Mathe sicher können

Didaktischer Kommentar zum Diagnose- und Fördermaterial

N8 Schriftlich multiplizieren

Inhalt

Hintergrund Worauf kommt es beim schriftlichen Multiplizieren an?

Baustein N8A **Ich kann schriftlich multiplizieren und das Rechenverfahren erklären**

Was können wir diagnostizieren?

Wie können wir fördern?

Zitierbar als Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher & Christoph Selter (2023). Mathe sicher können Diagnose- und Förderbausteine N8: Schriftlich multiplizieren. Open Educational Resources unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n8

Hinweis zu verwandtem Material Die 1. Auflage des Materials ist in Print auch bei Cornelsen kaufbar, wurde in der 2. Auflage hier jedoch erheblich weiterentwickelt. Zu den Handreichungen ist auch das Diagnose- und Fördermaterial sind verfügbar sowie Erklärvideos und Fortbildungsangebote, alles zu finden unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de.

N8 Worauf kommt es beim schriftlichen Multiplizieren und Dividieren an?

Lerninhalt

Der schriftliche Multiplikations- und Divisionsalgorithmus dient zur effizienten und schnellen Berechnung großer Produkte und Quotienten. Bei der Multiplikation ist das Verfahren jedoch um einiges komplexer als bei Addition und Subtraktion, da die multiplikative Verrechnung der Stellenwerte nicht direkt sichtbar bleibt. Alternativ können die Nullen weiterhin dazugeschrieben werden. Bei der Division werden weiterhin Zahlen statt Ziffern genutzt.
Neben der sicheren Ausführung wird zunehmend Wert auf die verständige Hinführung zu dem Verfahren gelegt, um den Lernenden nicht nur die automatisierte Anwendung, sondern als vorrangiges Ziel auch das Verständnis der Rechenschritte zu ermöglichen.
In diesem Baustein geht es einerseits um den Erwerb der Kompetenz, den schriftlichen Multiplikations- und Divisionsalgorithmus durchführen zu können. Durch die Anbindung des Verfahrens für die Multiplikation an das in Baustein **N6 B** erarbeitete Malkreuz werden andererseits Einsichten in die mathematischen Grundlagen des Verfahrens geschaffen. Dazu werden Besonderheiten des schriftlichen Algorithmus thematisiert, wie beispielsweise: „Warum kann man im Vergleich zum halbschriftlichen Rechnen die Nullen weglassen?“ oder „Wieso schreibt man die Produkte versetzt untereinander?“.

Veranschaulichung und Material

Notationsweise der schriftlichen Multiplikation

Beim schriftlichen Algorithmus der Multiplikation wird die halbschriftliche Strategie des *Stellenweise Rechnens* vorausgesetzt, denn auch beim schriftlichen Verfahren rechnet man mit den Stellenwerten der Zahlen.

1	2	·	1	3	
		1	2		
			3	6	
		1	5	6	

Das schriftliche Normalverfahren der Multiplikation

Um den Algorithmus verstehensorientiert zu besprechen, können die ganzen Zahlen in den Blick genommen werden (16 · 20 sind 320, die Null müssen wir nicht notieren.)

Vom Malkreuz zum Algorithmus

Die Einsichten, die die Lernenden aus den halbschriftlichen Strategien mitbringen, können helfen, Einsichten in den Multiplikationsalgorithmus zu gewinnen. In diesem Baustein wird für den Vergleich von halbschriftlicher Strategie und schriftlichem Algorithmus das Malkreuz genutzt. Voraussetzung ist dabei ein verständiger sicherer Umgang mit dem Malkreuz (Baustein **N6 B**).
Für einen Vergleich der Teilprodukte mit dem schriftlichen Verfahren sind die Additionen unter dem Malkreuz notwendig. Durch Färbung der Stellenwerte (vgl. z.B. Aufgabe 1.1) können gleiche Teilprodukte identifiziert und das Weglassen der Nullen thematisiert werden. Eine Berechnung derselben Aufgabe mit Hilfe des Malkreuzes und anschließend mit dem schriftlichen dient zur Kontrolle der Teilprodukte und des Ergebnisses.

Jonas Rechenweg:

·	10	3	
10	100	30	130
2	20	6	+ 26
	120	+36	156

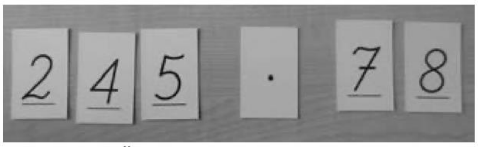
Emilys Rechenweg:

1	2	·	1	3
		1	2	
			3	6
		1	5	6

Vergleich des Algorithmus mit dem Malkreuz

Produktive Übungen mit Ziffernkarten

Ziffernkarten sind für die produktiven Übungsformate des Bausteins hilfreich, da sie den Lernenden flexible Veränderungen der Aufgaben und Rechnungen ermöglichen. Durch diese werden die Lernenden erfahrungsgemäß im Gegensatz zur bloßen Notation der Aufgaben auf dem Papier ermutigt, verschiedene Aufgaben zu bilden, Aufgaben zu verändern (z.B. Ziffern zu tauschen) und die Auswirkungen solcher Veränderungen auf die Produkte zu untersuchen. Dabei können die Lernenden wiederum Rückschlüsse auf die Bedeutung der Stellenwerte ziehen. Empfohlen wird deshalb, bei den entsprechenden Übungen nicht auf die Verwendung der Ziffernkarten zu verzichten.



