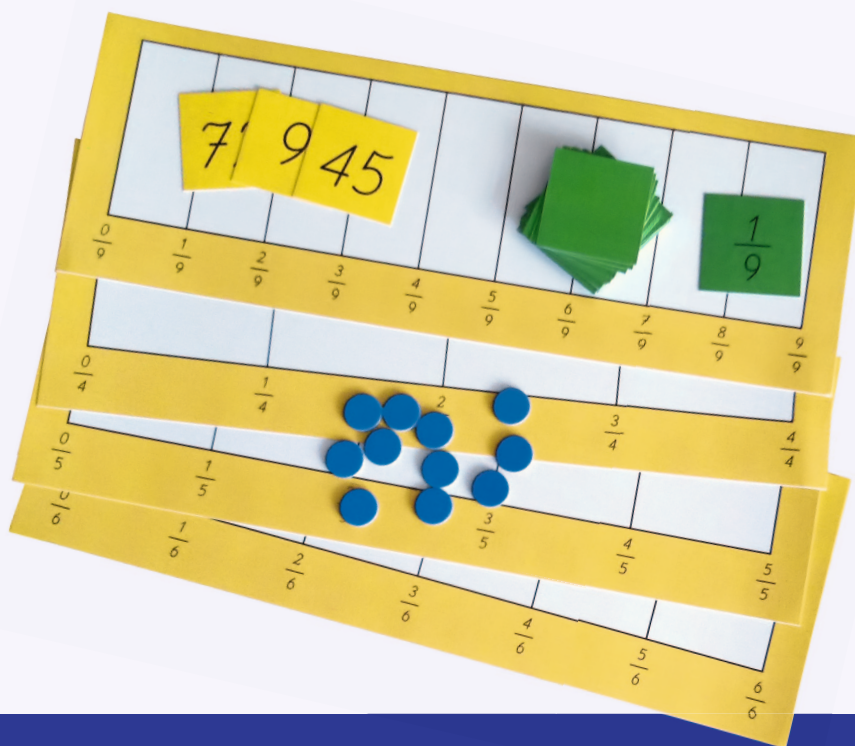


Mathe sicher können

Auszug
"B2 C - Ich kann Brüche
und Prozente
ineinander
umwandeln" aus:

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept
zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen



Brüche, Prozente, Dezimalzahlen

Ermöglicht durch

Deutsche
Telekom
Stiftung



Cornelsen

Herausgegeben von

Susanne Prediger
Christoph Selter
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger

So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept

In den 16 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.

Standortbestimmung – Baustein B4 A

Kann ich Addition und Subtraktion von Brüchen verstehen?

1 Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen

a) Rechne aus: $\frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{\square}{\square}$ Rechnung:

b) Erkläre deine Rechnung mit einem Bild:

c) Rechne aus: $\frac{9}{11} - \frac{4}{11} = \frac{\square}{\square}$ Rechnung:

16 Basiskompetenzen
gliedern die Bausteine und
verbinden Diagnose und
Förderung.

Diagnose:
Mit 2 bis 4 Aufgaben in der
Standortbestimmung stellen Sie fest,
was die Lernenden schon können.

Die Standortbestimmungen
befinden sich im hinteren Teil dieser
Handreichungen als Kopiervorlage.

1 Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen

1.1 Anteile und Aufgaben beim Verteilen sehen

a) Welchen Anteil bekommt jeder? Mit welchen Plus- und Minus-Aufgaben kann man

- den ganzen Schokoriegel
- Kenans oder Dilaras Anteil vom Schokoriegel beschreiben?

b) Finde weitere Möglichkeiten, wie Dilara und Kenan den Schokoriegel oben teilen können. Schreibe wie in a) passende Aufgaben auf.

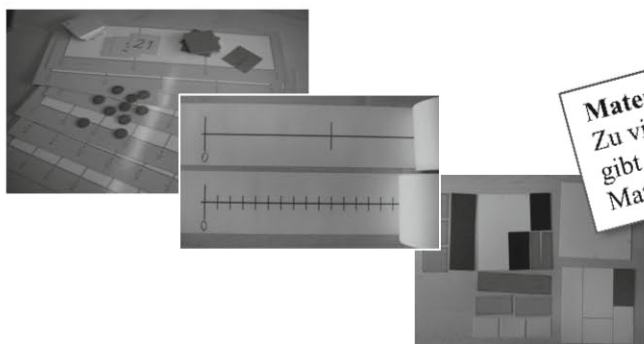
c) Emily und Maurice haben auch Aufgaben geschrieben und gezeichnet:

Emily:

Maurice:

Förderung:
Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine
passende Fördereinheit, die differenziert
und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft
abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.



Material:
Zu vielen Förderaufgaben
gibt es Material, mit dem man
Mathe besser verstehen kann.

Tipps zum Material sind in dieser
Handreichung.
Viele Materialien befinden sich im zugehörigen
Materialkoffer von Cornelsen Experimenta

Mathe sicher können

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

Brüche, Prozente und Dezimalzahlen

Herausgegeben von

Susanne Prediger
Christoph Selter
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger

Entwickelt und Erprobt von

Stephan Hußmann
Birte Pöhler
Susanne Prediger
Andrea Schink
Lara Sprenger

Erarbeitet an der Technischen Universität Dortmund
im Rahmen von `Mathe sicher können`, einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung.

Herausgeber: Susanne Prediger, Christoph Selter, Stephan Hußmann, Marcus Nührenböcker
Autorinnen und Autoren: Stephan Hußmann, Birte Pöhler, Susanne Prediger, Andrea Schink,
Lara Sprenger

Redaktion: Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger

Illustration der Figuren: Andrea Schink

Alle sonstigen Bildrechte für Illustrationen und technische Figuren liegen bei den
Herausgebern.

Umschlaggestaltung: Corinna Babylon

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:
www.mathe-sicher-koennen.de/Material

Die Links zu externen Webseiten Dritter, die in diesem Lehrwerk angegeben sind,
wurden vor Drucklegung sorgfältig auf ihre Aktualität geprüft. Der Verlag übernimmt keine
Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Seiten oder solcher,
die mit ihnen verlinkt sind.

