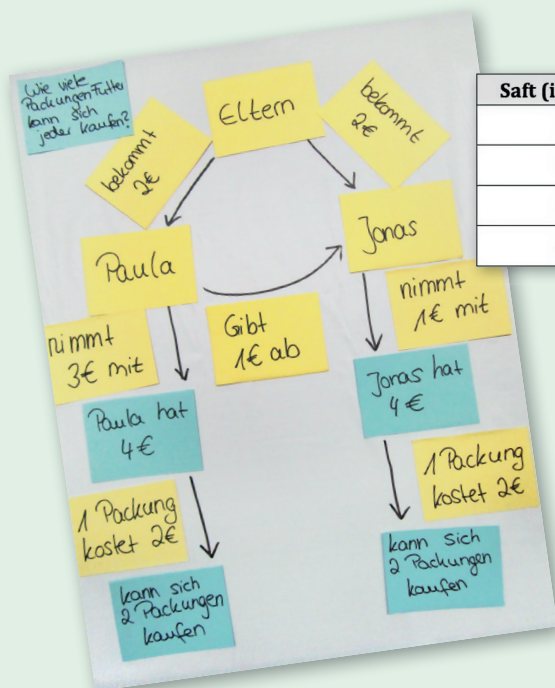


Mathe sicher können

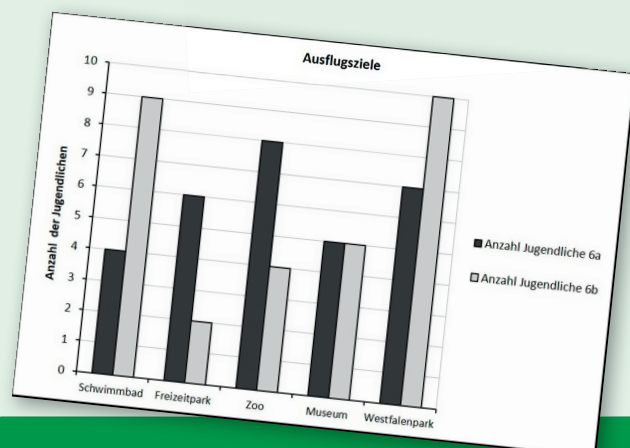
Auszug

„S5 A – Bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen“
aus:

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen



Soft (in Liter)	Preis (in Euro)
1	3
2	
3	
4	



Sachrechnen:

Größen – Überschlagen – Textaufgaben –
Diagramme – Proportionen – Prozentrechnung

Ermöglicht durch

Deutsche
Telekom
Stiftung



Cornelsen

Herausgegeben von
Susanne Prediger
Christoph Selter
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger

So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept:

In den 14 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.



Standortbestimmung – Baustein S5 A

Name:
Datum:

Kann ich bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen?

1 Idee: „Pro Portion“

a) 2 Stück kosten 1,60 Euro.
Wie viel kosten 5 Stück?
Berechne und kennzeichne deinen Rechenweg mit Pfeilen in der Tabelle.

Stück	Preis (in Euro)
1	
2	1,60
3	
4	
5	
6	

b) 8 kg Äpfel kosten 4 Euro.
Wie viel kosten 12 kg Äpfel?
Berechne und erkläre, wie du vorgegangen bist.



14 Basiskompetenzen
gliedern die Bausteine und verbinden Diagnose und Förderung.

Diagnose:
Mit 2 bis 4 Aufgaben in der Standortbestimmung stellen Sie fest, was die Lernenden schon können.

Die Standortbestimmungen befinden sich im hinteren Teil dieser Handreichungen als Kopiervorlage.

1.4 Preise vergleichen mit Hochrechnen in Minitabellen

a) Leonie vergleicht die Preise für Waschmittel und möchte das günstigste Waschmittel für 8 kg finden. Nutze Leonies Rechenweg **Hochrechnen** und ergänze in den Minitabellen jeweils die Preise für 8 kg. Beschrifte auch die Pfeile. Welches ist das günstigste Waschmittel?

"Daily" (in kg)	Preis (in Euro)
1	2
8	

"Clean" (in kg)	Preis (in Euro)
2	6
8	

"Bravil" (in kg)	Preis (in Euro)
4	6
8	

b) Berechne, welches Waschmittel für 10 kg und für 20 kg das günstigste ist. Was kannst du beobachten?

c) Wie teuer ist jedes Waschmittel pro Portion? Erkläre, was hier eine Portion ist. Vergleiche mit deinen Ergebnisse in a) und b).

Förderung:
Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine passende Fördereinheit, die differenziert und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.

Mathe sicher können

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

Sachrechnen: Größen – Überschlagen – Textaufgaben – Diagramme – Proportionen – Prozentrechnung

Herausgegeben von

Susanne Prediger
Christoph Selter
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger

Entwickelt und erprobt von

Jennifer Dröse
Sabrina Lübke
Antje Marcus
Corinna Mosandl
Birte Pöhler
Lara Sprenger
Julia Voßmeier
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger
Susanne Prediger
Christoph Selter

Erarbeitet in einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung



Herausgeberinnen und Herausgeber: Susanne Prediger, Christoph Selter, Stephan Hußmann, Marcus Nührenbörger

Autorinnen und Autoren: Jennifer Dröse, Sabrina Lübke, Antje Marcus, Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger, Julia Voßmeier, Stephan Hußmann, Marcus Nührenbörger, Susanne Prediger, Christoph Selter

Redaktion: Mathe sicher können-Team

Illustrationen und technische Zeichnungen: Annika Lutterkordt, Andrea Schink, Frank Kuhardt

Umschlaggestaltung: Jennifer Dröse, Sabrina Lübke, Corinna Mosandl, Lara Sprenger

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:
<http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/008>

Die Webseiten Dritter, deren Internetadressen in diesem Lehrwerk angegeben sind, wurden vor Drucklegung sorgfältig geprüft. Der Verlag übernimmt keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Seiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind.