Produktive Übung mit Ziffernkarten

Notationsweise der schriftlichen Division

Größte Zahl, für die ich weiß, wie oft 15 reinpasst	Wie oft passt 15 in diese Zahl?	Wie viel bleibt übrig? Und was kommt heraus?
		1065 : 15 = 40 + 20 + 10 + 1 = 71
600 =	40 · 15	- 600
		465
300 =	20 · 15	- 300
		165
150 =	10 · 15	- 150
		15
15 =	1 · 15	- 15
	40 + 20 + 10 + 1 = 71	0

Das schriftliche Normalverfahren der Division

Für den schriftlichen Algorithmus der Division ist der Zusammenhang vom Multiplizieren und Subtrahieren mit dem Dividieren zentral. Dabei spielen zwei Gedanken eine Rolle:
Zum einen wird sich zunutze gemacht, dass in der Divisionsaufgabe mehrere Multiplikationsaufgaben stecken, indem überlegt wird, wie oft der Divisor in einen Teil des Dividenden passt. Zum anderen wird das schrittweise Vorgehen (rechts als Subtraktion notiert) genutzt, um zu wissen, für welche Zahl diese Überlegung (noch) angestellt werden muss.
Die Notation der einzelnen Multiplikationsaufgaben, die in der Divisionsaufgabe enthalten sind, fördert das Operationsverständnis zur Division und beugt einem mechanischen Vorgehen vor (das wird ausgiebig im Baustein **N6 C** thematisiert).

Aufbau der Förderung

Die Förderung besteht aus vier Fördereinheiten:

1. Multiplizieren ohne Übertrag
2. Multiplizieren mit Übertrag
3. Multiplizieren mit Null
4. Schriftlich Dividieren

Die ersten drei Fördereinheiten beginnen jeweils mit einem Vergleich zwischen Jonas' Rechenweg im Malkreuz und Emilys Notation des schriftlichen Multiplikationsverfahrens, anhand deren Vergleich Gemeinsamkeiten und Unterschiede thematisiert werden und insbesondere durch Färbung auf die multiplikative Verrechnung der Stellenwerte eingegangen wird. Die folgenden Aufgaben sprechen typische Fehler des schriftlichen Multiplikationsverfahrens an und fordern die Lernenden auf, sich mit diesen Fehlern argumentativ auseinanderzusetzen. Abschließend finden sich jeweils produktive Übungsformate zur Automatisierung des Verfahrens. **Fördereinheit 4** thematisiert verstehensorientier den schriftlichen Divisionsalgorithmus, der den Zusammenhang von Multiplikation und Subtraktion mit der Division nutzt.

Weiterführende Literatur

Gerster, H.-D. (1982). *Schülerfehler bei schriftlichen Rechenverfahren – Diagnose und Therapie*. Herder.

Höhtker, B. & Selter, C. (1998). Von der halbschriftlichen zur schriftlichen Multiplikation? *Die Grundschulzeitschrift*, *119*, 17 - 19.

KIRA (o.J.). *Schriftliche Multiplikation*. https://kira.dzlm.de/arithmetik/schriftliches-rechnen/schriftliche-multiplikation

Padberg, F. & Benz, C. (2011). *Didaktik der Arithmetik für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung*. Spektrum.

PIKAS (o.J.). *Vom Halbschriftlichen zum Schriftlichen*. https://pikas.dzlm.de/fortbildung/lernen-auf-eigenen-wegen/53-vom-halbschriftlichen-zum-schriftlichen

Schipper, W., Dröge, R. & Ebeling, A. (2000). *Handbuch für den Mathematikunterricht, 4. Schuljahr*. Schroedel.

N8 Was können wir diagnostizieren?

Dauer: 15 – 20 Minuten

Hinweise zur Durchführung der Standortbestimmung:

Da die Kästchen für die Strukturierung der Aufgabe hilfreich sind, sollte zusätzlich kariertes Papier bereitgehalten werden und die Lernenden sollten gegebenenfalls aufgefordert werden, eine Rechnung auf einem neuen Blatt zu beginnen, falls viel durchgestrichen und verbessert wird.

Die Lehrkraft klärt gegebenenfalls den Begriff des schriftlichen Rechnens. Dabei sollte aber kein Rechenweg vorgegeben werden.

