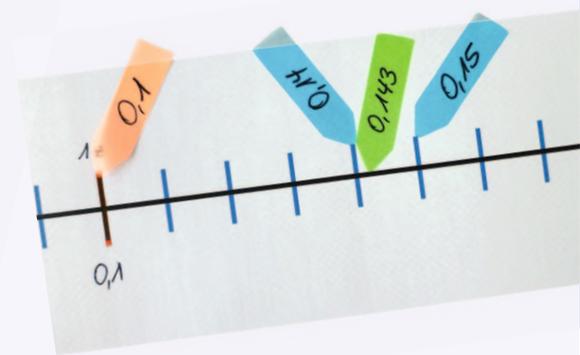
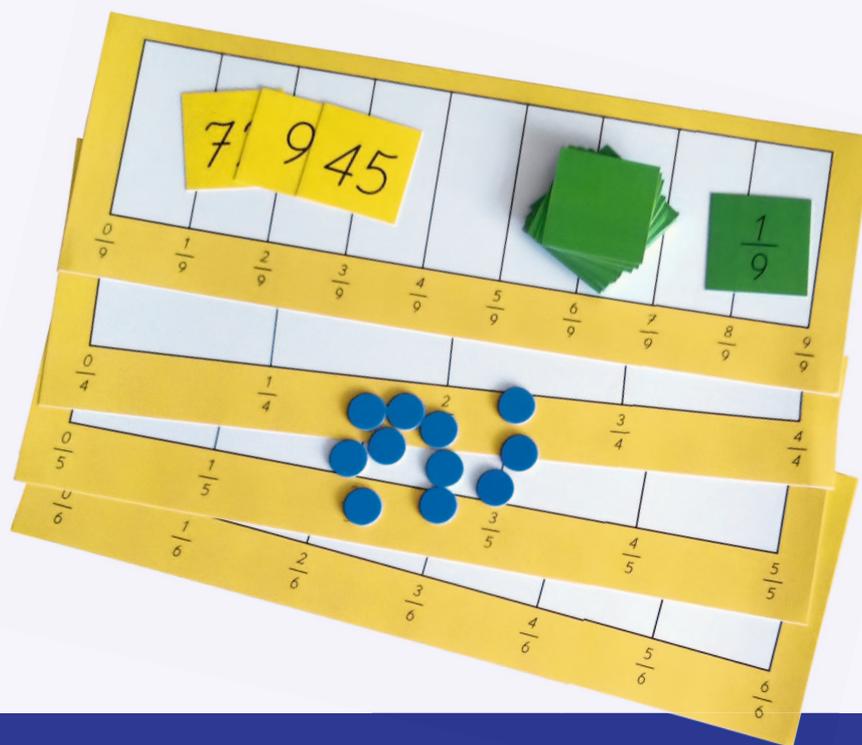


# Mathe sicher können

Auszug  
"Hintergrund des  
Diagnose- und  
Förderkonzepts" aus:

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept  
zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen



## Brüche, Prozente, Dezimalzahlen

Ermöglicht durch

Deutsche  
Telekom  
Stiftung



**Cornelsen**

Herausgegeben von  
Susanne Prediger  
Christoph Selter  
Stephan Hußmann  
Marcus Nührenbörger

## So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept

In den 16 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.

**Standortbestimmung – Baustein B4 A**

**Kann ich Addition und Subtraktion von Brüchen verstehen?**

**1 Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen**

a) Rechne aus:  $\frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{\square}{\square}$  Rechnung:

b) Erkläre deine Rechnung mit einem Bild:

c) Rechne aus:  $\frac{9}{11} - \frac{4}{11} = \frac{\square}{\square}$  Rechnung:

☺  
☹

**16 Basiskompetenzen**  
gliedern die Bausteine und verbinden Diagnose und Förderung.

**Diagnose:**  
Mit 2 bis 4 Aufgaben in der Standortbestimmung stellen Sie fest, was die Lernenden schon können.

Die Standortbestimmungen befinden sich im hinteren Teil dieser Handreichungen als Kopiervorlage.

**1 Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen**

**1.1 Anteile und Aufgaben beim Verteilen sehen**

a) Welchen Anteil bekommt jeder? Mit welchen Plus- und Minus-Aufgaben kann man

- den ganzen Schokoriegel
- Kenans oder Dilaras Anteil vom Schokoriegel beschreiben?

b) Finde weitere Möglichkeiten, wie Dilara und Kenan den Schokoriegel oben teilen können. Schreibe wie in a) passende Aufgaben auf.

c) Emily und Maurice haben auch Aufgaben geschrieben und gezeichnet:

Emily:

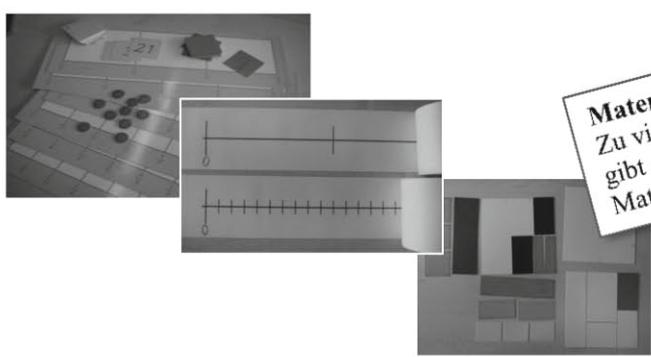
$$\frac{5}{5} + \frac{5}{5} = \frac{10}{10}$$

Maurice:

$$\frac{5}{10} + \frac{5}{10} = \frac{10}{10}$$

**Förderung:**  
Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine passende Fördereinheit, die differenziert und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.