1. Auflage, 1. Druck 2017

© 2017 Mathe sicher können-Projekt

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt.

Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Hinweis zu den §§ 46, 52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht werden.

Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Druck: H. Heenemann, Berlin

ISBN 978-3-06-001035-6



PEFC zertifiziert
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig
bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten
Quellen.
www.pefc.de

Inhaltsverzeichnis der Handreichung Sachrechnen: Größen – Überschlagen – Textaufgaben – Diagramme – Proportionen – Prozentrechnung

Hintergrund des Diagnose- und Förderkonzepts

(Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger & Stephan Hußmann)

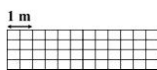
Ausgangspunkte und Leitideen	7
Strukturierung des Diagnose- und Fördermaterials	7
Strukturierung der Handreichung	10

Umgang mit Größen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

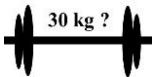
(Corinna Mosandl & Marcus Nührenbörger)



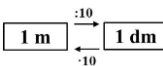
S1 A Ich kann mir Längen vorstellen und mit geeigneten Messgeräten messen	12
--	----



S1 B Ich kann mir Beziehungen zwischen Längen- und Flächeneinheiten vorstellen	21
---	----



S1 C Ich verfüge über Vorstellungen zu Gewichten	30
---	----



S1 D Ich kann Längen-, Flächen- und Gewichtsmaße umrechnen, vergleichen und ordnen	40
---	----

Überschlagen und Schätzen in Sachsituationen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

(Julia Voßmeier & Christoph Selter)

$$\begin{array}{r} 234 + 549 \\ \approx \\ 230 + 550 \end{array}$$

S2 A Ich kann bei Sachaufgaben sinnvoll überschlagen	50
---	----



S2 B Ich kann Sachaufgaben mit fehlenden Informationen lösen	61
---	----

Umgang mit Textaufgaben – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

(Jennifer Dröse, Susanne Prediger & Antje Marcus)



S3 Ich kann Textaufgaben verstehen und lösen	72
---	----

Umgang mit Säulendiagrammen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

(Sabrina Lübke & Christoph Selter)



S4 A Ich kann Diagramme lesen	86
--------------------------------------	----



S4 B Ich kann Daten in Diagrammen darstellen	98
---	----

Proportionales Denken und Rechnen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen (Lara Sprenger & Stephan Hußmann)

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
1	0,30
5	7,50
18	

S5 A Ich kann bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen

111

Schweizer Franken	Preis in Euro
1	0,80
2	1,60
5	3,20

Preise:
5 Liter Orangensaft kosten 10 €.
Tina läuft 200 m in 30 Sekunden.
10 Tausendfüßler haben 150 Meter.

S5 B Ich kann erkennen, ob ein Zusammenhang proportional ist

123

Prozentrechnung – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen (Birte Pöhler & Susanne Prediger)



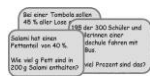
S6 A Ich kann Prozentwert und Prozentsatz abschätzen und bestimmen

132



S6 B Ich kann flexibel Grundwerte abschätzen und bestimmen

141



S6 C Ich kann mit verschiedenen Textaufgaben zur Prozentrechnung umgehen

148

Kopiervorlagen

156

Standortbestimmungen (Diagnosebausteine)

Auswertungstabellen

Kopiervorlagen für die Förderung

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
1	7,50
5	
18	

S5 A Bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Das proportionale Denken spielt für das Verständnis algebraischer Konzepte eine wichtige Rolle und bietet die Grundlage für den verständigen Umgang mit Verhältnissen.

Charakterisierend für proportionales Wachstum ist eine gleichbleibende Änderung und somit der Gedanke „pro Portion kommt immer das Gleiche hinzu“. Das bedeutet auch, dass dem k -fachen der ersten Größe das k -fache des Funktionswertes entspricht. Dies erfordert den Aufbau von additiven wie auch multiplikativen Strategien, um weitere Werte berechnen zu können. Bei proportionalen Zusammenhängen gilt immer $f(0) = 0$, was je nach Darstellungsform entsprechend gedeutet werden muss, in der Tabelle beispielsweise als Zeile mit dem Argument und Funktionswert 0. Dies ist wichtig, da auch bei linearen Zusammenhängen pro Schritt immer das Gleiche hinzukommt oder weggenommen werden kann. Der Unterschied zwischen proportionalen und linearen Zusammenhängen liegt im Funktionswert an der Stelle 0: Bei proportionalen Zusammenhängen ist dieser 0, bei linearen kann er auch ungleich 0 sein. Eine proportionale Funktion hat immer die Form $f(x) = m \cdot x$. Dies hat Auswirkungen auf die Strategien, mit denen weitere Werte bestimmt werden können. Die meisten Strategien, die bei proportionalen Zusammenhängen funktionieren, sind bei linearen Zusammenhängen nicht tragfähig. Lediglich das schrittweise Addieren funktioniert bei linearen Funktionen.

Um in Tabellen und im Kopf weitere Werte bei proportionalen Zusammenhängen zu berechnen, sind verschiedene Strategien (im Schülermaterial „Rechenwege“ genannt) einsetzbar, die möglichst flexibel beherrscht werden sollten, um sie aufgabenspezifisch anzuwenden:

- **Schrittweise Addieren:** Das schrittweise Addieren baut auf der Idee „pro Portion“ auf. Der Funktionswert für die erste Größe an der Stelle 1 kann durch Differenzbildung bestimmt werden und wird dann sukzessive n mal addiert bis man zu dem gesuchten Funktionswert der Größe n gelangt.