1 Multiplizieren ohne Übertrag

Rechne die Aufgaben aus und notiere deinen Rechenweg.

a) 212 · 4

```
212 · 4
    848
```

b) 212 · 42

```
212 · 42
   848
    424
   8904
```

c) 212 · 342

```
212 · 342
  636
   848
  1 1424
  72504
```

2 Schriftlich Multiplizieren mit Überträgen

Rechne die Aufgaben aus und notiere deinen Rechenweg.

a) 312 · 6

```
312 · 6
   1872
```

b) 312 · 64

```
312 · 64
   1872
    1248
   19968
```

c) 382 · 564

```
382 · 564
 1910
  2292
   1528
 1  1
 215448
```

3 Schriftlich Multiplizieren mit Null

Rechne die Aufgaben aus und notiere deinen Rechenweg.

a) 305 · 5

```
305 · 5
  1525
```

b) 55 · 305

```
55 · 305
   165
    1248
   17748
```

c) 3005 · 305

```
3005 · 305
  9015
    15025
  916525
```

4 Schriftlich Dividieren

Rechne die Aufgaben aus und notiere deinen Rechenweg.

a) 212 : 4

```
212 : 4 = 53
-20
  12
 -12
   0
```

b) 294 : 14

```
294 : 14 = 21
-28
  14
 -14
   0
```

Notizen zur Auswertung

Übergreifende Fehler

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
212 · 4 212 · 4 = 646 646	Fehler beim Abrufen des kleinen Einmaleins.	Rechenstrategien für das kleine Einmaleins erarbeiten mit Baustein N6 B (1.1 - 1.4).
212 · 342 644 646 424 1714 212 · 42 212 · 42 424 1348 5088	Teilergebnisse werden nicht stellengerecht notiert und verrechnet.	Erarbeitung des schriftlichen Verfahrens (1.1 - 1.4; dann 2.1 - 2.5). Fehler wird in Aufgabe 1.2 thematisiert.
305 · 5 305 · 5 1552	Vertauschen der Stellenwerte bei der Notation der Teilergebnisse.	Überprüfen, ob es sich um einen Flüchtigkeits- bzw. Notationsfehler handelt, ggf. Stellenwertverständnis mit Bausteinen N1 thematisieren.
212 · 4 200·4=800 10·4= 40 2·4= 8	Die Aufgabe wird halbschriftlich gelöst.	Vermutlich steht kein Ansatz des schriftlichen Verfahrens zur Verfügung. Erarbeitung des schriftlichen Verfahrens (1.1 - 1.4; dann 2.1 - 2.5).
212 · 342 636 848 424 1 1 1 72404	Additionsfehler beim Zusammenrechnen der Teilergebnisse.	Schriftliche Addition und Umgang mit Überträgen mit Baustein N7 erarbeiten.

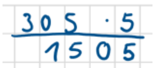
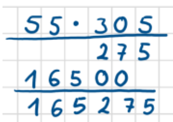
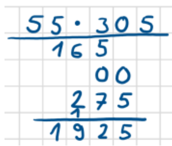
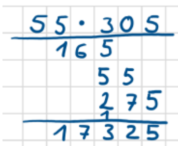
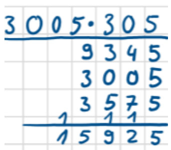
Diagnoseaufgabe 1

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
Multiplikationsfehler mit dem Faktor 1 212 · 4 818	Fehlvorstellung, dass eine Multiplikation mit dem Faktor 1 immer 1 ergibt.	An Baustein N6 A Rechenstrategien für das kleine Einmaleins erarbeiten.
Teilergebnisse werden nicht stellengerecht notiert und verrechnet	Evtl. schriftliches Multiplizieren nicht vollständig klar	An 1.1 – 1.4 Erarbeitung des schriftlichen Verfahrens ohne und an 2.1 – 2.5 mit Übertrag. Danach an 3.1 – 3.4 Übertragung auf die Multiplikation mit Null.

Diagnoseaufgabe 2

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
Überträge werden nicht mit den entsprechenden Stellenwerten verrechnet. 312 · 6 312 · 6 18612	Evtl. Schriftliches Multiplizieren mit Übertrag unklar	An 2.1 – 2.5 Erarbeitung des schriftlichen Verfahrens mit Übertrag.
Überträge werden vergessen. 312 · 6 312 · 6 1862		

Diagnoseaufgabe 3

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
Fehlende Verrechnung des Übertrags aufgrund der Multiplikation mit Null. (0 + 2 = 0) 305 · 5 		
Die Multiplikation mit Null wird nicht stellenwertgerecht interpretiert und das folgende Teilergebnis nicht stellenwertgerecht notiert. Das Teilergebnis wird um eine Stelle zu viel oder eine Stelle zu wenig verschoben. 55 · 305  55 · 305 	Evtl. schriftliches Multiplizieren mit einer oder mehreren Nullen nicht vollständig klar, vmtl. Rolle der Null bei Teilrechnungen nicht bekannt	An 3.1 – 3.4 Erarbeitung des schriftlichen Verfahrens mit der Null.
Die Multiplikation mit der Null wird der Multiplikation mit der Eins gleichgesetzt. (Hier im zweiten Beispiel zusätzlich keine Berücksichtigung der Stellenwerte.) 55 · 305  3005 · 305 		

Diagnoseaufgabe 4

Die Auswertungstabelle zu dieser Aufgabe wird Ihnen bald zur Verfügung stehen.

