subtraktion mit der Null

3.1 Erarbeiten

Ziel: Rechnen mit der Ziffer Null bei der schriftlichen Subtraktion verstehen und erklären

Material: Ggf. Würfelmaterial

Umsetzung: a) ggf. PA, dann UG; b) EA, dann ggf. UG

Methode:

Bei größeren Fördergruppen die Aufgabe an der Tafel notieren und besprechen.

Zu beachten:

Neben der Null im Ergebnis auch die Null im Minuenden besprechen.

Hilfestellung:

Die Aufgabe mit Würfelmaterial nachlegen und die Rechenschritte nachvollziehen lassen.

3.1 Rechnungen erklären

a) Sarah und Emily rechnen die Aufgabe $608 - 318$. Wie rechnest du? Kreuze an und beschreibe deinen Rechenweg.

Sarah rechnet so:

$$\begin{array}{r} 608 \\ -318 \\ \hline 290 \end{array}$$



Emily rechnet so:

$$\begin{array}{r} 608 \\ -318 \\ \hline 290 \end{array}$$



☐ Ich rechne wie Sarah.

☐ Ich rechne wie Emily.

b) Kenan rechnet die Aufgabe $407 - 235$. Welchen Fehler macht Kenan? Warum ist das falsch?

$$\begin{array}{r} 407 \\ -235 \\ \hline 202 \end{array}$$



Kenan rechnet $0-3=0$. Das ist falsch. 0 minus 3 geht nicht, also rechnet man 10 minus 3 und macht einen Übertrag.

3.2 – 3.3 Üben

Ziel: Rechnen mit der Ziffer Null bei der schriftlichen Subtraktion üben

Material: Ziffernkarten 0 bis 5; ggf. Würfelmaterial

Umsetzung: 3.2 EA; 3.3 Aufgabengenerator (EA oder PA)

Zu beachten:

Sicherstellen, dass das Rechnen mit der Null verstanden ist: Wie bist du vorgegangen? Kannst du das auch erklären?, ggf. Rechenschritte am Würfelmaterial zeigen lassen.

3.2 Schriftlich untereinander rechnen

Rechne aus.

a) $\begin{array}{r} 934 \\ -402 \\ \hline 532 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 904 \\ -432 \\ \hline 472 \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 503 \\ -304 \\ \hline 199 \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 504 \\ -303 \\ \hline 201 \end{array}$

Schreibe die fehlenden Ziffern in die grauen Kästchen.

e) $\begin{array}{r} 8 \text{ (grau)} 3 \\ -203 \\ \hline 6 \text{ (grau)} 2 \text{ (grau)} 0 \end{array}$ f) $\begin{array}{r} 3 \text{ (grau)} 0 5 \\ -1 \text{ (grau)} 0 2 \\ \hline 2 \text{ (grau)} 0 \text{ (grau)} 3 \end{array}$ g) $\begin{array}{r} 7 0 6 \\ -5 \text{ (grau)} 4 0 \\ \hline 2 \text{ (grau)} 6 \text{ (grau)} 6 \end{array}$ h) $\begin{array}{r} 6 0 \text{ (grau)} 0 \\ -245 \\ \hline 3 \text{ (grau)} 5 \text{ (grau)} 5 \end{array}$

Hintergrund:

Durch die Auswahl der Ziffernkarten kommt immer eine Null in der gelegten Aufgabe vor.

Zu beachten: Die Kombination 012 ist nicht zulässig, da dreistellige Zahlen in der Aufgabenstellung gefordert sind.

Methode:

Als Alternative legen sich die Lernenden gegenseitig die Aufgaben, der Partner schreibt die Rechnung in sein Heft und rechnet aus.

Lösung:

Kleinstes Ergebnis: Z.B. $301 - 254 = 47$

Größtes Ergebnis: Z.B. $543 - 102 = 441$

3.3 Rechnen mit Ziffernkarten

Nimm die Ziffernkarten.

0 1 2 3 4 5

a) Lege mit den Ziffernkarten immer zwei dreistellige Zahlen und subtrahiere die kleinere von der größeren Zahl. Schreibe die Rechnungen ins Heft.