Kartoffeln (in kg)	Preis (in Euro)
1	2
2	4
3	6

Weitere Werte mit der Strategie *Schrittweise Addieren* bestimmen

- **Hochrechnen:** Als Grundlage dieser Strategie dient die Idee „Ver- r -facht man die erste Größe, so wird auch der Funktionswert ver- r -facht“. Ist in proportionalen Zusammenhängen der Funktionswert der ersten

Größe an der Stelle k gegeben, so können durch Multiplikation alle Funktionswerte von Vielfachen der Größe an der Stelle k ermittelt werden. Diese Strategie umfasst auch das Runterrechnen, bei dem durch Division die Funktionswerte berechnet werden können.

Cola (in Liter)	Preis (in Euro)
1	2
10	20

Weitere Werte mit der Strategie *Hochrechnen* bestimmen

- **Auf eine Portion runterrechnen:** Diese Strategie nutzt die gleiche Idee wie das Hochrechnen, es wird lediglich immer zuerst der Wert für *eine* Portion / die erste Größe an der Stelle 1 durch Division ermittelt. Danach erfolgt durch Multiplikation die Berechnung des gesuchten Funktionswertes. Die Strategie bietet sich vor allem dann an, wenn die gegebene erste Größe und die gesuchte erste Größe weder Vielfache noch Teiler voneinander sind. Weiterführend ist es nicht immer sinnvoll auf *eine* Portion runterzurechnen, sondern gegebenenfalls auch auf einen gemeinsamen Teiler. Diese Strategie ist auch als Dreisatz bekannt.

Anzahl der Muffins	Preis (in Euro)
1	2
5	10
18	36

Weitere Werte mit der Strategie *Auf eine Portion runterrechnen* bestimmen

- **Mit dem festen Faktor rechnen:** Diese Strategie eröffnet – bezogen auf die Tabelle – eine horizontale Sichtweise auf den proportionalen Zusammenhang, indem die multiplikative Verknüpfung zwischen erster Größe und Funktionswert in den Blick genommen wird, dieser feste Faktor ist bei proportionalen Zusammenhängen immer gleich.

Zwiebeln (in kg)	Preis (in Euro)
1	3
2	6
5	15

Weitere Werte mit der Strategie *Mit dem festen Faktor rechnen* bestimmen

Die ersten drei Strategien *Schrittweise Addieren*, *Hochrechnen* und *Auf eine Portion runterrechnen* basieren jeweils auf einer vertikalen Sicht bezüglich der Tabelle.

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
1	7,50
5	
18	

Handreichungen – Baustein S5 A

Ich kann bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen

Veranschaulichung und Material

Tabellen

Als zentrale Darstellung für die Erarbeitung des proportionalen Denkens werden Tabellen genutzt, da mit ihnen der proportionale Zusammenhang zweier Größen mit konkreten Zahlen verdeutlicht werden kann. Zudem sollen in diesem Förderbaustein die Rechenwege zur Ermittlung weiterer Werte direkt in die Tabellen eingetragen werden. Es werden jedoch nicht immer vollständige Tabellen mit allen Werten zwischen den gesuchten Größen benötigt. Es reichen sogenannte *Minitabellen*, in denen nur die Zeilen betrachtet werden, die für die Berechnung des weiteren Wertes von Bedeutung sind. Diese Minitabellen stellen ein effektives und übersichtliches Werkzeug bereit, um bei proportionalen Zusammenhängen weitere Werte zu berechnen.

Birnen (in kg)	Preis (in Euro)
1	4
2	8
8	32

Rechenweg an der Minitabelle veranschaulicht

Streifenbilder

Als weitere Veranschaulichung werden für diesen Förderbaustein Streifenbilder genutzt, die die Idee „pro Portion“ geometrisch verdeutlichen und gleichzeitig an die Rechteckbilder als Veranschaulichung der Multiplikation anknüpfen. Die waagrechte Streifenanzahl einer Reihe steht immer für den Preis / Wert pro Portion, die senkrechte Anzahl einer Spalte hingegen für die gesuchte Menge / die erste Größe. Die gesamte Kästchenanzahl repräsentiert den Gesamtpreis / den Funktionswert der gesuchten Größe. Diese Veranschaulichung kann sowohl für additive Strategien mit der Vorstellung „es kommt immer die gleiche Anzahl an Kästchen hinzu“ als auch für die multiplikativen Strategien genutzt werden. Bei der Strategie „mit dem festen Faktor rechnen“ kennzeichnet die gesamte Kästchenanzahl immer das r -fache der Kästchenanzahl einer Spalte, wodurch der feste Faktor r ersichtlich wird.

	€
1kg	
2kg	
3kg	

Streifenbild zur Aufgabe „1 kg Kartoffeln kostet 2 €“

Aufbau der Förderung

Bei der (Wieder-)Erarbeitung der Bestimmung weiterer Werte in proportionalen Zusammenhängen werden in **Fördereinheit 1 (Idee: „Pro Portion“)** die vertikalen Strategien – bezogen auf die Tabelle – in den Blick genommen. Sie werden sowohl in Tabellen als auch teilweise in Streifenbildern betrachtet und diskutiert. Im Mittelpunkt steht hier der Gedanke, dass pro Portion / pro Schritt immer das Gleiche hinzukommt bzw. wegfällt. Es werden Minitabellen eingeführt und in 1.7 wird explizit thematisiert, welche Zeilen einer Tabelle als Minitabelle für die Berechnungen bei verschiedenen Aufgaben von Bedeutung sind. Die Strategie *Schrittweise Addieren* ist vielen Lernenden geläufig. Wenn die Idee *pro Portion* ebenfalls bekannt ist, können die Aufgaben zum schrittweisen Addieren (1.1 und 1.2) auch relativ schnell behandelt oder übersprungen werden.

In **Fördereinheit 2 (Rechnen mit dem festen Faktor)** steht die horizontale Sichtweise auf Tabellen im Vordergrund. Dazu wird der Begriff *fester Faktor* geklärt und zur Berechnung weiterer Werte genutzt. Erneut dienen Tabelle und Streifenbild der Veranschaulichung.