1. Auflage, 1. Druck 2014

© 2014 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt.

Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen
schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Hinweis zu den §§ 46, 52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche
Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich
gemacht werden.

Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Druck: DBM Druckhaus Berlin-Mitte GmbH

ISBN 978-3-06-006536-3



PEFC zertifiziert
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig
bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten
Quellen.
www.pefc.de

Dieses Dokument enthält folgenden Auszug:

Inhaltsverzeichnis der Handreichungen Brüche, Prozente und Dezimalzahlen

Hintergrund des Diagnose- und Förderkonzepts

(Susanne Prediger, Christoph Selter, Stephan Hußmann & Marcus Nührenbörger)

Ausgangspunkte und Leitideen	7
Strukturierung des Diagnose- und Fördermaterials	7
Strukturierung der Handreichung	9

Einbettung 1: Lernförderliche Unterrichtsmethoden

(Gastbeitrag von Bärbel Barzel, Markus Ehret, Raja Herold & Timo Leuders) 13

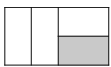
Einbettung 2: Anregung und Unterstützung der fachbezogenen Unterrichtsentwicklung

(Gastbeitrag von Olivia Mitas & Martin Bensen) 17

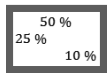
Bruchverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

B1 Brüche und Prozente verstehen

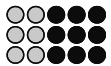
(Andrea Schink & Susanne Prediger)



B1 A Ich kann Anteile von einem Ganzen bestimmen und darstellen 21



B1 B Ich kann Prozente bestimmen und darstellen 31



B1 C Ich kann Anteile von Mengen bestimmen und darstellen 38

B2 Gleichwertigkeit verstehen

(Andrea Schink, Birte Pöhler & Susanne Prediger)



B2 A Ich kann gleichwertige Anteile in Bildern und Situationen finden 47



B2 B Ich kann gleichwertige Brüche durch Erweitern und Kürzen finden 55

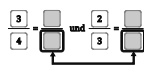


B2 C Ich kann Brüche und Prozente ineinander umwandeln 64

Rechnen mit Brüchen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

B3 Brüche und Prozente ordnen

(Andrea Schink & Susanne Prediger)



B3 A Ich kann Brüche gleichnamig machen 73



B3 B Ich kann Brüche und Prozente vergleichen und der Größe nach ordnen 81

B4 Mit Brüchen rechnen

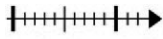
(Andrea Schink & Susanne Prediger)



B4 A Ich kann Addition und Subtraktion von Brüchen verstehen 91

Dezimalverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

D1 Stellenwerte von Dezimalzahlen verstehen
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)



E	x	h	t
2	3	8	5

D1 A Ich kann Stellenwerte von Dezimalzahlen verstehen

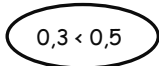
101

D2 Dezimalzahlen ordnen und vergleichen
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)

0,08	0,09	
------	------	--

D2 A Ich kann zu Dezimalzahlen Nachbarzahlen angeben und in Schritten zählen

113

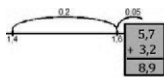


D2 B Ich kann Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen

122

Rechnen mit Dezimalzahlen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

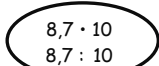
D3 Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)



D3 A Ich kann am Zahlenstrahl und schriftlich addieren und subtrahieren

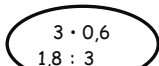
128

D4 Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)



D4 A Ich kann Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren und dividieren

139



D4 B Ich kann Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren

146

Zusammenhang von Dezimalzahlen und Brüchen – Hinweise zu dem Diagnose- und Förderbaustein

DB Zwischen Brüchen und Dezimalzahlen übersetzen
(Lara Sprenger, Andrea Schink, Stephan Hußmann & Susanne Prediger)

$$0,2 = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{\quad}{\quad}$$

DB Ich kann einfache Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln

155

Kopiervorlagen

165

Standortbestimmungen (Diagnosebausteine)
(Andrea Schink, Lara Sprenger & Birte Pöhler)

Auswertungstabellen

$$\frac{8}{50} = \frac{\square}{100} \%$$

$$20\% = \frac{\square}{100}$$

Handreichungen – Baustein B2 C

Ich kann Brüche und Prozente
ineinander umwandeln

B2 C Brüche und Prozente ineinander umwandeln – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Brüche und Prozente sollten im Rahmen eines Brüchecurriculums nicht isoliert gelernt, sondern vielmehr als zwei Schreibweisen für Anteile verstanden werden.

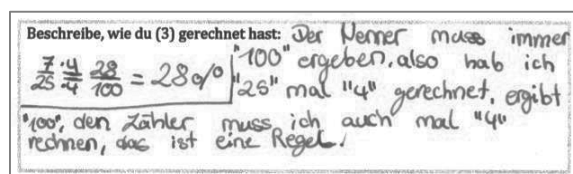
Brüche in Prozente erweitern

Dieser Förderbaustein knüpft an die in Baustein **B1 B** eingeführte *Von-Hundert-Vorstellung* von Prozenten sowie an die in den Bausteinen **B2 A** und **B2 B** erarbeitete Vorstellung der Gleichwertigkeit von Brüchen an. Dabei wird das Umwandeln von Brüchen in Prozente ineinander, das in Baustein **B1 B** auf einer rein anschaulichen Ebene eingeführt wurde, hier systematischer gefasst und auf kompliziertere Brüche ausgeweitet: Anteile und Prozente werden nicht mehr ausschließlich durch das direkte Vergleichen im Bruchstreifen ineinander überführt, sondern – wie in den Bausteinen **B2 A** und **B2 B** für Anteile in Bruchschreibweise bereits erarbeitet – nun zunehmend durch Erweitern und Kürzen ineinander umgewandelt. Dabei kommen neben den bisher ausschließlich betrachteten Nennern 100 und 10 auch andere Nenner, die Teiler von 100 sind, vor. Das Erweitern der Brüche auf den Nenner 100 bereitet auch schon das in Baustein **B3 A** zu erarbeitende Gleichnamigmachen vor. Brüche, deren Nenner keine Teiler von 100 sind, die sich jedoch über den Umweg über das Kürzen dennoch in einen Hundertstelbruch umformen lassen, werden nur ausblickartig thematisiert.