**Material:**  
Zu vielen Förderaufgaben gibt es Material, mit dem man Mathe besser verstehen kann.

Tipps zum Material sind in dieser Handreichung. Viele Materialien befinden sich im zugehörigen Materialkoffer von Cornelsen Experimenta

# Mathe sicher können

## Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

### Brüche, Prozente und Dezimalzahlen

#### Herausgegeben von

Susanne Prediger  
Christoph Selter  
Stephan Hußmann  
Marcus Nührenbörger

#### Entwickelt und Erprobt von

Stephan Hußmann  
Birte Pöhler  
Susanne Prediger  
Andrea Schink  
Lara Sprenger

Erarbeitet an der Technischen Universität Dortmund  
im Rahmen von `Mathe sicher können`, einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung.

Herausgeber: Susanne Prediger, Christoph Selter, Stephan Hußmann, Marcus Nührenbörger  
Autorinnen und Autoren: Stephan Hußmann, Birte Pöhler, Susanne Prediger, Andrea Schink,  
Lara Sprenger

Redaktion: Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger

Illustration der Figuren: Andrea Schink

Alle sonstigen Bildrechte für Illustrationen und technische Figuren liegen bei den  
Herausgebern.

Umschlaggestaltung: Corinna Babylon

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:  
**[www.mathe-sicher-koennen.de/Material](http://www.mathe-sicher-koennen.de/Material)**

Die Links zu externen Webseiten Dritter, die in diesem Lehrwerk angegeben sind,  
wurden vor Drucklegung sorgfältig auf ihre Aktualität geprüft. Der Verlag übernimmt keine  
Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Seiten oder solcher,  
die mit ihnen verlinkt sind.

1. Auflage, 1. Druck 2014

© 2014 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt.

Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen  
schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Hinweis zu den §§ 46, 52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche  
Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich  
gemacht werden.

Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Druck: DBM Druckhaus Berlin-Mitte GmbH

ISBN 978-3-06-006536-3



PEFC zertifiziert  
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig  
bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten  
Quellen.  
[www.pefc.de](http://www.pefc.de)

## Inhaltsverzeichnis der Handreichungen Brüche, Prozente und Dezimalzahlen

### Hintergrund des Diagnose- und Förderkonzepts

(Susanne Prediger, Christoph Selter, Stephan Hußmann & Marcus Nührenböcker)

Ausgangspunkte und Leitideen	7
Strukturierung des Diagnose- und Fördermaterials	7
Strukturierung der Handreichung	9

### Einbettung 1: Lernförderliche Unterrichtsmethoden

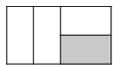
(Gastbeitrag von Bärbel Barzel, Markus Ehret, Raja Herold & Timo Leuders) 13

### Einbettung 2: Anregung und Unterstützung der fachbezogenen Unterrichtsentwicklung

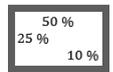
(Gastbeitrag von Olivia Mitas & Martin Bonsen) 17

### Bruchverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

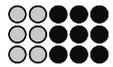
#### B1 Brüche und Prozente verstehen (Andrea Schink & Susanne Prediger)



**B1 A** Ich kann Anteile von einem Ganzen bestimmen und darstellen 21

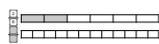


**B1 B** Ich kann Prozente bestimmen und darstellen 31



**B1 C** Ich kann Anteile von Mengen bestimmen und darstellen 38

#### B2 Gleichwertigkeit verstehen (Andrea Schink, Birte Pöhler & Susanne Prediger)



**B2 A** Ich kann gleichwertige Anteile in Bildern und Situationen finden 47



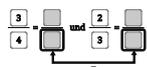
**B2 B** Ich kann gleichwertige Brüche durch Erweitern und Kürzen finden 55



**B2 C** Ich kann Brüche und Prozente ineinander umwandeln 64

### Rechnen mit Brüchen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

#### B3 Brüche und Prozente ordnen (Andrea Schink & Susanne Prediger)



**B3 A** Ich kann Brüche gleichnamig machen 73



**B3 B** Ich kann Brüche und Prozente vergleichen und der Größe nach ordnen 81

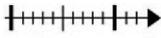
#### B4 Mit Brüchen rechnen (Andrea Schink & Susanne Prediger)