In **Fördereinheit 3 (Im Kopf hoch- und runterrechnen)** liegt der Fokus auf dem Kopfrechnen, dass durch den Preisvergleich in 3.1 angesprochen wird und in der Arbeit mit dem Kartensatz in 3.2 geübt werden kann.

Die verschiedenen Strategien sollten im Laufe der Förderung immer wieder genutzt werden. Dies geschieht z.B. zu Beginn jeder Förderstunde mit der Wiederholung der bereits bearbeiteten Strategien und den zugehörigen Vorgehensweisen. Den Schülerinnen und Schülern soll verdeutlicht werden, dass diese Strategien nebeneinanderstehen und flexibel, je nach Situation, eingesetzt werden können.

Weiterführende Literatur

- Richter, V. (2008): Routen zum Begriff der linearen Funktion. Entwicklung und Beforschung eines kontextgestützten und darstellungsreichen Unterrichtsdesigns zum Begriff „lineare Funktion“. Wiesbaden: Springer Spektrum, 50 - 55.
- Van de Walle, J. A. (2007): Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally. Boston: Pearson Education, 353 - 373.
- Wittmann, G. (2008): Elementare Funktionen und ihre Anwendungen. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 62 - 68.

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
5	7,50
18	

S5 A – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Lernende sind mit dem Begründen oft nicht vertraut. Dies kann besonders bei den Aufgaben 1b), 2 und 3 herausfordernd sein. Oft hilft es schon, sie zum Aufschreiben ihrer Ideen zu motivieren.

In Aufgabe 1a) sollen Lernende ihren Rechenweg in der Tabelle veranschaulichen. Dabei sind verschiedene Vorgehensweisen möglich. Zwei werden in der Lösung exemplarisch dargestellt.

In Aufgabe 3 kann die Erklärung statt auf der Rückseite auch auf einem separaten Blatt aufgeschrieben werden. Dies kann genutzt werden, da es ggf. schwer sein könnte, die Aufgabe zu bearbeiten, wenn sie bei Nutzung der Rückseite durch das Umblättern nicht zeitgleich gelesen werden kann.

Lösung zu Aufgabe 3:

Die Sorte „Williams“ ist am günstigsten.
Ich habe ausgerechnet, was die Birnen pro kg kosten und das dann verglichen:
„Delizius“: 3€, „Gute Luise“: 2,50€,
„Williams“: 2€

Kann ich bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen?

1 Idee: „Pro Portion“

- a) 2 Stück kosten 1,60 Euro.
Wie viel kosten 5 Stück?
Berechne und kennzeichne deinen Rechenweg mit Pfeilen in der Tabelle.

Stück	Preis (in Euro)
1	0,80
2	1,60
3	2,40
4	3,20
5	4,00
6	4,80

- b) 8 kg Äpfel kosten 4 Euro.
Wie viel kosten 12 kg Äpfel?
Berechne und erkläre, wie du vorgegangen bist.

$4 \text{ €} : 8 \text{ kg} = 0,50 \text{ € pro kg}$
 $12 \cdot 0,50 \text{ €} = 6 \text{ €}$
12 kg Äpfel kosten 6 €.
Ich habe zuerst den Preis für 1 kg ausgerechnet und den dann mit 12 multipliziert. Dann erhalte ich den Preis für 12 kg.

2 Rechnen mit dem festen Faktor

- a) Berechne den Preis pro kg und erkläre, wie du vorgegangen bist.

1,50 €
Ich habe die 9 € aufgeteilt:
 $6 \text{ €} : 6 = 1 \text{ €}$, $3 \text{ €} : 6 = 0,50 \text{ €}$
Dann habe ich die Ergebnisse addiert: $1 \text{ €} + 0,50 \text{ €} = 1,50 \text{ €}$

- b) In der Tabelle ist ein Fehler. Ist der Preis pro Stück immer gleich? Suche und korrigiere. Bestimme dann den fehlenden Wert. Erkläre.

Stück	Preis (in Euro)
3	2,50
5	10,00
7	17,50
8	20

Ich habe geschaut, ob der Preis pro Stück immer gleich ist (2,50 €). Bei 5 Stück ist ein Fehler, da war der Preis pro Stück nur 2 €. Dann habe ich noch $8 \cdot 2,50 \text{ €}$ gerechnet, das sind 20 €.

3 Im Kopf hoch- und runterrechnen

Vergleiche die Preise für die verschiedenen Birnensorten. Welche ist am günstigsten? Schreibe deine Erklärung auf die Rückseite.

Birnen „Delizius“ 4 kg nur 12 €	Birnen „Gute Luise“ 3 kg nur 7,50 €	Birnen „Williams“ 10 kg nur 20 €
------------------------------------	--	-------------------------------------

Hinweise zur Auswertung:

Diagnoseaufgabe 1: Idee „Pro Portion“

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a), b) a) Pro Schritt links, wird der Preis rechts immer verdoppelt. 5 Stück kosten dann 25,60 €. b) Der Preis für 8 kg Äpfel wird verdoppelt, um den Preis für 12 kg Äpfel zu erhalten. 12 kg kosten 8 €.	Mit dem Begriff „proportional“ wird ausschließlich eine Verdopplung von Werten assoziiert. Die gleichsinnige multiplikative Veränderung beider Größen wird nicht berücksichtigt.	Idee „pro Portion“ klären (1.1). Bei der Thematisierung der Strategien auf die gleichsinnige multiplikative Veränderung eingehen und verdeutlichen, wann genau verdoppelt wird und wann mit anderen Zahlen multipliziert werden muss (1.3 – 1.7).
Nicht bearbeitet.	Die inhaltliche Vorstellung von proportionalen Zusammenhängen ist unklar.	Erarbeitung der Idee „pro Portion“ sowie der verschiedenen Strategien zur Berechnung weiterer Werte (1.1 – 1.7).
a) Pro Schritt links wird rechts 1,60 € addiert.	Statt 0,80 € wird 1,60 € als Wert für eine Portion identifiziert. Dann wird schrittweise addiert.	Thematisierung der anderen Strategien, um nicht nur durch schrittweises Addieren weitere Werte berechnen zu können (1.3 – 1.7), dabei besonders die Berechnung des Wertes für eine Portion klären (1.5; 1.6).
b) z.B. $4:8=2$ $1 \text{ kg} \approx 2 \text{ €}$ $2 \cdot 12 = 24$ 12 kg kosten 24 €	Bei der Berechnung des Preises für 1 kg tritt ein Rechenfehler auf.	Idee „pro Portion“ wurde verstanden. Evtl. Wiederholung des Rechnens mit Dezimalzahlen (D3 / D4, Förderbausteine Brüche, Prozente, Dezimalzahlen).
Es wird nur das Ergebnis notiert, ohne Erklärung.	Der Rechenweg kann nicht erklärt werden, da evtl. nur schematisch gerechnet wird.	Thematisierung der verschiedenen Strategien zur Berechnung weiterer Werte unter besonderer Berücksichtigung der Begründungen (1.1 – 1.7).