Die Motivation für diese Einheit, also die Tatsache, dass Prozente nur andere Schreibweisen für Brüche und dazu noch besonders leicht vergleichbar sind, wird in Baustein **B3 B** (Ordnen) aufgegriffen.

Hürden beim Umwandeln von Brüchen und Prozenten

Da der Baustein selbst auf verschiedene Konzepte der Bruchrechnung – Anteilsvorstellung, Erweitern, Kürzen – zurückgreift, zeigen sich hier oft komplexere Schwierigkeiten von Lernenden. Wichtig sind daher eine sorgfältige Diagnose der Ausgangsvoraussetzungen der Lernenden und eine anschauliche Erarbeitung der Gleichwertigkeit. Damit soll verhindert werden, dass Lernende Gleichwertigkeit als auswendig gelerntes, aber nicht inhaltlich durchdrungene Rechenregel nutzen, wie in diesem Beispiel angedeutet:



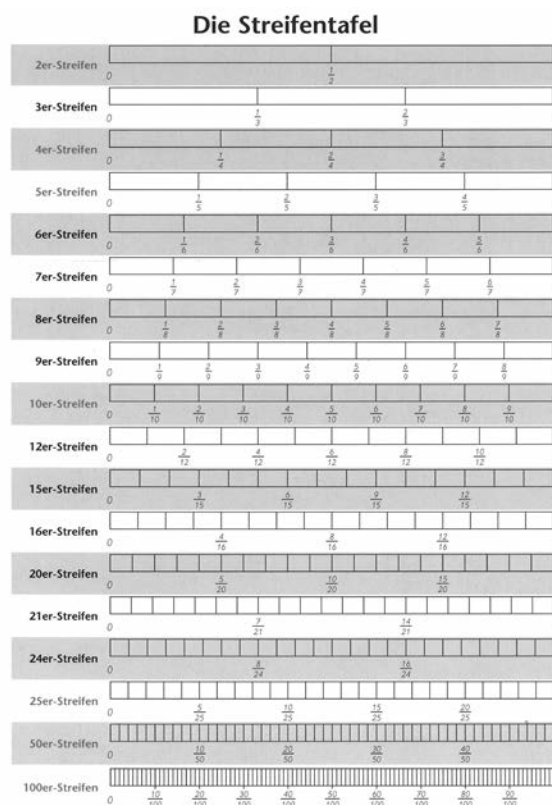
Schülerdokument zum Umwandeln von Brüchen in Prozente

Dabei ist ein gefestigter Anteilsbegriff eine notwendige Voraussetzung, die in verschiedenen Repräsentationen abgerufen und mit der Prozentvorstellung verknüpft wird.

Veranschaulichung und Material

Streifentafel

Die Streifentafel, deren Struktur in Baustein **B2 A** bereits erarbeitet und beschrieben wurde, wird in dieser Einheit genutzt, um Prozente als Brüche mit Nenner 100 zunächst zu lokalisieren, schließlich über das Ausnutzen der Gleichwertigkeit in andere Bruchschreibweisen zu überführen und dem Kalkül einen inhaltlichen Anker zu geben. Der Fokus liegt damit, anders als in Baustein **B2 A**, auf dem jeweils gleichwertigen Anteil im letzten Streifen – dem 100er-Streifen. Dieser ermöglicht eine direkte Umwandlung in Prozente.



Die Streifentafel

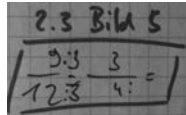
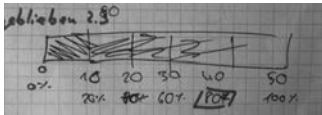
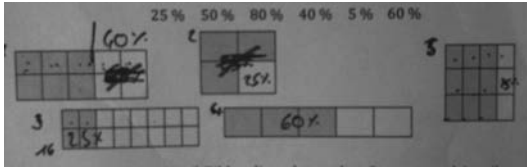
Besonders relevant sind die mit grauer Beschriftung versehenen Streifen der Tafel: Diese stellen die Teiler von 100 dar; jeder Anteil, der sich in diesen Streifen darstellen lässt, kann auch als Hundertstelbruch und damit auch als Prozent mit ganzzahliger Prozentzahl geschrieben werden.

Flächige Anschauungsmittel

Neben der eher linearen Darstellung von Prozenten in Bruchstreifen werden zur Flexibilisierung der Vorstellungen und zur Verknüpfung mit der Anteilsvorstellung auch flächige Anschauungsmittel eingesetzt.

Die Schwierigkeit besteht dabei für Lernende z.T. darin, dass sie das anders strukturierte Ganze mit der 100 im Nenner des Hundertstelbruchs verknüpfen müs-

sen: „Was haben die 4 von 16 Kästchen mit Prozenten zu tun?“ Hier müssen die Konzepte des Verfeinerns und des Vergrößerns, die an den Streifen erarbeitet wurden, ggf. noch einmal thematisiert werden.



Schülerdokumente zum Umwandeln von Brüchen in Prozente mithilfe von flächigen Anschauungsmitteln

Aufbau der Förderung

Die Förderung gliedert sich in zwei Teile. In **Fördereinheit 1 (Brüche in Hundertstelbrüche umwandeln)** wird das Erweitern von Brüchen auf den Nenner 100 als notwendiger Schritt beim Umwandeln von Brüchen in Prozente an der Streifentafel inhaltlich erarbeitet. Die Strukturierung, die beim bildlichen Bestimmen des Anteils im 100er-Streifen genutzt wird, wird im Anschluss auf den Kalkül übertragen und gibt diesem damit – analog zu Baustein **B2 A** bzw. **B2 B** – Sinn. Der Ausblick auf Brüche, deren Nenner keine Teiler von 100 sind, die aber dennoch durch vorheriges Kürzen auf 100 erweiterbar sind (z.B. $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} =$

$\frac{25}{100}$), dient ebenfalls dazu, den Blick von der Tafel zu erweitern und das für Lernende zum Teil schwerer verstehbare Kürzen erneut in einem weiteren Problemfeld anzusprechen.