**B4 A** Ich kann Addition und Subtraktion von Brüchen verstehen 91

## Dezimalverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

**D1** Stellenwerte von Dezimalzahlen verstehen  
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)

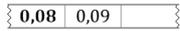


E	z	h	t
2	3	8	5

**D1 A** Ich kann Stellenwerte von Dezimalzahlen verstehen

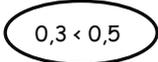
101

**D2** Dezimalzahlen ordnen und vergleichen  
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)



**D2 A** Ich kann zu Dezimalzahlen Nachbarzahlen angeben und in Schritten zählen

113

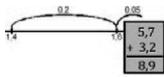


**D2 B** Ich kann Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen

122

## Rechnen mit Dezimalzahlen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

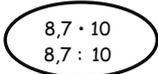
**D3** Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen  
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)



**D3 A** Ich kann am Zahlenstrahl und schriftlich addieren und subtrahieren

128

**D4** Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen  
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)



**D4 A** Ich kann Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren und dividieren

139



**D4 B** Ich kann Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren

146

## Zusammenhang von Dezimalzahlen und Brüchen – Hinweise zu dem Diagnose- und Förderbaustein

**DB** Zwischen Brüchen und Dezimalzahlen übersetzen  
(Lara Sprenger, Andrea Schink, Stephan Hußmann & Susanne Prediger)

$$0,2 = \frac{2}{10}$$

$$\frac{1}{10} = 0,1$$

**DB** Ich kann einfache Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln

155

## Kopiervorlagen

165

**Standortbestimmungen (Diagnosebausteine)**  
(Andrea Schink, Lara Sprenger & Birte Pöhler)

## Auswertungstabellen

## Hintergrund des Diagnose- und Förderkonzepts

### Ausgangspunkte und Leitideen

#### Ausgangspunkte

Fast 40% der Fünfzehnjährigen in Deutschland erreichen am Ende der Pflichtschulzeit lediglich das mathematische Kompetenzniveau der 6. Klasse, knapp ein Fünftel rechnet laut der PISA-Studie 2009 nur auf Grundschulniveau und kann Anforderungen, die über elementare Standardaufgaben hinausgehen, nicht bewältigen (Frey et al. 2010). Diese jährlich ca. 150.000 Schülerinnen und Schüler in Deutschland müssen im Hinblick auf ihre weiteren Bildungs- und Berufschancen als ‚Risikogruppe‘ angesehen werden, deren gesellschaftliche Teilhabe massiv erschwert ist.

Eine zentrale Ursache für Schwierigkeiten in der Sekundarstufe I ist bereits in der Grundschule zu suchen. Wie die Grundschulstudie TIMSS 2011 gezeigt hat, verfügen nahezu 20 % der Schülerinnen und Schüler am Ende der Grundschulzeit allenfalls über elementare mathematische Fähigkeiten und Fertigkeiten. Dieser Gruppe wird das mathematische Lernen in der Sekundarstufe I erhebliche Probleme bereiten (Selter et al. 2012). Denn Längsschnittstudien legen die Vermutung nahe, dass es dieselben Schülerinnen und Schüler sind, die am Ende der Grundschul- und am Ende der Pflichtschulzeit massive Schwierigkeiten haben. Zumindest zeigen sich fehlende Kenntnisse im mathematischen Basisstoff am Ende der Grundschulzeit als zentrale Vorhersagefaktoren für Schwierigkeiten mit Mathematik in der Sekundarstufe I (Moser Opitz 2007).

#### Didaktische Leitideen

Um Wirksamkeit entfalten zu können, muss eine Förderung der in Mathematik schwachen Schülerinnen und Schüler an den Verstehensgrundlagen ansetzen und substantielle Aufarbeitungsmöglichkeiten bieten (Prediger, Freesemann, Moser Opitz & Hußmann 2013). Gerade für leistungsschwächere Lernende sind dabei folgende drei Leitideen zentral (Hußmann, Nührenbörger, Prediger, Selter 2014):

- *Diagnosegeleitetheit*: Die Kenntnisse und Vorstellungen der Lernenden werden erhoben, um auf dieser Grundlage gezielt zu fördern (Sundermann & Selter 2006).
- *Verstehensorientierung*: Nachhaltiges Lernen muss sich gerade für die schwächeren Lernenden konsequent am Aufbau von Verständnis orientieren; dazu müssen inhaltliche Vorstellungen und lernförderliche Materialien systematisch entwickelt werden (Prediger 2009), notfalls auch rückwirkend, wenn Verstehensgrundlagen fehlen (Prediger et al. 2013).

- *Kommunikationsförderung*: Der Aufbau von Verständnis bedarf gerade bei schwächeren Lernenden der Kommunikation der Schülerinnen und Schüler untereinander und mit der Lehrperson, insbesondere sie benötigen gezielte Lernanregungen, die in Einzelarbeit häufig nicht zu erhalten sind (Nührenbörger & Schwarzkopf 2010).