N8 Wie können wir fördern, schriftlich zu Multiplizieren und Rechenverfahren zu erklären

1 Multiplizieren ohne Übertrag

1.1 **Erarbeiten**

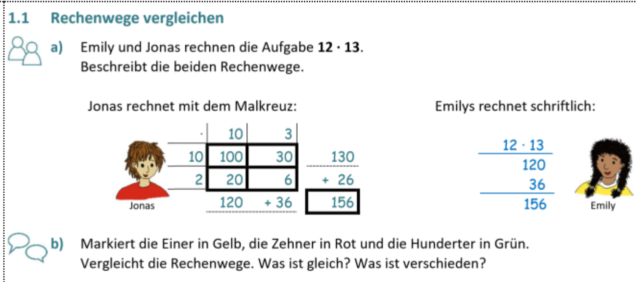
Ziel: Schriftlichen Algorithmus kennenlernen und mit Rechnung im Malkreuz vergleichen

Material: KV: Ggf. Malkreuzvorlage; gelbe, rote und grüne Stifte

Umsetzung: UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen den schriftlichen Algorithmus zur Multiplikation verstehen, indem sie ihn mit der halbschriftlichen Strategie *Stellenweises Rechnen* in Form des Malkreuzes verbinden. Die Abfolge des schriftlichen Algorithmus kann nur nachvollzogen werden, wenn die Schritte einmal sukzessiv durchlaufen werden. Dafür ist es notwendig, Emilys Rechenweg nicht nur als fertiges Produkt auf dem Arbeitsblatt zu betrachten, sondern ebenfalls zu thematisieren, wie die Rechnung entsteht.

Zu beachten:
Zu vergleichen sind insbesondere die beiden Teilergebnisse unter dem Malkreuz (120 + 36) und die beiden Zeilen (120 und 36) im schriftlichen Verfahren. Markiert werden in beiden Rechenwegen die 1 als Hunderter und die 2 als Zehner. Hieran kann thematisiert werden, dass es sich in beiden Rechenwegen um die gleichen Teilprodukte handelt.



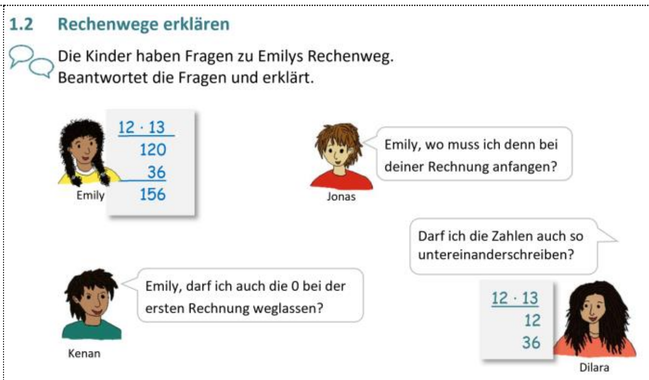
1.2 **Erarbeiten**

Ziel: Regeln des Algorithmus hinterfragen

Material: -

Umsetzung: UG

Reflexion:
Beide Aussagen von Jonas und Dilara dienen zur Reflexion des schriftlichen Verfahrens. Jonas Frage zielt auf das Explizieren der rechnerischen Durchführung des Verfahrens, Dilaras Frage auf die Thematisierung der Stellenwerte ab.



1.3 **Erarbeiten**

Ziel: Algorithmus anwenden und mit Rechenweg im Malkreuz vergleichen

Material: KV: Ggf. Malkreuzvorlage

Umsetzung: Jeweils EA, dann UG

Methode:
Anschließend ggf. noch einmal Stellen verschiedenfarbig markieren wie in 1.1 und Rechenwege vergleichen lassen.

Impulse:
- Wie sähe das Malkreuz für die Aufgabe 44 · 212 (oder z.B. 4 · 212) aus?
- Wie sähe Emilys Rechenweg dann aus?
- Was findest du leichter zu rechnen, 44 · 212 oder 212 · 44?

1.3 Rechenwege ausprobieren

a) Rechne die Aufgabe **16 · 11** auf zwei Wegen:

Rechne wie Jonas mit dem Malkreuz:

·	10	1	
10	100	10	110
6	60	6	+ 66
	160	+ 16	$\boxed{176}$

Rechne wie Emily schriftlich:

1	6	·	1	1
		1	6	
			1	6
		1	7	6

b) Rechne die Aufgabe **212 · 44**.

Rechne wie Jonas mit dem Malkreuz:

·	40	4	
200	8000	800	8800
10	400	40	+ 440
2	80	8	+ 88
	8480	+ 848	$\boxed{9328}$

Rechne wie Emily schriftlich:

2	1	2	·	4	4
		8	4	8	
			8	4	8
			1		
		9	3	2	8

1.4 **Üben**

Ziel: Schriftlichen Algorithmus produktiv üben

Material: Ziffernkarten

Umsetzung: a) EA; b), c) jeweils EA, dann UG

Hintergrund:
Für einige Begründungen (insbesondere der Frage in Aufgabe c), warum 31 · 22 größer ist als 32 · 21) kann das Malkreuz helfen, da hier die einzelnen Teilprodukte miteinander verglichen werden können.
Andere Begründungen können direkt im Algorithmus vorgenommen werden (im Beispiel: von 12 · 23 zu 12 · 32 tauschen die Zahlen ‚24' und ‚36' ihre Plätze in den Zeilen und die größere ‚36' rutscht dabei nach vorne in die höheren Stellenwerte).