Fördereinheit 2 (Brüche und Prozente umwandeln) vollzieht den bereits inhaltlich in Baustein **B1 B** für einfache Nenner vollzogenen Schritt vom Bruch mit Nenner 100 zur Prozentzahl. Hier wird nach einer Erarbeitung dieses Zusammenhangs operativ in verschiedenen Darstellungen und in beide Richtungen des Umwandelns geübt. Dabei wird auch die Gleichwertigkeit noch einmal in einer etwas anderen Perspektive aufgegriffen, indem thematisiert wird, dass verschiedene Brüche zu derselben Prozentzahl gehören können.

Zum Abschluss wird das Verinnerlichen zentraler Prozentzahlen und ihrer Repräsentationen im Rahmen eines „Paare finden“-Spiels in grafischer und verbaler Form angeregt.

Weiterführende Literatur

- Baireuther, P. (1983): Die Grundvorstellungen der Prozentrechnung. In: Mathematische Unterrichtspraxis 4(2), 25 - 34.
- Hafner, T. (2012): Proportionalität und Prozentrechnung in der Sekundarstufe I. Empirische Untersuchung und didaktische Analysen. Berlin: Vieweg + Teubner, 37 - 42.
- Padberg, F. (2009): Didaktik der Bruchrechnung für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 27ff.

$$\frac{8}{50} = \frac{\boxed{}}{} \%$$

$$20\% = \frac{\boxed{}}{100}$$

Handreichungen – Baustein B2 C

Ich kann Brüche und Prozente
ineinander umwandeln

B2 C – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 20 - 30 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Lernende dazu auffordern, ihren Lösungsweg in 2 b) aufzuschreiben.

2 c): Darauf hinweisen, dass jeweils zwei verschiedene Brüche gefunden werden sollen. Hier hilft der Hinweis, dass diese gleich groß sein sollen.

2 c): (4) muss nicht zwingend der vollständig gekürzte Bruch $1/5$ gefunden werden.

Bei 2 d) kommt es nicht auf exaktes Zeichnen an.

Kann ich Brüche und Prozente ineinander umwandeln?

1 Brüche in Hundertstelbrüche umwandeln

Erweitere die Brüche auf einen Bruch mit Nenner 100.

$$(1) \frac{3}{10} = \frac{30}{100} \quad (2) \frac{7}{10} = \frac{70}{100} \quad (3) \frac{4}{5} = \frac{80}{100}$$



2 Brüche und Prozente umwandeln

a) Schreibe als Prozent.

$$(1) \frac{3}{100} = 3\% \quad (2) \frac{4}{50} = 8\% \quad (3) \frac{7}{25} = 28\%$$

b)

Beschreibe, wie du (3) gerechnet hast:
Mit 4 erweitern, weil die 25 ja 4mal in die 100 passt:
 $\frac{7}{25} = \frac{7 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{28}{100}$

c) Gib immer zwei Brüche an.

$$(1) 60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5} \quad (2) 85\% = \frac{85}{100} = \frac{17}{20}$$

$$(3) 5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \quad (4) 20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = \frac{10}{50} \dots$$

d)

Wandle in Prozent um und markiere ungefähr am Prozentstreifen:
 $\frac{4}{100} = 4\%$ $\frac{7}{10} = 70\%$ $\frac{3}{4} = 75\%$

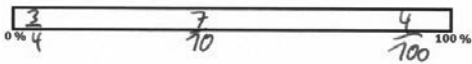
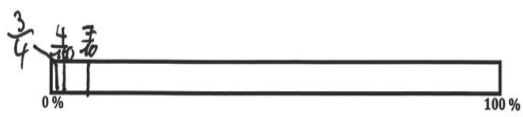
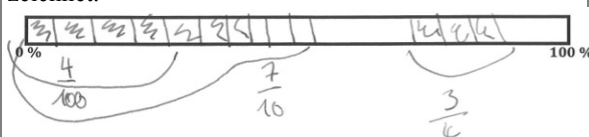


Hinweise zur Auswertung:

Übergreifende Fehler

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
z.B. $\frac{4}{5} = \frac{20}{100}$	Erweiterungsfaktor wird in Zähler übernommen ($5 \cdot 20 = 100$, also $20/100$) oder Zähler wird durch Multiplikation von Zähler und Nenner erhalten ($4 \cdot 5 = 20$).	Ggf. B1 B zum Wiedererarbeiten einfacher Zehntel- und Hundertstelbrüche. Erarbeiten des Erweiterns auf 100 in der Streifentafel und im Kalkül (1.1 - 1.2). Erarbeiten des Erweiterns auf spezielle Brüche (1.3).
z.B. $\frac{4}{5} = \frac{40}{100}$ oder $\frac{7}{25} = \frac{70}{100}$	Der Zähler – auch von Brüchen mit Nenner $\neq 10$ – wird, um einen Hundertstelbruch bzw. eine Prozentzahl zu erhalten, mit 10 multipliziert.	
z.B. $\frac{3}{100} = 30\%$	Unsicherheiten bei den Stellenwerten.	Ggf. B1 B zum Erarbeiten einfacher Zehntel- und Hundertstelbrüche. Erarbeiten des Erweiterns von Brüchen auf Hundertstelbrüche (2.1). Ein Gefühl für die Größenordnung von Prozenten entwickeln (2.3). Wichtige Prozentzahlen und ihre Darstellungen systematisieren (2.8).
z.B. $\frac{4}{50} = 0,8\%$ oder $\frac{3}{100} = 0,3\%$	Brüche werden korrekt in Dezimalzahlen umgewandelt. Diese werden aber einfach vor dem Prozentzeichen notiert.	
z.B. $\frac{4}{50} = 4,5\%$ oder $\frac{7}{25} = 7,25\%$	<i>Bruchstrich-trennt</i> : Der Bruchstrich wird als Komma interpretiert.	Erarbeiten der Bedeutung von Prozenten in B1 B .
z.B. $\frac{3}{100} = 3\%$ oder $\frac{4}{50} = 4\%$	Der Zähler des Anteils wird als Prozentzahl übernommen.	