### Strukturierung der Diagnose- und Förderbausteine

#### Inhaltliche Strukturierung der Bausteine

Vor diesem Hintergrund wurden Diagnose- und Fördermaterialien entwickelt, die in den Themenbereichen *Brüche*, *Prozente*, *Dezimalzahlen* und *Natürliche Zahlen* in 16 bzw. 15 Bausteinen strukturiert wurden, deren Auflistung dem Inhaltsverzeichnis dieser Handreichung zu entnehmen ist.

Die Bausteine sind aufgeteilt in zentrale Basiskompetenzen, über die alle Schülerinnen und Schüler verfügen sollten. Diese sind in den Überschriften und Kopfzeilen auch für die Lernenden jederzeit sichtbar.

Die Inhalte werden in Kompetenzformulierungen (Ich kann ....) auch für die Lernenden transparent angegeben, von Baustein B1 A ‚Brüche und Prozente verstehen – Ich kann Anteile von einem Ganzen bestimmen und darstellen‘ bis zu DB ‚Ich kann einfache Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln‘.

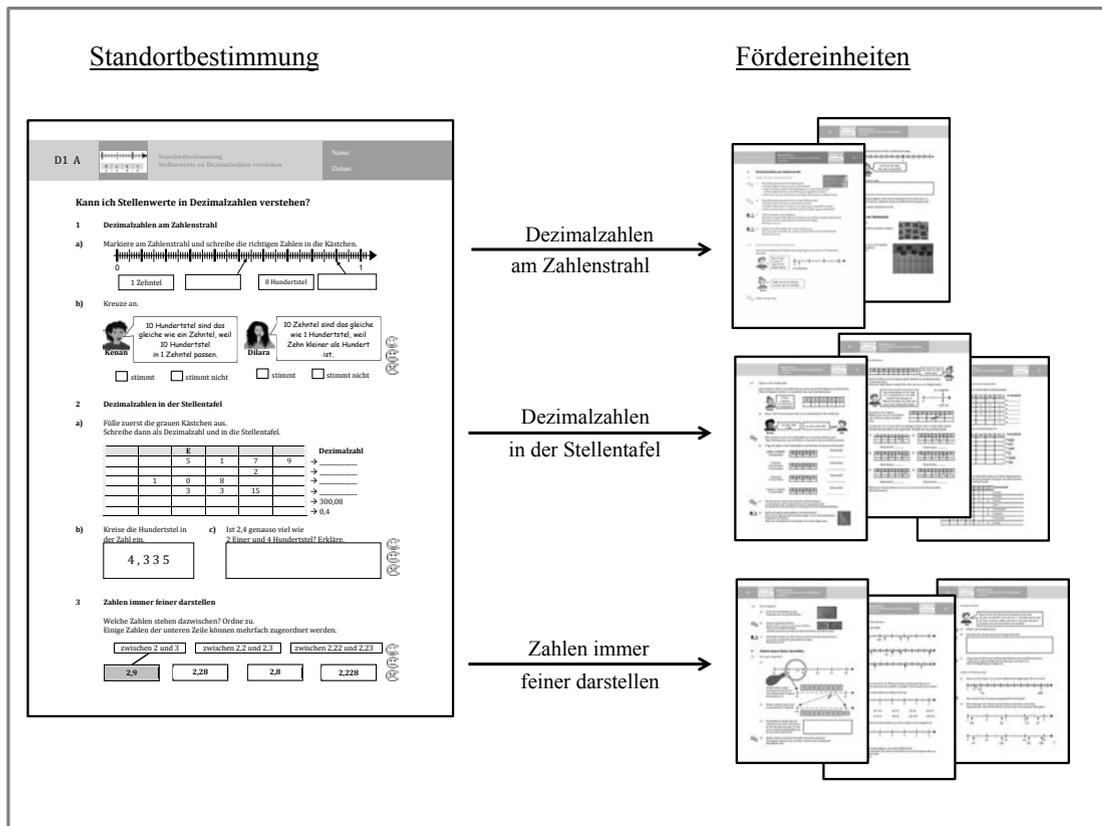
#### Aufbau der Bausteine

##### *Zusammenhang von Diagnose und Fördereinheiten*

Die Arbeit an jedem Baustein beginnt mit einer kurzen *Standortbestimmung*, d.h. einer Zusammenstellung von aussagekräftigen Diagnoseaufgaben. Alle Standortbestimmungen sind als Kopiervorlagen im Anhang dieser Handreichungen abgedruckt und in Ausschnitten unter [www.mathe-sicher-koennen.de](http://www.mathe-sicher-koennen.de) zu finden.

Die jeweils vier- bis siebenseitigen Fördermaterialien zu jedem Baustein sind in *Fördereinheiten* unterteilt, die jeweils auf die Diagnoseaufgaben der Standortbestimmung abgestimmt sind. Damit kann eine inhaltlich gezielte, diagnosegeleitete Förderung erfolgen, die sich in Kleingruppenarbeit bewährt hat, die aber auch im Klassenunterricht oder in der Einzelförderung nutzbar ist. Alle Bausteine eines Themenbereichs sind in einem Arbeitsheft zusammengefasst.