Beispiel:

$$\begin{array}{r} 420 \\ -315 \\ \hline 105 \end{array}$$

Rechnung:

$$\begin{array}{r} 420 \\ -315 \\ \hline 105 \end{array}$$

b) Findet die Aufgabe mit dem kleinsten Ergebnis. Wie geht ihr vor? Findet die Aufgabe mit dem größten Ergebnis. Wie geht ihr vor?

4 Subtraktion mit unterschiedlicher Stellenanzahl

4.1 – 4.2 Erarbeiten

Ziel: Schriftliche Subtraktion mit unterschiedlicher Stellenanzahl verstehen, notieren und erklären

Material: Ggf. Würfelmaterial

Umsetzung: 4.1 EA, dann ggf. UG; 4.2 EA

Hintergrund:

Anhand von Jonas Fehler die stellengerechte Schreibweise thematisieren und auf die Folgen des Fehlers eingehen.

Hilfestellung:

Aufgabe mit Würfelmaterial nachlegen und mit Jonas Rechnung vergleichen.

Impulse:

- Worauf musst du achten, damit du nicht den gleichen Fehler wie Jonas machst?
- Was könnte dir helfen? (z.B. Stellenwerttafel als Hilfe aufschreiben)

4.1 Fehler erklären

Jonas rechnet die Aufgabe $1835 - 671$. Dabei macht er einen Fehler. Welchen Fehler macht Jonas? Worauf sollte er achten?

$$\begin{array}{r} 1835 \\ - 671 \\ \hline 5125 \end{array}$$



Jonas schreibt die Zahlen nicht stellengerecht untereinander. Die 6 gehört in die Hunderterspalte, die 7 in die Zehnerspalte und die 1 in die Einerspalte.

4.2 Richtig untereinander rechnen

Schreibe untereinander und rechne aus.

a) $857 - 83$

$$\begin{array}{r} 857 \\ - 83 \\ \hline 774 \end{array}$$

b) $142 - 63$

$$\begin{array}{r} 142 \\ - 63 \\ \hline 79 \end{array}$$

c) $1869 - 540$

$$\begin{array}{r} 1869 \\ - 540 \\ \hline 1329 \end{array}$$

d) $1400 - 56$

$$\begin{array}{r} 1400 \\ - 56 \\ \hline 1344 \end{array}$$

4.3 Üben

Ziel: Schriftliche Subtraktion mit unterschiedlicher Stellenzahl üben

Material: Ziffernkarten 1 bis 9 in mehrfacher Ausführung; ggf. Würfelmaterial

Umsetzung: EA

Impulse:

- Wie können bei der Subtraktion zweier Ziffern „leere Kästchen“ erreicht werden?
- Gibt es noch andere Möglichkeiten als dieselben zwei Ziffern voneinander zu subtrahieren?

Lösung:

Bei der Subtraktion kann die Differenz nicht größer als der Minuend sein. Das größte Ergebnis, welches erreicht werden kann, ist:

$$999 - 111 = 888$$

4.3 Rechnen mit Ziffernkarten

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Nimm die Ziffernkarten. Du darfst sie auch mehrmals verwenden.

Erfinde Subtraktions-Aufgaben. Alle grauen Kästchen müssen belegt werden. Lege zuerst mit Ziffernkarten. Schreibe dann auf und rechne aus.

a)

	T	H	Z	E
-				

	T	H	Z	E
-				

	T	H	Z	E
-				

	T	H	Z	E
-				

b)

	T	H	Z	E
-				

	T	H	Z	E
-				

	T	H	Z	E
-				

	T	H	Z	E
-				



c) Finde das größte Ergebnis. Probiere mit den Ziffernkarten. Begründe.

	T	H	Z	E
-	9	9	9	
	1	1	1	
	8	8	8	

Das größte Ergebnis ist 888, da es sich aus dem größten Minuenden und den kleinsten Subtrahenden ergibt. Das Ergebnis kann nicht mehr Stellen haben als der Minuend.