Diagnoseaufgabe 2: Brüche und Prozente umwandeln

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
c)		
Es werden nur Hundertstelbrüche, aber keine weiteren gekürzten Brüche angegeben.	Prozente werden u.U. auf den Nenner 100 eingeschränkt interpretiert bzw. das Kürzen wird nicht (sicher) beherrscht.	Erarbeiten verschiedener Schreibweisen für Prozente (gleichwertige Brüche; 2.2). Üben und Flexibilisieren (2.4; 2.6 - 2.7). Ggf. Kürzen thematisieren (B2 B).
Es wird falsch gekürzt.	Es bestehen u.U. Unsicherheiten beim Erweitern und Kürzen.	Ggf. Kürzen und Erweitern erarbeiten in B2 B . Flexibilisieren im Umgang mit verschiedenen Schreibweisen von Prozenten (2.4 - 2.6).
d)		
Es werden nur Brüche eingezeichnet.	Evtl. wird der Auftrag überlesen oder es bestehen Schwierigkeiten beim Umwandeln von Brüchen in Prozente.	Noch einmal gezielt nachfragen; bei Bedarf das Umwandeln erarbeiten (2.1).
Brüche werden nach Größe des Nenners geordnet.		
		
Brüche werden nach Größe des Zählers geordnet.		
	Anteile werden als zwei voneinander getrennte natürliche Zahlen gedeutet.	Anteilsbegriff erarbeiten in B1 A .
Richtige Reihenfolge, aber Relationen stimmen nicht (z.B. 4/100 sehr mittig).	Gefühl für Größenordnung der Anteile fehlt noch.	
Brüche werden alle nebeneinander als Anteile eingezeichnet.	Evtl. wird der Streifen als Darstellungsmittel falsch gedeutet.	Üben mit verschiedenen Darstellungen von Prozenten (2.1; 2.3; 2.8).
		

$$\frac{8}{50} = \frac{\square}{\square} \%$$

$$20\% = \frac{\square}{100}$$

Handreichungen – Baustein B2 C

Ich kann Brüche und Prozente ineinander umwandeln

1 Brüche in Hundertstelbrüche umwandeln

1.1 Erarbeiten (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Hundertstelbrüche als besondere gleich große Brüche in der Streifentafel finden

Material: MB: Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a) EA, dann UG; b) EA, dann PA; c) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Hundertstelbrüche werden als Zwischenschritt vor der Bestimmung von Prozenten eingeführt, da sie direkt in der Streifentafel abgelesen werden können. Das Finden gleich großer Brüche im 100er-Bruchstreifen stellt dabei eine besondere Fokussierung des Suchens gleich großer Brüche aus B2 A dar.

Zu beachten: Die hier abgebildeten und relevanten Streifen findet man in der Streifentafel schnell über die Markierung in Form von grauer Schrift am Rand wieder. In der großen Streifentafel können Hundertstelbrüche leichter abgelesen werden. Dieser wichtige empirische Zugang sollte im Verlauf der Fördereinheit bzw. des Bausteins zunehmend durch die Verinnerlichung der relevanten Strukturen verlassen werden.

Hintergrund:

(1) stellt eine operative Variation dar, die den Blick auf die Struktur zwischen verschiedenen Streifen („Ein Stück im 5er-Streifen entspricht x Stücke im 100er-Streifen.“) lenken soll.

In (2) sollte der Fokus auf das Entdecken der Strukturen gelenkt werden: Die drei Brüche stehen alle auf derselben Linie in der Tafel, da sie gleichwertig sind.

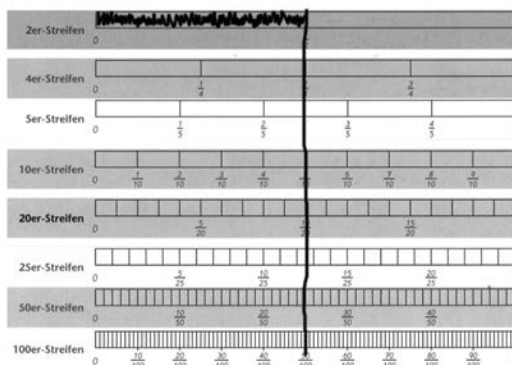
Zu beachten: Hier kann es passieren, dass Lernende schon Brüche wie $\frac{1}{8}$ auswählen, die nicht erweiterbar sind. Diese sollten zunächst zurückgestellt und in 1.3 besprochen werden.

1.1 Hundertstelbrüche in der Streifentafel finden

Emily will den Bruch $\frac{1}{2}$ in Prozent umwandeln.



Sie weiß, dass Prozente Hundertstelbrüche sind und sucht deshalb im 100er-Streifen der Streifentafel. Hier siehst du einen Ausschnitt der Streifentafel:



- a) Beschreibe, was Emily macht.
- Wie kann man $\frac{1}{2}$ als Hundertstel schreiben? Wie viel Prozent ist das?
 - Welche Anteile sind genauso groß? Finde gleichwertige Anteile, also gleich große Anteile zu $\frac{1}{2}$ in der Streifentafel.

Emily markiert gleich große Anteile, d.h. gleich lange Stücke. $\frac{50}{100} = 50\%$. Gleich große Anteile enden in der Streifentafel auf einer Linie.

- b) Finde wie Emily gleichwertige Brüche mit Nenner 100 mit der Streifentafel. Welche Muster kannst du erkennen?
- (1) $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20} = \frac{5}{25}$ (2) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25}$

- c) Stellt euch gegenseitig Umwandlungsaufgaben zwischen Hundertsteln und anderen Anteilen. Eine Person nennt einen Bruch.

- Die andere Person verfeinert den Bruch zuerst in Hundertstel.
- Dann verfeinert oder vergrößert sie ihn in andere gleichwertige Anteile.

Wechselt euch ab. Kontrolliert mit der Streifentafel.