1.4 Rechnen mit Ziffernkarten

Nimm dir die Ziffernkarten 1, 2, 2, 3.

1 2 2 3

a) Lege mit den Ziffernkarten zwei zweistellige Zahlen und multipliziere sie. Schreibe die Rechnungen ins Heft.

12 · 23
24
36
276

b) Vertausche zwei Ziffernkarten.
Überlege zuerst, ob das Ergebnis kleiner oder größer wird.
Rechne dann aus und überprüfe.

c) Findet die Aufgabe mit dem größten und dem kleinsten Ergebnis.
Wie geht ihr vor?

2 Multiplizieren mit Übertragen

2.1 – 2.2 Erarbeiten

Ziel: Schriftlichen Algorithmus mit Überträgen mit Rechnung im Malkreuz vergleichen; Typischen Fehler erklären; Regeln des Algorithmus hinterfragen

Material: KV: Ggf. Malkreuzvorlage; gelbe, rote und grüne Stifte

Umsetzung: 2.1 a) PA, b), c) UG; 2.2 a) UG b) EA

Hintergrund:
Die Abfolge des schriftlichen Algorithmus kann nur nachvollzogen werden, wenn die Schritte einmal sukzessiv durchlaufen werden. Dafür ist es notwendig, Emilys Rechenweg nicht nur als fertiges Produkt auf dem Arbeitsblatt zu betrachten, sondern ebenfalls zu thematisieren, wie die Rechnung entsteht.

Zu beachten:
Zu vergleichen sind insbesondere die beiden Teilergebnisse unter dem Malkreuz (320 + 48) und die beiden Zeilen (320 und 48) im schriftlichen Verfahren. Markiert werden in beiden Rechenwegen die 3 als Hunderter und die 2 als Zehner. Hieran kann thematisiert werden, dass es sich in beiden Rechenwegen um die gleichen Teilprodukte handelt.

Impuls (Beziehung zu 1.1 herstellen):
- Was ist hier gleich? Was ist verschieden?

2.1 Rechenwege vergleichen

a) Emily und Jonas rechnen die Aufgabe **16 · 23**.
Beschreibt die beiden Rechenwege.

Jonas rechnet mit Malkreuz:

·	20	3
10	200	30
6	120	18
	320	+ 48

230
\+ 138
368

Emily rechnet schriftlich:

16 · 23
32
48
368

b) Markiert die Einer in Gelb, die Zehner in Rot und die Hunderter in Grün.
Vergleicht die Rechenwege. Was ist gleich? Was ist verschieden?

c) Warum kann Emily bei ihrem Rechenweg die Nullen weglassen?

Hintergrund:
Dilaras Aussage dient zur Thematisierung des Umgangs mit Überträgen. Als Begründung ist zu beachten, dass die Lernenden über das Argument „Weil sonst das Ergebnis falsch wäre / nicht das richtige Ergebnis rauskommen würde.“ hinausgehen. Dazu ggf. auf einen Vergleich mit dem Malkreuz und einer Markierung der Stellenwerte zurückgreifen.

2.2 Fehler erklären

a) Dilara will Emilys Rechenweg ausprobieren und macht dabei Fehler.

Dilaras falscher Rechenweg:

16 · 23
212
318
438

- Erkläre, was Dilara falsch macht.
- Erkläre auch den Fehler in der nächsten Zeile. Wie kommt Dilara auf die 318?

b) Rechne die Aufgabe **38 · 12** auf zwei Wegen:

Rechne wie Jonas:

·	10	2
30	300	60
8	80	16
	380	+ 76

360
\+ 96
456

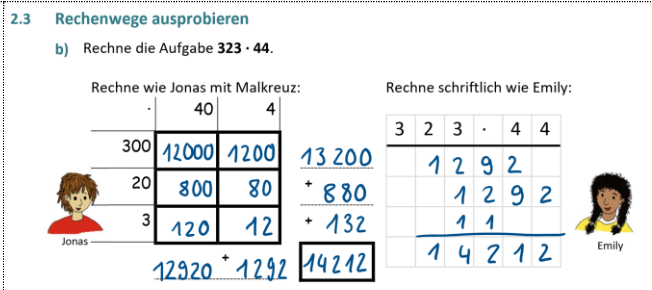
Rechne wie Emily:

3	8	·	1	2
		3	8	
			7	6
			1	
		4	5	6

2.3	**Üben**
Ziel:	Algorithmus anwenden und mit Rechenweg im Malkreuz vergleichen
Material:	KV: Ggf. Malkreuzvorlage
Umsetzung:	Jeweils EA, dann UG

Methode:
Anschließend ggf. noch einmal Stellen verschiedenfarbig markieren wie in 2.1 und Rechenwege vergleichen lassen.

Impulse:
- Wie sähe das Malkreuz für die Aufgabe 44 · 323 (oder z.B. 4 · 323) aus? Wie sähe Emilys Rechenweg dann aus?
- Was findest du leichter zu rechnen, 44 · 323 oder 323 · 44?