Für den Baustein D1 A ‚Ich kann Stellenwerte in Dezimalzahlen verstehen‘ sieht die Strukturierung der Diagnose- und Förderbausteine beispielsweise so aus:



### Durchführung der Diagnose

Für die Durchführung der Standortbestimmungen hat sich in der wiederholten Erprobung gerade für die unteren Jahrgänge als hilfreich erwiesen, diese kurz aufgabenweise durchzusprechen, so das Aufgabenverständnis zu sichern und ggf. auf Schwierigkeiten einzugehen. Dabei soll nur die Aufgabenstellung erläutert, nicht aber bereits Lösungsideen suggeriert werden. Nur wenn die Lernenden ihre individuellen Ideen und Ansätze aufschreiben, kann die Diagnose aussagekräftige Hinweise für eine anschließende Förderung liefern. Daher sollen im weiteren auch nur Motivationsimpulse gegeben werden, die die Ideen der Lernenden nicht einengen.

Für einige Lernende ist es ungewohnt, ihre Ideen zu verschriftlichen. Sie gewöhnen sich aber mit der Zeit daran, wenn sie immer wieder ermuntert werden. Dazu hilft die Bitte, aufzuschreiben warum sie eine Aufgabe nicht gelöst haben. Dieses kann auch diagnostische Informationen liefern, wie man im Beispiel sehen kann.

$$(3) \frac{9}{10} + \frac{4}{6} =$$

Platz für die Rechnung:

Ich suche ein  
gleiche Nenner  
- ich weiß nicht  
mehr wie man  
umrechnet

Schülerlösung zur Addition von Brüchen

### Auswertung der Diagnose

Mittels der Auswertungshilfen ([www.mathe-sicher-koennen.de](http://www.mathe-sicher-koennen.de)) lassen sich die Standortbestimmungen schnell auswerten und die individuellen Förderbedarfe der Schülerinnen und Schüler bestimmen. Die Förderaufgaben schließen systematisch an die diagnostizierten Schwierigkeiten in den Basiskompetenzen an.

Nach einer erfolgten schriftlichen Diagnose bleiben manchmal Fragen offen, etwa, wenn Lernende schwer deutbare oder sogar gar keine Antworten gegeben haben – z.B. aufgrund sprachlicher Schwierigkeiten. In diesen Fällen kann die Förderung mit *kurzen Diagnosegesprächen* beginnen (vgl. Selter & Spiegel 1997; vgl. [www.kira.tu-dortmund.de/129](http://www.kira.tu-dortmund.de/129)), die einzelne Aufgaben der Standortbestimmung als Einstieg nutzen und ggf. durch ähnliche Fragen ergänzen.

Neben einer Musterlösung verweisen die Auswertungshilfen auf typische Fehler von Schülerinnen und Schülern und verbinden diese mit Hinweisen zu möglichen Ursachen und einer entsprechenden Förderung. Bei ‚Mal-Aufgaben und Rechengeschichten‘ beispielsweise sehen Fehlertypen zur Aufgabe ‚Erfinde eine Rechengeschichte zur Aufgabe 6·5‘ sowie eine sich daran anschließende Förderaufgabe folgendermaßen aus:

Diagnoseaufgabe 4: Multiplikation und Rechengeschichten		
Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
<p>Ich habe 6 Bonbons und esse 5 <math>6 \cdot 5 = 30</math></p> <p>Anna hat heute Geburtstag. Sie wird Jahre alt. Sie hat 5 Freundinnen eingeladen. <math>6 \cdot 5 = 30</math></p>	<p>Geschichte passt zu einer anderen Operation (vorwiegend Subtraktion).</p> <p>Geschichte lässt keine mathematische Operation zu.</p>	<p>Wechselseitige Übersetzungen von multiplikativen Handlungen und Termen erarbeiten (4.1-4.4).</p>

Auswertungshinweise

anschließende Förder-Aufgabe

4.4 Passt die Rechengeschichte?

Zu der Aufgabe  $6 \cdot 5$  hat Paul Rechengeschichten erfunden.

Ich habe 6 Bonbons und esse 5.

Jane kauft 6 Äpfel und 5 Bananen.

a)  Passen Pauls Rechengeschichten zu der Aufgabe  $6 \cdot 5$ ? Begründe deine Entscheidung.

b) Erfinde eine eigene Rechengeschichte, die zu der Mal-Aufgabe passt.

c) Erfinde eine eigene Rechengeschichte mit den Zahlen 6 und 5, die **nicht** zu der Aufgabe  $6 \cdot 5$  passt.

d)  Tauscht eure Geschichten aus **b)** und **c)** miteinander. Erkennt dein Partner, welche deiner Geschichten passt und welche nicht?

### Diagnosegeleitete Förderung

Die Förderung selbst sollte auf Grundlage der Standortbestimmung geplant werden. Wichtig ist dabei, dass den Lernenden Transparenz über den Sinn der einzelnen Förderaufgaben gegeben wird, denn nur so können sie Mit-Verantwortung für ihr eigenes Lernen übernehmen. Es erweist sich dabei als hilfreich, die behandelten Aufgaben in einen Zusammenhang zu stellen oder sie an die bearbeitete Diagnose anzuknüpfen.