1.2 Erarbeiten (10 - 15 Minuten)

Ziel: Hundertstelbrüche als besondere gleich große Brüche durch Erweitern finden

Material: MB: Ggf. Streifentafel(n), ggf. Folienstifte

Umsetzung: a) EA, dann UG; b) EA, dann PA

Zu beachten: Hier sollte an die Begrifflichkeiten aus **B2 A** und **B2 B** (verfeinern, vergrößern, erweitern, kürzen) angeknüpft werden.

Impuls: Wie nennt man das Verfahren, das Jonas nutzt? Verfeinert oder vergrößert er? Was passiert mit den zugehörigen Streifen in der Streifentafel?

Zu beachten: Stärkere Lernende können diese Aufgabe nur kurz bearbeiten bzw. ggf. auch überspringen.

1.2 Brüche mit Nenner 100 durch Erweitern finden

Jonas will den Anteil $\frac{1}{4}$ als Bruch mit Nenner 100 schreiben.
Er macht das so:



a) Beschreibe Jonas' Rechenweg.

Jonas guckt, wie oft die 4 in die 100 passt
→ 25 mal. Dann verfeinert er mit 25.

b) Wandle die Anteile wie Jonas in Brüche mit dem Nenner 100 um.
Was fällt dir auf?

$$(1) \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{6}{10}, \frac{7}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}, \frac{10}{10}$$

$$(2) \frac{3}{4}, \frac{15}{20}$$

1.3 Erarbeiten (15 - 20 Minuten)

Ziel: Muster erkennen und den Zusammenhang zwischen Teilbarkeit und Hundertstelbrüchen reflektieren

Material: MB: Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: a), b) jeweils EA, dann UG; c) UG; d) PA, dann UG

Typische Schwierigkeit: Der Zugriff über die Streifentafel bleibt mit gewisser Unsicherheit behaftet, manche Lernende finden dadurch, dass man sehr genau ablesen muss, manchmal vermeintlich doch einen gleichwertigen Hundertstelbruch zu $\frac{1}{8}$.

Zu beachten: Diese Grenze des empirischen Zugriffs sollte durch Jonas Rechenweg in 1.2 überwunden werden. Dieser kann selbst wieder inhaltlich über die Verfeinerung des Streifens erklärt werden.

Zu beachten: Teils finden Lernende auch Anteile, deren Nenner zwar nicht ohne Rest in die 100 passt, die aber durch Kürzen und anschließendes Erweitern doch in einen Hundertstelbruch überführt werden können. Diese Anteile zunächst unkommentiert lassen und für d) zurückstellen.

Zu beachten: Sarahs Bruch lässt sich erst kürzen und dann auf 100 erweitern. Den Lernenden sollte im Streifen plausibel gemacht werden, dass zwei Achtel genauso viel sind wie ein Viertel, was wiederum im 100er- Streifen darstellbar ist.

Zu beachten: Hier die evtl. zurückgestellten Brüche aus 1.1 c) und 1.3 b) aufgreifen.

1.3 Anteile, für die man keinen Bruch mit Nenner 100 findet

a) Kenan wundert sich:

Komisch:
 $\frac{1}{8}$ kann man ja gar nicht einfach mit 100 im Nenner schreiben?
Woran liegt das?



Hilf Kenan: Erkläre, warum man $\frac{1}{8}$ nicht als Bruch mit Nenner 100 angeben kann.

(1) Erkläre mit der Streifentafel.

(2) Erkläre mit Jonas' Rechenweg.

(1) Man findet keinen Anteil auf der Linie.

(2) 8 passt nicht in die 100. Man kann $\frac{1}{8}$ nicht in einen Bruch mit Nenner 100 umwandeln.

b) Finde weitere Anteile, die man nicht als Brüche mit Nenner 100 schreiben kann.

c) Sarah hat eine Entdeckung gemacht:

Aber $\frac{2}{8}$ kann man als Bruch mit Nenner 100 schreiben.



Überprüfe Sarahs Entdeckung:

Wie kann man $\frac{2}{8}$ in einen Bruch mit Nenner 100 umwandeln?

Was ist hier anders als in a)? Überprüfe mit der Streifentafel.

$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ (Kürzen) und die 4 teilt die 100.

d) Tauscht eure Anteile zu b) aus:
Sind Brüche dabei, die man wie Sarah doch als Brüche mit Nenner 100 schreiben kann? Überprüfe mit der Streifentafel.

$$\frac{8}{50} = \frac{\square}{100} \%$$

$$20\% = \frac{\square}{100}$$

Handreichungen – Baustein B2 C

Ich kann Brüche und Prozente ineinander umwandeln

2 Brüche und Prozente umwandeln

2.1 Erarbeiten (30 - 35 Minuten)

Ziel: Hundertstelbruchschreibweise mit Prozenten verknüpfen; das Erweitern als Verfahren etablieren

Material: -

Umsetzung: a) EA, dann UG; b) PA, dann UG; c), d) jeweils EA, dann UG

Hintergrund: Motivation für Prozentschreibweise ist, dass sie gut zum Ordnen von Brüchen ist. Hier werden Brüche nur informell als Hundertstelbrüche / Prozente geordnet.

Lösung: Bruch auf Hundertstel erweitern, dann gibt der Zähler die Prozentzahl an. Prozente lassen sich – wie natürliche Zahlen – gut vergleichen.

Zu beachten: Lernende wollen Anteile oft millimeter-genau eintragen. Dafür sensibilisieren, Prozente nur ungefähr einzuzeichnen und sich an anderen Größen wie 50 % zu orientieren (d.h. relative Zahlbezüge anschauen).

Zu beachten: Erweiterungsfaktor für Zähler und Nenner aufschreiben lassen, damit Erweitern und Multiplizieren nicht verwechselt werden.

Impuls: Kann es sein, dass man Zähler und Nenner mit verschiedenen Zahlen vervielfacht? → Nicht möglich: Teil und Ganzes werden gleich verfeinert.

Impuls: Zuerst aus der Prozentzahl einen Hundertstelbruch machen, dann kürzen.