2.3 Rechenwege ausprobieren

b) Rechne die Aufgabe **323 · 44**.

Rechne wie Jonas mit Malkreuz:

·	40	4	
300	12000	1200	13 200
20	800	80	+ 880
3	120	12	+ 132
	12920	+ 1292	14212

Jonas

Rechne schriftlich wie Emily:

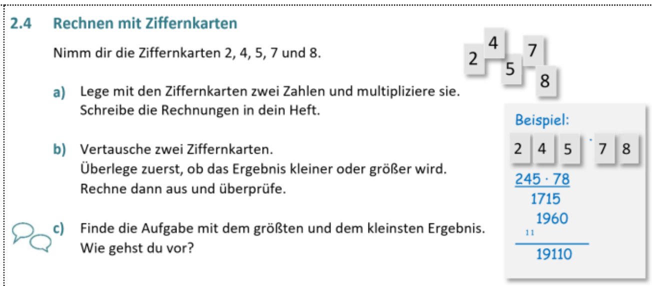
3 2 3 · 4 4
1 2 9 2
1 2 9 2
1 1
1 4 2 1 2

Emily

2.4 – 2.5	**Üben**
Ziel:	Schriftlichen Algorithmus produktiv üben
Material:	MB: Ziffernkarten
Umsetzung:	a) EA; b), c) EA, dann UG; 2.5 EA

Methode:
Überprüfung der kleinsten und größten Aufgabe fällt hier aufgrund der vielfältigen Möglichkeiten schwer. Nur exemplarisch einige gefundene Aufgaben vergleichen lassen. Im Malkreuz kann der Vergleich einzelner Teilprodukte gelingen.

Lösung:
Größtes Ergebnis: 84 · 752 = 63 168
Kleinstes Ergebnis: 25 · 478 = 11 950


2.4 Rechnen mit Ziffernkarten

Nimm dir die Ziffernkarten 2, 4, 5, 7 und 8.

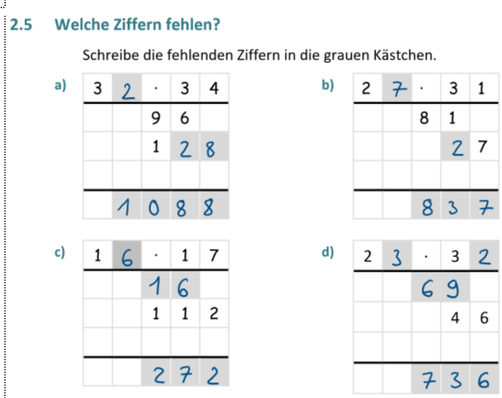
a) Lege mit den Ziffernkarten zwei Zahlen und multipliziere sie. Schreibe die Rechnungen in dein Heft.

b) Vertausche zwei Ziffernkarten. Überlege zuerst, ob das Ergebnis kleiner oder größer wird. Rechne dann aus und überprüfe.

c) Finde die Aufgabe mit dem größten und dem kleinsten Ergebnis. Wie gehst du vor?

Beispiel:
2 4 5 · 7 8
245 · 78
1715
1960
1 1
19110

Methode:
Lernende zum probierenden Vorgehen auffordern.


2.5 Welche Ziffern fehlen?

Schreibe die fehlenden Ziffern in die grauen Kästchen.

a)
3 2 · 3 4
9 6
1 2 8
1 0 8 8

b)
2 7 · 3 1
8 1
2 7
8 3 7

c)
1 6 · 1 7
1 6
1 1 2
2 7 2

d)
2 3 · 3 2
6 9
4 6
7 3 6

3 Multiplizieren mit Null

3.1 **Erarbeiten**

Ziel: Schriftlichen Algorithmus bei Faktoren mit Null mit Rechnung im Malkreuz vergleichen; Typischen Fehler erklären; Regeln des Algorithmus hinterfragen

Material: KV: Ggf. Malkreuzvorlage; gelbe, rote, grüne und blaue Stifte

Umsetzung: 3.1 UG 3.2 UG

Hintergrund:
Die Abfolge des schriftlichen Algorithmus kann nur nachvollzogen werden, wenn die Schritte einmal sukzessiv durchlaufen werden. Dafür ist es notwendig, Emilys Rechenweg nicht nur als fertiges Produkt auf dem Arbeitsblatt zu betrachten, sondern ebenfalls zu thematisieren, wie die Rechnung entsteht. Dabei muss der besondere Umgang mit der Null fokussiert werden.

Zu beachten:
Zu vergleichen sind insbesondere die beiden Teilergebnisse unter dem Malkreuz (3200 + 64) und die beiden Zeilen (3200 und 64) im schriftlichen Verfahren. Markiert werden in beiden Rechenwegen die 3 als Tausender und die 2 als Hunderter. Hieran kann thematisiert werden, dass es sich in beiden Rechenwegen um die gleichen Teilprodukte handelt.

Impuls (Beziehung zu 2.1 herstellen):
- Was ist hier gleich? Was ist verschieden?