Um die Übernahme von Eigenverantwortung zu initiieren, haben die Lernenden während der Diagnose zudem die Möglichkeit, die Aufgaben in ihrem Schwierigkeitsgrad zu beurteilen: Mittels der auf den Standortbestimmungen abgedruckten Smileys können sie für jede Diagnoseaufgabe rückmelden, ob ihnen eine Aufgabe leicht oder schwer fiel. Über einen Unterschied zwischen Selbst- und Fremdeinschätzung lohnt es sich zuweilen zu sprechen.

Am Ende der Förderung kann eine Abschlusstandortbestimmung durchgeführt werden, für die erneut die Aufgaben der Eingangsdiagnose genutzt werden sollten. Dies bietet nicht allein den Lehrkräften einen Einblick in den Fortschritt der Lernprozesse, sondern ermöglicht auch den Lernenden, die Fortschritte des eigenen Lernens erlebbar zu machen.

Die Orientierung der Förderung an der Diagnose bedeutet auch, dass nicht alle Lernenden sämtliche Aufgaben bearbeiten müssen. Vielmehr kann es auch innerhalb der Kleingruppe gewinnbringend sein, weiter zu differenzieren und ggf. einzelne Aufgaben zu überspringen, frühere Aufgaben wieder aufzugreifen oder länger bei einzelnen Aufgaben zu verweilen.

### Kommunikationsförderung

In vielen Phasen der Förderung ist eine Kommunikation der Lernenden über eigene Denkwege, Vorstellungen und mathematische Einsichten möglich, an den entscheidenden Gelenkstellen der Förderung ist der Kommunikationsbedarf im Material explizit ausgewiesen:



Das Sprechblasensymbol weist auf Aufgaben hin, in denen ein Austausch unter den Lernenden über Ideen bzw. Vorgehensweisen stattfinden soll. Dabei ist eine moderierende Lehrkraft meist notwendig, um die erforderliche Verstehentiefe zu erlangen.



Das Stiftsymbol steht bei Aufgaben, bei denen Lernende schriftlich argumentieren und begründen sollen.



Das Kindersymbol zeigt Aufgabengeneratoren an. Das sind Aufträge, mit denen sich schnell und einfach z. B. in Partnerarbeit viele Aufgaben zum Üben entwickeln lassen, die häufig auf zuvor bearbeitete Aufgaben als Muster zurückgreifen und dabei die wiederholende Kommunikation beim Durcharbeiten anregen. Dazu wird die Lehrkraft in der Regel nicht benötigt.

### Durchführung der Förderung

Erfahrungen haben gezeigt, dass rechenschwachen Schülerinnen und Schülern der Aufbau von Verstehensgrundlagen nur durch die Begleitung durch die Lehrperson ermöglicht oder zumindest erleichtert werden kann. So sind insbesondere Anschauungsmateria-

lien, die zum Verständnisaufbau herangezogen werden, nicht selbsterklärend und müssen in ihren Strukturen und Anwendungsmöglichkeiten besprochen werden.

Die Förderung sollte zudem einen Schwerpunkt auf den Austausch über Denk- und Vorgehensweisen legen, sodass die Lerngruppe gemeinsam Einsichten und Vorstellungen entwickeln kann. Dabei sollten immer die Lösungsprozesse fokussiert werden, während die Ergebnisse eher in den Hintergrund treten. Das Offenlegen der eigenen Gedanken – insbesondere wenn diese fehlerbehaftet sind – fällt vielen Lernenden anfangs schwer, sodass die Lehrperson hierzu immer wieder ermutigen sollte. Fehler dürfen und sollten in der Förderung offen thematisiert werden, wobei die vorhandenen Fähigkeiten der Kinder im Vordergrund stehen, da diese die primären Anknüpfungspunkte beim Lernen darstellen.

Die in den Handreichungen vorgeschlagenen Sozialformen betonen zu Beginn einer Themenerarbeitung daher meist gemeinsame Gespräche. Die anschließenden Übungsaufgaben sind hingegen so konzipiert und in die Förderung eingebettet, dass die Lernenden keine unmittelbare Unterstützung benötigen und die Lehrperson so Zeit findet, sich einzelnen Schülerinnen und Schülern zuzuwenden.

#### Materialbox

Passend zu den Diagnose- und Förderbausteinen von ‚Mathe sicher können‘ bieten zwei Materialboxen von Cornelsen Experimenta einen einfachen und schnellen Zugriff auf die notwendigen Materialien sämtlicher Bausteine, also auf Anschauungsmittel wie Würfelmaterial, Punktfelder, Bruchstreifen oder Zahlenstrahlen und vieles mehr. Die erste Box enthält die Materialien für die Bausteine der *Natürlichen Zahlen*, die zweite Box die Materialien für *Brüche, Prozente, Dezimalzahlen*. Eine genaue Inhaltsliste ist auf S. 12 zu finden.