Zu beachten: Kürzen muss von schwächeren Lernenden nicht mit der *besten* Zahl vorgenommen werden. Wichtiger ist, zu thematisieren, dass es noch weitere Schreibweisen gibt.

2.1 Prozente – Brüche mit immer demselben Nenner 100

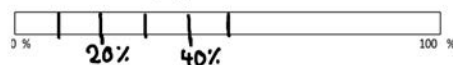
Maurice schreibt Brüche als Prozente, damit er sie gut vergleichen kann.



Maurice

a) Schreibe $\frac{4}{10}$ und $\frac{18}{50}$ jeweils als Prozent. Beschreibe, wie du dabei vorgehst. Wie kannst du nun entscheiden, ob die Brüche gleich groß sind?

b) Zeichne beide Brüche aus a) ungefähr im Prozentstreifen ein:



c) Schreibe als Prozentzahl. Welcher ist der größte Bruch? Schreibe auf, mit welcher Zahl du den Zähler und den Nenner erweitert hast.

d) Jetzt umgekehrt. Wandle die Prozente in Brüche um: 50 %, 55 %, 64 %
Beschreibe, wie du dabei vorgehst.

2.2 Üben (5 - 10 Minuten)

Ziel: Verschiedene Schreibweisen für Prozente erklären

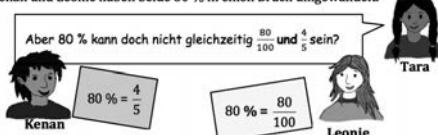
Material: MB: Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: PA

Hintergrund: Gleichwertigkeit wird hier für Prozente explizit gemacht. Phänomenologisches Überzeugen an der Streifentafel und strukturelle Erklärung an der Rechnung bzw. Verknüpfen der Rechnung mit der Struktur der Streifentafel: 80 % kann man direkt als 80/100 aufschreiben, da „pro Cent“ „von Hundert“ bedeutet. Gleichheit der beiden Brüche ergibt sich, da $1/5$ so groß ist wie $20/100$. Also sind $4/5$ so groß wie $80/100$.

2.2 Kann 80 % zu zwei Brüchen gleichzeitig gehören?

Kenan und Leonie haben beide 80 % in einen Bruch umgewandelt.



Überprüfe Kenans und Leonies Lösung durch eine Rechnung und mit der Streifentafel. Erkläre das Ergebnis.

2.3 Üben (25 - 45 Minuten)

Ziel: Darstellungswechsel vornehmen und Prozente mit der Anteilsvorstellung verknüpfen

Material: MB: Ggf. Streifentafel, ggf. Folienstifte

Umsetzung: a) UG, dann PA, dann UG; b) PA; c) EA, dann PA, evtl. UG

Zu beachten: Lernende können aushandeln, ob sie auf die dunklen oder die hellen Flächen schauen wollen.

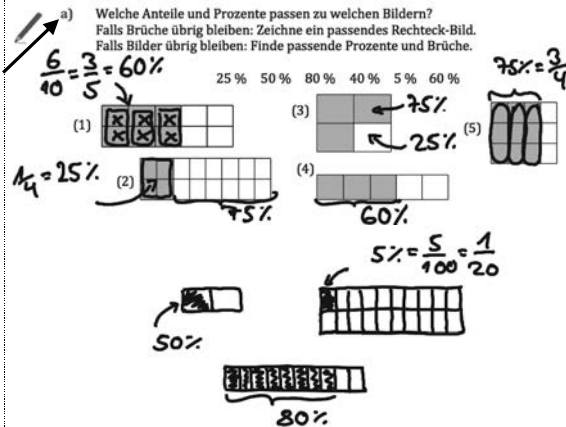
Hilfestellung: Das Finden der Prozente fällt leichter, wenn zunächst in Anteilen gedacht wird. Erst den Bruch aufschreiben und dann umwandeln.

Hintergrund: Es lassen sich viele Konzepte wiederholend thematisieren: Lernende versuchen z.T. Anteile durch Hochrechnen der Kästchenanzahl auf 100 zu bestimmen (z.B. „5 Kästchen passen 20mal in die 100, deswegen ist ein Kästchen 20 %“). Sie scheitern dann aber z.B. an den 12 Kästchen im rechten Bild. Hier muss neu strukturiert werden durch das Bilden neuer Einheiten: Eine Reihe mit 3 Kästchen entspricht $\frac{1}{4}$ der Gesamtfläche. D.h. Aspekte des Anteils von Mengen ($\frac{1}{4}$ von 12) und des Kürzens (Vergrößern der Einteilung) kommen hier zum Tragen.

Zu beachten: Selbstdifferenzierend über Komplexität der Bilder. Darauf achten, dass Bilder lösbar sind bzw. unlösbar thematisieren. Andere Darstellungen (z.B. Kreise) können Schwierigkeiten bereiten.

Typische Schwierigkeit: $\frac{2}{2}$ und $\frac{1}{100}$ werden z.T. verwechselt. Bei Bedarf in der Streifentafel kontrollieren lassen.

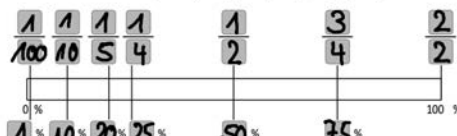
2.3 Brüche und Prozente in Bildern bestimmen



b) Eine Person zeichnet Anteil-Bilder wie in a), die andere ordnet Prozente und Brüche zu. Wechselt euch ab.

c) Merke dir für einige Brüche ihre Prozentschreibweise. Schreibe dafür die Brüche an den Prozentstreifen. Schreibe auch die passenden Prozente dazu.