3.1 Rechenwege vergleichen

a) Emily und Jonas rechnen die Aufgabe **16 · 204**.
Beschreibt die beiden Rechenwege.

Jonas rechnet mit Malkreuz:


Jonas

·	200	4
10	2000	40
6	1200	24
	3200 +	64

2040
+ 1224
$\boxed{3264}$

Emily rechnet schriftlich:

16 · 204
32
64
3264


Emily

b) Markiert die Einer in Gelb, die Zehner in Rot, die Hunderter in Grün und die Tausender in Blau. Vergleicht die Rechenwege. Was ist gleich? Was ist verschieden?

c) Statt 3200 steht in Emilys Rechnung 32. Was bedeutet die 32?

Impuls:
- Wie gehst du mit der Null um, wenn du 204 · 16 rechnest?

3.2 Fehler erklären

Dilara will Emilys Rechenweg ausprobieren und macht dabei Fehler.
Sie rechnet die Aufgabe **16 · 204** so:
- Erkläre, was Dilara falsch gemacht hat.
- Schreibe den Rechenweg richtig ins Heft.

16 · 204
32
64
384


Dilara

3.3 **Üben**

Ziel: Algorithmus anwenden

Material: KV: Ggf. Malkreuzvorlage

Umsetzung: Jeweils EA, dann UG

Methode:
Anschließend ggf. noch einmal Stellen verschiedenfarbig markieren, wie in 3.1 und Rechenwege vergleichen lassen.

3.3 Rechenwege ausprobieren

Rechne selbst diese Aufgaben:

a)

1	3	·	2	0	5
		2	6		
				6	5
		2	6	6	5

b)

1	7	·	5	0	0	5
		8	5			
					8	5
		8	5	0	8	5

3.4 **Üben**

Ziel: Schriftlichen Algorithmus produktiv üben; Muster erkennen und erklären

Material: -

Umsetzung: a), b), c) EA

Hintergrund:
Die Muster können mithilfe des schriftlichen Algorithmus erklärt werden. Vertauschen die Lernenden die Faktoren, ist nicht mehr leicht einzusehen (z.B. bei (a)), wie sich die Teilprodukte zusammensetzen.

Lösung: Z.B. bei (c)

909 · 33	909 · 44	909 · 55
2727	3636	4545
2727	3636	4545
29997	39996	49995

3.4 Muster suchen in Päckchen

Rechne aus. Schreibe die Rechnungen in dein Heft. Was fällt dir auf?

a)	b)	c)
3 · 74 074 = 222 222	121 · 10 101 = 1 222 221	909 · 33 = 29 997
6 · 74 074 = 444 444	242 · 10 101 = 2 444 442	909 · 44 = 39 996
9 · 74 074 = 666 666	363 · 10 101 = 3 666 663	909 · 55 = 49 995

4 Schriftlich Dividieren

4.1 **Erarbeiten**

Ziel: Zusammenhang vom Multiplizieren und Subtrahieren mit dem Dividieren erklären

Material: -

Umsetzung: UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen für den schriftlichen Algorithmus den Zusammenhang vom Multiplizieren und Subtrahieren mit dem Dividieren erarbeiten. Dafür müssen sie vorbereitend zwei Gedanken nachvollziehen: Zum einen macht man es sich zunutze, dass in der Divisionsaufgabe mehrere Multiplikationsaufgaben stecken, indem man sich überlegt, wie oft der Divisor in einen Teil des Dividenden passt. Zum anderen nutzt man das schrittweise Vorgehen (rechts als Subtraktion notiert), um zu wissen, für welche Zahl man diese Überlegung (noch) anstellen muss.
Die Notation der einzelnen Multiplikationsaufgaben, die in der Divisionsaufgabe enthalten sind, fördert das Operationsverständnis zur Division und beugt einem mechanischen Vorgehen vor (das wird ausgiebig im Baustein **N6 C** thematisiert).
Dass die Zwischenergebnisse schrittweise miteinander verrechnet werden, bereitet ebenfalls eine verstehensorientierte Notation (Aufgabe 4.2) des schriftlichen Algorithmus vor, in welchem Zahlganzheiten statt Ziffern sichtbar werden.

Impuls:
- Was bedeutet „210 bleiben übrig“?
- Warum subtrahiert man die 140?
- Wie kommt Leonie auf 115?

4.1 Multiplizieren und Subtrahieren nutzen zum Dividieren

a) **1610 : 14 = ?**

1400 = 100 · 14	1610 - 1400 = 210
140 = 10 · 14	210 - 140 = 70
70 = 5 · 14	0
also	**1610 : 14 = 115**

Erklärt Leonies Vorgehen. Was meint Leonie mit „210 bleiben übrig.“?
Vervollständigt ihre Erklärung für den dritten Schritt.

Wie oft passt die 14 in die 1610? Ich zerlege die 1610.
In 1400 passen hundert 14er. 210 bleiben übrig.
In 140 passen zehn 14er. 70 bleiben übrig. ...