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
1	5
5	7,50
18	

Handreichungen – Baustein S5 A

Ich kann bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen

Diagnoseaufgabe 2: Rechnen mit dem festen Faktor

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a) € 1 kg kostet dann <u>54</u>. <i>Einfach beide Zahlen mal genommen und das gib Ergebnis.</i> 1 kg kostet 5,40 €. Nicht bearbeitet. z.B. 1 kg kostet 1,30 €. 1 kg kostet 3 €. Es wird nur das Ergebnis notiert, ohne Erklärung.	Beide Zahlen (6 und 9) werden multipliziert. Dann wird ggf. ein Komma gesetzt, da der Preis für 1 kg kleiner sein muss, als der für 9 kg. Die inhaltliche Vorstellung zur Berechnung des festen Faktors ist unklar. Rechenschwierigkeiten bei der Berechnung von $9 : 6$. Der Rechenweg kann nicht erklärt werden, da evtl. nur schematisch gerechnet wird.	Erarbeitung der Strategie „Mit dem festen Faktor rechnen“ (2.1 – 2.2). Vermutlich lediglich Schwierigkeiten beim Rechnen mit Dezimalzahlen. Evtl. Wiederholung des Rechnens mit Dezimalzahlen (D3 / D4, Förderbausteine Brüche, Prozente, Dezimalzahlen). Erarbeitung der Strategie „Mit dem festen Faktor rechnen“ unter besonderer Berücksichtigung der Begründungen (2.1 – 2.2).
b) Als Preis für 8 Stück wird 15,00 notiert. <i>So bin ich vorgegangen: Bei 3 ist der Preis falsch da kommt 12,50 € für, weil man immer + 2,50 € rechnen muss</i> <i>So bin ich vorgegangen: Ich habe einfach $7,50 : 3$ gerechnet, was 2,50 war. Dann habe ich immer weiter hoch gerechnet und zum Schluss kam 20,00 raus</i> Der fehlende Wert wird nicht berechnet.	Die verschiedenen Schrittgrößen werden nicht beachtet. Rückgriff auf die Strategie „Schrittweise Addieren“. Es wird der richtige Preis pro Stück sowie der richtige fehlende Wert berechnet. Der Fehler in der Tabelle fällt nicht auf. Die inhaltliche Vorstellung zur Berechnung weiterer Werte ist unklar.	Erarbeitung der Strategie „Mit dem festen Faktor rechnen“ unter besonderer Berücksichtigung verschiedener Schrittgrößen und deren Auswirkungen (2.1 – 2.2). Klären, dass der Preis pro Stück dem festen Faktor entspricht und wie man damit prüfen kann, ob der Preis pro Stück immer gleich ist (2.1 – 2.2). Erarbeitung der Strategie „Mit dem festen Faktor rechnen“ (2.1 – 2.2) sowie der Strategien aus Fördereinheit 1 (1.1 – 1.7).

Diagnoseaufgabe 3: Im Kopf hoch- und runterrechnen

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
Sorte 2 ist am günstigsten: Die jeweils vorhandenen Zahlen werden multipliziert und die Ergebnisse dann verglichen. <i>Sorte 3 ist am billigsten, weil da kriegt man am meisten kg.</i> Entscheidung für eine Sorte ohne Begründung. Kein Preisvergleich, da der Preis pro Portion für Sorte 2 nicht bestimmt werden konnte.	Unklar, dass bei einem Preisvergleich die Portion immer gleich groß sein muss und wie man die Preise für gleich große Portionen jeweils berechnet. Preisvergleich ist zwar richtig, aber falsch begründet. Als Merkmal für den Vergleich wird lediglich die Menge betrachtet, nicht aber die Preise pro kg. Evtl. wurde geraten oder der Rechenweg konnte nicht begründet / erklärt werden. Schwierigkeiten beim Rechnen mit Dezimalzahlen.	Klären, wie man Preise gut vergleichen kann (3.1). Strategien zur Berechnung von Werten bei proportionalen Zusammenhängen im Kopf erarbeiten unter besonderer Berücksichtigung der Begründungen, z.B. unter Zuhilfenahme von Minitabellen (3.2). Evtl. Wiederholung der Strategien aus den Fördereinheiten 1 und 2. Evtl. Wiederholung des Rechnens mit Dezimalzahlen (D3 / D4, Förderbausteine Brüche, Prozente, Dezimalzahlen).

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
1	7,50
5	
18	

1 Idee: „Pro Portion“

1.1 Erarbeiten (15 - 20 Minuten)

Ziel: Strategie *Schrittweise Addieren* erarbeiten / wiederholen und deren Veranschaulichungen in Streifenbild und Tabelle diskutieren

Material: --

Umsetzung: a) EA; b), c) UG

Hintergrund: Das *Schrittweise Addieren* ist vielen Lernenden geläufig. Wenn die Idee *pro Portion* ebenfalls bekannt ist, können die Aufgaben zum schrittweisen Addieren (1.1 und 1.2) auch relativ schnell behandelt oder übersprungen werden.