Auf diese Weise bedarf der Einsatz der Diagnose- und Förderbausteine keiner eigenen Materialbeschaffung oder –herstellung durch die Lehrkraft. Durch die explizite Zuordnung der Materialien zu den einzelnen Förderaufgaben wird die Vorbereitung der Förderung erleichtert.

Die Anzahl der Materialien in einer Box ist auf ein bis zwei Fördergruppen, d.h. auf maximal fünf Schüler, ausgerichtet. Zu Beginn eines jeden Bausteins werden in den vorliegenden Handreichungen die benötigten Materialien kurz beschrieben (gekennzeichnet mit MB für Materialbox bzw. KV für Kopiervorlage im Online-Material auf [www.mathe-sicher-koennen.de](http://www.mathe-sicher-koennen.de)) und Hinweise zur Einführung sowie zum Umgang gegeben.

Einige Materialien (wie die Streifentafel) sind nicht nur in der kleinen Fassung für jeden einzelnen Lernenden, sondern auch in einer großen Fassung vorhanden, um mit einer Kleingruppe gleichzeitig daran arbeiten zu können. Gerade diese großen Materialien haben hohen Aufforderungscharakter selbst für Jugendliche.

## Strukturierung der Handreichung

Der Großteil der vorliegenden Handreichungen besteht aus den jeweils themenspezifischen Hinweisen zu den einzelnen Diagnose- und Förderbausteinen. Sie gliedern sich für jeden Baustein in folgende Abschnitte:

- Didaktischer Hintergrund
- Hinweise zur Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung
- Hinweise zu den einzelnen Förderaufgaben

#### *Didaktischer Hintergrund*

Der Didaktische Hintergrund gibt als Einstieg die wichtigsten Informationen zu dem zu erwerbenden Basiskönnen. Dazu gehört zunächst der *Lerninhalt*, der den mathematikdidaktischen Hintergrund wie etwa benötigte und aufzubauende Grundvorstellungen oder behandelte Rechenverfahren beschreibt. Im Abschnitt *Veranschaulichung und Material* wird das in der Einheit eingesetzte Material erläutert, das sich zum größten Teil (bis auf Alltagsgegenstände und Kopiervorlagen) in der Materialbox befindet, und in seinem Gebrauch erklärt. Darüber hinaus finden sich hier auch ggf. Hinweise zur Notations- und Sprechweise.

Die Ausführungen zum *Aufbau der Förderung* geben einen Überblick über die Fördereinheiten des jeweiligen Bausteins. Hier wird die inhaltliche und systematische Struktur des Bausteins erläutert, indem jede Fördereinheit kurz in ihren wesentlichen Inhalten und Strukturen beschrieben wird. Den Abschluss bilden Angaben zur *weiterführenden Literatur*.

#### *Hinweise zur Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung*

Die Hinweise zur Diagnose gliedern sich in zwei Bereiche:

Im oberen Teil der jeweiligen Seite ist die verkleinerte Standortbestimmung mit möglichen Lösungen abgedruckt und mit konkreten Hinweisen versehen, die bei der Durchführung der Diagnose hilfreich sein können. Die Standortbestimmung ohne Lösung ist im Anhang dieser Handreichung als Kopiervorlage verfügbar. Hinsichtlich der Dauer der Durchführung werden Angaben zur Orientierung aus den Erfahrungen vielfacher Durchführungen gegeben.

Im unteren Teil werden Auswertungshinweise zu möglichen Fehlertypen gegeben. Dazu wird eine tabellarische Übersicht bereitgestellt, die einige wichtige Fehlertypen erklärt. Die Fehler werden dahingehend differenziert, ob es sich um übergeordnete Fehler handelt, die durchgängig in einem Baustein auftauchen können und nicht an spezielle Aufgaben gebunden sind (sog. Fehlermuster), oder ob es sich um aufgabenspezifische Fehler handelt.

Zu beachten ist, dass es sich bei den aufgelisteten und erklärten Fehlern nur um eine Aufzählung der häufigsten bzw. relevantesten Phänomene handelt.

Die Auswahl der Fehler dient dazu, die Auswertung zu erleichtern und insbesondere noch nicht tragfähige inhaltliche Vorstellungen und Vorgehensweisen zu identifizieren. Die relevanten Fehlertypen können auch auf die Auswertungstabellen übernommen werden, die für die Dokumentation der Ergebnisse unter [www.mathe-sicher-koennen.de](http://www.mathe-sicher-koennen.de) zur Verfügung stehen.

Die Verweise auf geeignete Förderaufgaben ermöglichen einen gezielten diagnosegeleiteten Einstieg in die Förderung, denn bei den einzelnen Fehlern finden sich Hinweise zu möglichen Ursachen sowie Verweise auf Förderaufgaben, in denen diese bearbeitet werden können.