Leonie

4.2	**Erarbeiten und Üben**
Ziel:	Schriftlichen Divisions-Algorithmus in verstehensorientierter Schreibweise erarbeiten
Material:	-
Umsetzung:	a) EA; b), c) UG

Hintergrund:
Die Lernenden sollen den schriftlichen Algorithmus verstehensorientiert in neuer Schreibweise erarbeiten, bei der man die Division als Umkehrung der Multiplikation erkennen kann. Dabei nutzen sie die „passen in“-Vorstellung der Division. Auch die Subtraktion wird hier gebraucht. Allerdings werden nun beide Operationen (Multiplikation als Umkehrung und Subtraktion zur Ermittlung der Zwischenergebnisse) kombiniert aufgeschrieben. Die Lernenden stellen sich dabei immer wieder drei Fragen:

1) Was ist die größte Zahl, für die ich weiß, wie oft … reinpasst?
2) Wie oft passt … in diese Zahl?
3) Wie viel bleibt übrig (und muss dementsprechend noch verrechnet werden)?

Das Besondere an dieser Schreibweise ist, dass Zahlen anstatt Ziffern geschrieben werden (Nullen werden mitgeschrieben). Dadurch ist besser ersichtlich, was genau beim Algorithmus geschieht.

4.2 Große schrittweise Divisionen aufschreiben

a) Leonie will **1065 : 15** rechnen. Dazu notiert sie schrittweise, wie oft 15 in die 1065 passt. So schreibt sie ihre Rechenschritte kürzer in eine Tabelle:

Größte Zahl, für die ich weiß, wie oft 15 reinpasst	Wie oft passt 15 in diese Zahl?	Wie viel bleibt übrig? Und was kommt heraus?
		1065 : 15 = 40 + 20 + 10 + 1 = 71
600 =	40 · 15	- 600
		465
300 =	20 · 15	- 300
		165
150 =	10 · 15	- 150
		15
15 =	1 · 15	- 15
	40 + 20 + 10 + 1 = 71	0

Ich weiß direkt: In 600 passen vierzig 15er. Die 600 ziehe ich von 1065 ab. 465 bleiben übrig. Dann muss ich mir für die 465 überlegen, wie viele 15er reinpassen.

b) Erklärt die nächsten Rechenschritte wie Leonie.

c) Welche Fehler hat Dilara gemacht? Erklärt und korrigiert.

Größte Zahl, für die ich weiß, wie oft 13 reinpasst		Wie oft passt 13 in diese Zahl?	Wie viel bleibt übrig?
			2236 : 13 = 100 + 60 + 21 = 181
1300	1300 =	100 · 13	- 1300
+ 780			1060
+ 280	780 =	60 · 13	- 780
≠ 2236			280
	280 =	21 · 13	- 280
		100 + 60 + 21 = 181	0

4.3 **Üben**

Ziel: Schriftlichen Divisions-Algorithmus in verstehensorientierter Schreibweise üben

Material: -

Umsetzung: a) b) EA, c), d) UG e) EA

Hintergrund:
Die Lernenden sollen die verstehensorientierte Version des schriftlichen Divisions-Algorithmus üben. Grundsätzlich gibt es verschiedene Zerlegungsmöglichkeiten, dadurch gibt es unterschiedliche Anzahlen von Teilrechnungen.

4.3 Große schrittweise Divisionen aufschreiben

a) Löse und notiere die Aufgabe **528 : 4** schrittweise wie Leonie in Aufgabe 4.1.

Größte Zahl, für die ich weiß, wie oft 4 reinpasst	Wie oft passt 4 in diese Zahl?	Wie viel bleibt übrig? Und was kommt heraus?
400 =	100 · 4	528 : 4 = 100 + 25 + 7 = 132 −400 128 −100 28 −28 0
100 =	25 · 4	
28 =	7 · 4	

b) Löse und notiere die Aufgabe **784 : 14** schrittweise wie Leonie in Aufgabe 4.1.

Größte Zahl, für die ich weiß, wie oft 14 reinpasst	Wie oft passt 14 in diese Zahl?	Wie viel bleibt übrig? Und was kommt heraus?
700 =	50 · 14	784 : 14 = 50 + 5 + 1 = 56 −700 84 −70 14 −14 0
70 =	5 · 14	
14 =	1 · 14	

c) Löse und notiere die Aufgabe **4048 : 16** schrittweise wie Leonie.

Größte Zahl, für die ich weiß, wie oft 16 reinpasst	Wie oft passt 16 in diese Zahl?	Wie viel bleibt übrig? Und was kommt heraus?
3200 =	200 · 16	4048 : 16 = 200 + 15 + 3 = 218 −3200 848 −800 48 −48 0
800 =	50 · 16	
48 =	3 · 16	

d) Vergleicht eure Rechenwege für Aufgabe b).
- Was habt ihr gleich gerechnet, was anders?
- Rechnet ihr lieber mit möglichst wenigen Schritten oder mit sicheren Schritten?
- Wie könnt ihr eure Ergebnisse kontrollieren?

e) Löse folgenden Aufgaben wie Leonie. Du darfst die ersten zwei Spalten auch nur im Kopf nutzen, wenn du möchtest.

(1) 782 : 23	(3) 5635 : 23	(5) 8400 : 150
(2) 7820 : 230	(4) 563500 : 2300	(6) 840000 : 150