(1) $\frac{2}{2}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{1}{10}$ (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{1}{5}$ (6) $\frac{1}{100}$ (7) $\frac{1}{4}$



2.4 Üben (5 - 10 Minuten)

Ziel: Umwandeln von Brüchen und Prozenten üben

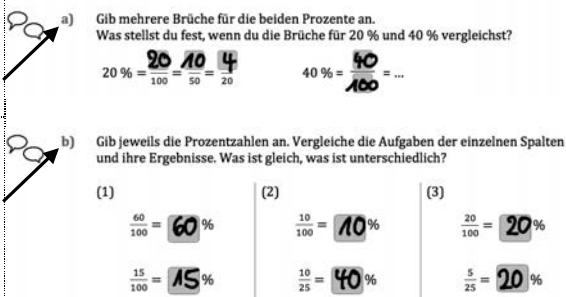
Material: -

Umsetzung: a) EA, dann PA; b) EA, dann PA, dann UG

Zu beachten: Es können zu 20 % auch weitere Anteile gefunden werden.

Zu beachten: Darauf hinweisen, dass es um ein Muster innerhalb einer Spalte geht: Es geht um die Abgrenzung von Kürzen / Erweitern (3) und Dividieren / Multiplizieren (1) / (2) sowie um die Auswirkungen von Variationen in Zähler und / oder Nenner.

2.4 Was passiert, wenn...?



$$\frac{8}{50} = \square \%$$

$$20\% = \frac{\square}{100}$$

Handreichungen – Baustein B2 C

Ich kann Brüche und Prozente ineinander umwandeln

2.5 Erarbeiten (5 - 10 Minuten)

Ziel: Zusammenhang zwischen Erweitern und Multiplizieren reflektieren

Material: MB: Streifentafel(n), Folienstifte

Umsetzung: PA, dann UG

Hintergrund: Hier sollte an die Idee des Verfeinerns für das Erweitern angeknüpft werden. Es hilft zu verstehen, warum die Prozentzahl nicht viermal so groß wird.

Lösung: Man muss nur den Zähler mit 4 multiplizieren.

2.5 Was passiert mit der Prozentzahl beim Erweitern?

Wenn ich den Zähler und den Nenner von $\frac{1}{2}$ mit 4 multipliziere, dann wird die Prozentzahl viermal so groß.



Leonie

Hat Leonie Recht? Wie muss man den Zähler und den Nenner von $\frac{1}{2}$ verändern, damit die Prozentzahl viermal so groß ist?

Wie gehst du vor? Überprüfe dein Ergebnis mit der Streifentafel.

2.6 - 2.7 Üben (8 - 12 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Operativ üben

Material: -

Umsetzung: 2.6 a) EA; 2.6 b) Aufgabengenerator (PA); 2.7 EA, dann evtl. UG

Zu beachten: Hier können Lernende unterschiedliche Lösungen finden und gezielt Muster entdecken.

2.6 Mehrere Lösungen

a) Welche Zahlen können hier stehen? Schreibe verschiedene Lösungen auf.

z.B. (1) $\frac{20}{100} = 20\%$ (2) $\frac{5}{10} = 50\%$ (3) $\frac{20}{200} = 10\%$

2.7 b) Stellt euch gegenseitig ähnliche Aufgaben.

Eine Person denkt sich eine Aufgabe mit Lücken aus, die andere findet passende Zahlen. Wechselt euch ab.

2.7 Prozente gesucht

Finde

- drei Prozente, die du in einen Bruch mit Nenner 20 vergrößern kannst.
- drei Prozente, die du in einen Bruch mit Nenner 5 vergrößern kannst.

Lösung: Für Teil 1 gibt es viele Möglichkeiten, z.B. $10/20 = 50\%$, $5/20 = 25\%$, $1/20 = 5\%$, ... Wichtige Prozentzahlen (siehe auch 2.8) sollten hervorgehoben und gemerkt werden.

Für Teil 2 gibt es nur wenige Lösungen, die ruhig komplett genannt werden sollten: $1/5 = 20\%$, $2/5 = 40\%$, $3/5 = 60\%$, $4/5 = 80\%$, $5/5 = 100\% = 1$.

2.8 Üben (15 - 20 Minuten)

Ziel: Wichtige Prozentzahlen und ihre verschiedenen Repräsentationen miteinander verknüpfen

Material: MB: Paare finden, Folienstifte

Umsetzung: GA

Hintergrund: Wichtige Prozentzahlen und alltägliche Verbalisierungen sollten auswendig gewusst werden.

Zu beachten: Blankokarten können zur Erstellung eigener Karten mit Folienstift beschrieben werden.

Methode: Spielvarianten zur Differenzierung: Aufgedeckte Karten bleiben offen liegen oder alle Karten liegen von Beginn an offen.

Zu beachten: Wichtig ist, über die Passung der Karten zu reden. Karten können übrig bleiben, wenn Teil und Rest in den Bildern uminterpretiert werden.

2.8 Paare finden mit Prozenten und Brüchen

Spielt „Paare finden“:

Findet Paare mit jeweils einem Bruch und einer Prozentangabe oder einem Bild.

Erfindet selbst noch eigene Karten und spielt mit ihnen.

Vorsicht! Es können Karten übrig bleiben.



$$\frac{8}{50} = \boxed{} \%$$

$$20 \% = \frac{\boxed{}}{100}$$

Standortbestimmung – Baustein B2 C

Kann ich Brüche und Prozente ineinander umwandeln?

1 Brüche in Hundertstelbrüche umwandeln

Erweitere die Brüche auf einen Bruch mit Nenner 100.

$$(1) \quad \frac{3}{10} = \frac{\boxed{}}{100} \quad (2) \quad \frac{7}{10} = \frac{\boxed{}}{100} \quad (3) \quad \frac{4}{5} = \frac{\boxed{}}{100}$$



2 Brüche und Prozente umwandeln

a) Schreibe als Prozent.

$$(1) \quad \frac{3}{100} = \boxed{} \% \quad (2) \quad \frac{4}{50} = \boxed{} \% \quad (3) \quad \frac{7}{25} = \boxed{} \%$$

b) Beschreibe, wie du (3) gerechnet hast:

c) Gib immer zwei Brüche an.

$$(1) \quad 60 \% = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{5}$$

$$(2) \quad 85 \% = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$(3) \quad 5 \% = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$(4) \quad 20 \% = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

d) Wandle in Prozent um und markiere ungefähr am Prozentstreifen: $\frac{4}{100}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{3}{4}$