#### *Hinweise zu den einzelnen Förderaufgaben*

Im Material werden alle Förderaufgaben des jeweiligen Förderbausteins abgedruckt und durch Hinweise erläutert. Dabei wird zwischen Aufgaben zum *Erarbeiten* und Aufgaben zum *Üben* unterschieden: Aufgaben zum Erarbeiten bedürfen grundsätzlich einer Moderation durch die Lehrkraft, Aufgaben zum Üben können häufig auch von den Lernenden selbständig in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit bearbeitet werden.

Zu jeder Aufgabe wird eine Orientierung gegeben über

- die ungefähr benötigte Zeit,
- die *Ziel*formulierung,
- Angaben zum benötigten *Material* (**KV** bedeutet Kopiervorlage in den Online-Materialien unter [www.mathe-sicher-koennen.de](http://www.mathe-sicher-koennen.de)), **MB** bedeutet Materialbox)
- die Sozialform (**EA**–Einzelarbeit, **PA**–Partnerarbeit, **UG**–Unterrichtsgespräch, d.h. durch Lehrkraft moderiertes Kleingruppengespräch, **GA**–Gruppenarbeit, d.h. Kleingruppenarbeit ohne Moderation); und
- die Art der Aktivität (z.B. Aufgabengenerator, Spiel).

Entlang der Aufgaben selbst gibt es lokale inhaltliche Hinweise, zum Beispiel zu folgenden Punkten:

- geeignete *Hilfestellung* für die Lernenden
- *Voraussetzungen* (für die Bearbeitung)
- Typische Schwierigkeit
- *Hintergrund* (mathematische bzw. didaktische Informationen für die Lehrkraft)
- *Zu beachten* (zusätzliche Hinweise, die wichtig sind)
- *Reflexion* (Hinweise zu Organisation oder Inhalt der Reflexion)
- *Impuls* mit Lösungserwartung (vertiefende bzw. weiterführende Fragen)
- *Weitere Aufgabe* (ergänzende Arbeitsaufträge)
- *Methode* (konkretere Umsetzungshinweise)
- *Lösung* (Mögliche Schülerlösungen stehen in Anführungszeichen)

Weitere Informationen, ergänzende Hilfen für den Unterricht sowie Fortbildungsmaterial zu ‚Mathe sicher können‘ sind zu finden auf der Webseite [www.mathesicherkoennen.de](http://www.mathesicherkoennen.de).

#### Literatur

- Frey, A. / Heinze, A. / Mildner, D. / Hochweber, J. / Asseburg, R. (2010): Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009. In: Klieme, E. / Artelt, C. / Hartig, J. / Jude, N. / Köller, O. / Prenzel, M. / Schneider, W. / Stanat, P. (Hrsg.): PISA 2009. Bilanz nach einem Jahrzehnt. Münster: Waxmann, 153 - 176.
- Fritz, A. / Ricken, G. / Schmidt, S. (2009): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim: Beltz.
- Häsel-Weide, U. / Nührenböcker, M. / Moser Opitz, E. / Wittich, C. (2013): Ablösung vom zählenden Rechnen. Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen. Seelze: Kallmeyer.
- Hußmann, S. / Nührenböcker, M. / Prediger, S. / Selter, C. (2014): Schwierigkeiten in Mathematik begegnen. In: Praxis der Mathematik in der Schule 56(56).
- Moser Opitz, E. (2007): Rechenschwäche / Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern. Bern: Haupt.
- Nührenböcker, M. / Schwarzkopf, R. (2010): Die Entwicklung mathematischen Wissens in sozial-interaktiven Kontexten. In: Böttinger, C. / Bräuning, K. / Nührenböcker, M. / Schwarzkopf, R. / Söbbeke, E. (Hrsg.): Mathematik im Denken der Kinder. Anregungen zur mathematikdidaktischen Reflexion. Seelze: Klett-Kallmeyer, 73 - 81.
- Prediger, S. (2009): Inhaltliches Denken vor Kalkül – Ein didaktisches Prinzip zur Vorbeugung und Förderung bei Rechenschwierigkeiten. In: Fritz, A. / Schmidt, S. (Hrsg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden. Weinheim: Beltz, 213 - 234.
- Prediger, S. / Freeseemann, O. / Moser Opitz, E. / Hußmann, S. (2013): Unverzichtbare Verstehensgrundlagen statt kurzfristige Reparatur - Förderung bei mathematischen Lernschwierigkeiten in Klasse 5. In: Praxis der Mathematik in der Schule 55(51), 12 - 17.
- Selter, C. / Spiegel, H. (1997): Wie Kinder rechnen. Leipzig: Klett.
- Selter, C. / Walther, G. / Wessel, J. / Wendt, H. (2012): Mathematische Kompetenzen im internationalen Vergleich: Testkonzeption und Ergebnisse. In: Bos, W. / Wendt, H. / Köller, O. / Selter, C. (Hrsg.): TIMSS 2011. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich. Münster: Waxmann, 69 - 122.
- Sundermann, B. / Selter, Ch. (2006): Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen.
- Wittmann, E. Ch. / Müller, G. N. (2006): Blitzrechnen. Leipzig: Klett.