Lösung: Tim veranschaulicht Sarahs Idee mit einem Streifenbild. Pro Schritt kommen bei ihm zwei Kästchen hinzu. Die senkrechte Kästchenanzahl einer Spalte repräsentiert die Anzahl der Schritte, die waagerechte Anzahl einer Zeile die Kosten pro Schritt. Die Gesamtzahl der Kästchen stellt den Gesamtpreis dar.

Impulse: Was bedeutet die senkrechte Kästchenanzahl in einer Spalte?

Wofür steht die waagerechte Anzahl in einer Zeile?

Wie hängen die Werte in einer Zeile zusammen, hängt der rechte Wert vom linken ab?

Wo kannst du den Gesamtpreis für 3 kg Kartoffeln erkennen?

Lösung: In der Tabelle ist es einfacher, da man direkt die Anzahlen sieht und ablesen kann und nicht erst noch Kästchen zählen muss. Es ist übersichtlicher.

Impulse: Wo kann man in der Tabelle die waagerechte Kästchenanzahl einer Zeile aus dem Rechteckbild in b) sehen?

Wo sieht man die senkrechte Kästchenanzahl einer Spalte aus dem Rechteckbild in b)?

Wo sieht man, was immer hinzukommt?

1.1 Auf dem Markt

Sarah geht auf den Markt und soll für 8 Euro Kartoffeln kaufen. Sie überlegt, wie viele kg Kartoffeln sie kaufen kann.

Sie schreibt auf:

1 kg kostet 2 Euro

2 kg kosten 4 Euro

3 kg kosten 6 Euro

4 kg kosten 8 Euro

5 kg kosten 10 Euro



1 kg Kartoffeln kostet 2 Euro.
Pro Kilogramm addiere ich 2 Euro bis ich auf 8 Euro komme.

a) Ergänze Sarahs Liste. Wie viele kg Kartoffeln kann Sarah für 8 € kaufen?

b) Tim geht anders vor.



Das kann man sich auch aufmalen:
Pro Portion kommt immer das Gleiche hinzu.

Wie hängt seine Idee mit Sarahs Idee zusammen? Erkläre.

	2€
1kg	
2kg	
3kg	

c)



Ich rechne das Schritt für Schritt in einer Tabelle. Das ist einfacher.

Kartoffeln (in kg)	Preis (in Euro)
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

In Kenans Tabelle kann man die Streifen von Tim sehen. Zeige und erkläre. Inwiefern ist es einfacher, in der Tabelle zu rechnen?

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
1	1,50
5	7,50
18	

Handreichungen – Baustein S5 A

Ich kann bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen

1.2 Erarbeiten und Üben (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Namen der Strategie *Schrittweise Addieren* diskutieren; mithilfe der Strategie weitere Werte bestimmen

Material: --

Umsetzung: a) EA; b) UG; c) EA; d) Aufgabengenerator (PA)

Zu beachten: Pro Schritt links, müssen rechts immer 3 addiert werden. Unbedingt darauf achten, dass die Pfeile an beiden Seiten eingezeichnet werden und darauf aufmerksam machen, dass links immer +1 gerechnet wird. Macht man links größere Sprünge, muss das rechts auch angeglichen werden.

Methode: Der Name soll zunächst diskutiert werden. Die ausgehandelte Antwort schreiben die Lernenden dann ins Heft.

Lösung: Der Name passt gut, weil pro Schritt immer das Gleiche addiert wird.

Passendes Streifenbild:

	3€
1€	
2€	
3€	
	...

Zu beachten: In der dritten Tabelle werden links nicht mehr nur Einersprünge gemacht.

Zu beachten: Begriff „proportional“ mit Lernenden klären → Das bedeutet, dass pro Portion immer das Gleiche hinzukommt und in dem speziellen Kontext keine Kosten anfallen, wenn man nichts kauft (0 kg Kirschen kosten 0 Euro).

Methode: Die Person, die sich die Situation aussucht, zeichnet auch eine Tabelle dazu und rechnet aus. Die andere löst im Kopf.

Beispiel: 1 Brot kostet 1,20 €. Wieviel kosten 3 Brote?

1.2 Schrittweise Addieren

Kenan möchte Saft kaufen und überlegt, wie viel 4 Liter Saft kosten.

Saft (in Liter)	Preis (in Euro)
1	3
2	6
3	9
4	12



a) Berechne die fehlenden Werte wie Kenan in 1.1 d). Markiere den Rechenweg mit Pfeilen in der Tabelle.

b) Der Rechenweg von Kenan heißt **Schrittweise Addieren**. Warum passt der Name gut? Diskutiere zunächst gemeinsam mit den anderen. Schreibe deine Antwort dann ins Heft und male ein passendes Streifenbild wie Tim in 1.1 b).

c) Berechne in den proportionalen Tabellen die fehlenden Werte. Nutze die Idee, dass pro Portion immer das Gleiche hinzukommt.

Kirschen (in kg)	Preis (in Euro)	Erdbeeren (in kg)	Preis (in Euro)	Anzahl der Muffins	Preis (in Euro)
1	3,50	1	4	1	1,50
2	7	2	8	2	3
3	10,50	3	12	5	7,50
4	14	4	16	10	15
5	17,50	6	24	11	16,50

d) Denkt euch proportionale Situationen im Supermarkt aus, in denen man Kenans Strategie im Kopf anwenden kann. Eine Person denkt sich eine Situation aus und rechnet mit einer Tabelle, die andere rechnet im Kopf. Wechselt euch ab.

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
5	7,50
18	

1.3 - 1.4 Erarbeiten und Üben (10 - 25 Minuten)

Ziel: Strategie *Hochrechnen* erarbeiten / wiederholen und deren Veranschaulichungen in Streifenbild und Tabelle diskutieren; Abgrenzung zum *Schrittweisen Addieren*; Einführung der Minitabellen; Namen der Strategie *Hochrechnen* diskutieren; weitere Werte in Minitabellen berechnen

Material: --

Umsetzung: 1.3 a) b), c) UG; 1.4 a) EA; b), c) UG

Lösung: Kenan braucht 10 Schritte, Leonie nur einen.

Impulse: Welcher Weg ist schneller?

Wer kann schnell für eine beliebige Literanzahl den Preis berechnen?

Lösung: Leonie braucht nur zwei Zeilen, weil sie in einem Schritt den Preis für 10 l ausrechnen kann.

Impulse: Was ist an den Pfeilen jetzt anders als an denen beim *schrittweisen Addieren*?

Hintergrund: Die Pfeile zeigen jetzt auf beiden Seiten das Gleiche an: Wird links mit 10 multipliziert, so geschieht das auf der rechten Seite auch.

Methode: Neben der Klärung der Lösung auch Minitabellen erklären und einführen.

Hintergrund: Man muss nicht immer jeden Schritt einer Tabelle aufschreiben, sondern es reicht, sich die Zeilen zu notieren, die für den Rechenweg wichtig sind.

Methode: Der Name soll zunächst diskutiert werden. Die ausgehandelte Antwort schreiben die Lernenden ins Heft.

Lösung: Der Name passt gut, da mit dieser Strategie direkt hochgerechnet werden kann, und somit Preise für größere Größen direkt berechnet werden können.

Lösung:

Daily: 10 kg kosten 20 €, 20 kg kosten 40 €.

Clean: 10 kg kosten 30 €, 20 kg kosten 60 €.

Bravil: 10 kg kosten 15 €, 20 kg kosten 30 €.

Es ist zu beobachten, dass das günstigste Waschmittel für 8 kg auch für 10 und 20 kg am günstigsten ist.

Zu beachten: Bei Waschmittel Bravil ist es einfacher, zunächst den Preis für 20 kg zu berechnen und diesen dann zu halbieren.

Hilfestellung: Evtl. zur Berechnung der Preise für 10 kg und 20 kg Minitabellen zur Visualisierung zeichnen lassen.

Methode: Zunächst klären, was hier mit „pro Portion“ gemeint ist. → Bedeutet hier pro Kilogramm. In anderen Zusammenhängen kann es aber auch pro Stück oder pro km o. ä. heißen.

Lösung: Daily: 2 €, Clean: 3 €, Bravil: 1,50 €.

Das günstigste Waschmittel lässt sich an allen Kilogrößen erkennen, wenn diese für alle drei Sorten gleich ist. Es ist immer das Günstigste.

1.3 In einem Schritt hochrechnen

Kenan und Leonie möchten für eine Party 10 Liter Cola kaufen. Sie überlegen, wie viel Geld sie brauchen.



Ich muss pro Liter immer 2 € bezahlen, also immer 2 € zum Preis von einem Liter addieren.

Cola (in Liter)	Preis (in Euro)
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12
7	14
8	16
9	18
10	20

Das ist aber umständlich. Wenn pro Liter immer der gleiche Preis hinzukommt, dann kann ich doch in einem Schritt auf 10 l hochrechnen.



Cola (in Liter)	Preis (in Euro)
1	2
10	20

- a) Ergänze die fehlenden Werte in Kenans Tabelle und den fehlenden Streifen für 10 Liter in Leonies Bild.
- Wie viele Schritte braucht Kenan? Kennzeichne seine Schritte mit Pfeilen in der Tabelle.
 - Wie viele Schritte braucht Leonie? Kennzeichne ihre Schritte mit Pfeilen im Bild.

- b) Man kann Leonies Pfeile auch in eine Tabelle eintragen. Sie braucht in der Tabelle nur diese beiden Zeilen für ihren Rechenweg. Warum? Erkläre an der Minitabelle.

Minitabelle:

Cola (in Liter)	Preis (in Euro)
1	2
10	20

- c) Der Rechenweg von Leonie heißt **Hochrechnen**. Warum passt der Name gut? Diskutiere zunächst gemeinsam mit den anderen und schreibe deine Antwort dann ins Heft.

1.4 Preise vergleichen mit Hochrechnen in Minitabellen

- a) Leonie vergleicht die Preise für Waschmittel und möchte das günstigste Waschmittel für 8 kg finden. Nutze Leonies Rechenweg **Hochrechnen** und ergänze in den Minitabellen jeweils die Preise für 8 kg. Beschrifte auch die Pfeile. Welches ist das günstigste Waschmittel?

"Daily" (in kg)	Preis (in Euro)
1	2
8	16

"Clean" (in kg)	Preis (in Euro)
2	6
8	24

"Bravil" (in kg)	Preis (in Euro)
4	6
8	12

- b) Berechne, welches Waschmittel für 10 kg und für 20 kg das günstigste ist. Was kannst du beobachten?

- c) Wie teuer ist jedes Waschmittel pro Portion? Erkläre, was hier eine Portion ist. Vergleiche mit deinen Ergebnissen in a) und b).

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
5	7,50
18	

Handreichungen – Baustein S5 A

Ich kann bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen

1.5 Erarbeiten (8 - 10 Minuten)

Ziel: Runterrechnen als Teil des Hochrechnens erkennen und anwenden

Material: --

Umsetzung: a), b) jeweils EA, UG

Hintergrund: Das Runterrechnen gehört als Strategie zum Hochrechnen, da statt durch Multiplikation durch Division weitere Werte direkt bestimmt werden können (siehe auch Lerngegenstand).

Lösung: Man kann so gut vergleichen, da man zum Preisvergleich immer die Preise für die gleiche Menge (z.B. die Preise pro 1 kg) vergleichen muss.

Hintergrund: Es bietet sich nicht immer an, auf eine Portion runterzurechnen, um zu vergleichen. Wenn die angegebenen Mengen einen gemeinsamen Teiler haben, kann man auch auf diesen runterrechnen.

Methode: Sowohl die Werte für 1 kg als auch für 2 kg können in die Minitabelle eingetragen werden.

Lösung: In der ersten Tabelle sind beide Rechenwege mit Pfeilen exemplarisch veranschaulicht, dies gilt für die anderen Tabellen analog. Welcher Weg einfacher ist, ist subjektiv. Man kann beide Wege wählen und den Lernenden sollte dies freigestellt sein, insbesondere wenn sich die Zahlen für beide Wege anbieten.

1.5 Preise vergleichen durch Runterrechnen

a) Jonas möchte im Supermarkt Preise für verschiedene Apfelsorten vergleichen. Leider sind die Preise für die Säcke mit unterschiedlichen Gewichten angegeben.

Granny Smith 5 kg nur 10 €	Pink Lady 3 kg nur 9 €	Golden Apple 2 kg nur 5 €
--------------------------------------	----------------------------------	-------------------------------------



Am besten rechne ich die Preise für 1 kg aus.

Schreibe für jede Apfelsorte eine Minitabelle ins Heft und rechne jeweils die Preise für 1 kg aus. Warum kann man so gut vergleichen?



Äpfel (in kg)	Preis (in €)	Äpfel (in kg)	Preis (in €)	Äpfel (in kg)	Preis (in €)
5	10	3	9	2	5
$\downarrow :5$	$\downarrow :5$	$\downarrow :3$	$\downarrow :3$	$\downarrow :2$	$\downarrow :2$
1	2	1	3	1	2,50

b) Auch Emily möchte die Preise im Supermarkt vergleichen.

Birnen (in kg)	Preis (in Euro)	Birnen (in kg)	Preis (in Euro)	Birnen (in kg)	Preis (in Euro)
1	4	1	3	1	3,50
2	8	2	6	2	7
8	32	6	18	12	42



Am besten rechnet man aus, wie viel jeweils 1 kg Birnen kostet.



Aber hier kann ich auch auf 2 kg runterrechnen.



Rechne auf beiden Wegen. Welcher Weg ist einfacher? Warum?

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
5	7,50
18	

1.6 Erarbeiten und Üben (8 - 10 Minuten)

Ziel: Strategie *Auf eine Portion runterrechnen* erarbeiten / wiederholen; Namen der Strategie *Auf eine Portion runterrechnen* diskutieren; weitere Werte in Minitabellen berechnen

Material: --

Umsetzung: a), b) jeweils erst EA, dann UG; c) UG; d), e) EA

Lösung: Jonas rechnet zunächst den Preis für einen Muffin aus, dazu dividiert er auf beiden Seiten durch 5. Um den Preis für 18 Muffins zu erhalten, muss er dann noch auf beiden Seiten mit 18 multiplizieren.

Lösung: 15 Muffins: 30 €, 19 Muffins: 38 €, 22 Muffins: 44 €. Da Jonas einmal den Preis für einen Muffin berechnet hat, kann er schnell die Preise für beliebige Anzahlen an Muffins ausrechnen, da er dafür nur den Preis für einen Muffin mit der gesuchten Anzahl multiplizieren muss.

Hilfestellung: Lernende können hier für die Ermittlung der weiteren Werte auch eine Minitabelle nutzen.

Methode: Der Name soll zunächst diskutiert werden. Die ausgehandelte Antwort schreiben die Lernenden ins Heft.

Lösung: Der Name passt gut, da immer zunächst der Preis / Wert für eine Portion berechnet wird, um dann darauf aufbauend die gesuchten Werte durch Multiplikation zu ermitteln.

Lösung: Neue Ernte kostet pro Liter 1,20 € und Orangentraum 1,50 €. Neue Ernte ist also günstiger.

Hilfestellung: Lernende können hier für die Ermittlung der weiteren Werte auch eine Minitabelle nutzen.

1.6 Auf eine Portion runter- und dann hochrechnen

Jonas soll für die ganze Klasse Muffins kaufen. Seine Mutter weiß nur noch den Preis für 5 Muffins. Jonas braucht 18 Stück und hat seinen Rechenweg mit Pfeilen markiert.

Anzahl der Muffins	Preis (in Euro)
5	2
10	4
18	36



- a) Berechne den Preis für 18 Muffins. Erkläre den Rechenweg von Jonas mit der Minitabelle.
- b) Wieviel kosten 15, 19 und 22 Muffins? Berechne. Erkläre, wie man mit Jonas' Rechenweg für diese Zahlen den Preis berechnet. Geht das für alle Zahlen?

- c) Der Rechenweg von Jonas heißt **Auf eine Portion runter- und dann hochrechnen**. Warum passt der Name gut? Diskutiere zunächst gemeinsam mit den anderen und schreibe deine Antwort dann ins Heft.

- d) Berechne die fehlenden Werte bei den proportionalen Zusammenhängen. Nutze in den Minitabellen dazu den Rechenweg **Auf eine Portion runter- und dann hochrechnen**. Markiere mit Pfeilen an den Tabellen, wie du rechnest.

Pflaumen (in kg)	Preis (in Euro)
3	3
5	15

Milch (in Liter)	Preis (in Euro)
2	0,50
5	2,50

Saft (in Liter)	Preis (in Euro)
4	2
5	10

- e) Sarah möchte die Preise für Orangensaft vergleichen und rechnet dafür die Preise für 1 Liter aus. Welcher Saft ist günstiger? Rechne im Kopf wie Sarah.

Neue Ernte
5 Liter nur 6 €

Orangentraum
2 Liter nur 3 €

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
1	5
5	7,50
18	

Handreichungen – Baustein S5 A

Ich kann bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen

1.7 Erarbeiten und Üben (8 - 10 Minuten)

Ziel: Flexibler Einsatz der erarbeiteten Strategien *Schrittweise Addieren*, *Hochrechnen* und *Auf eine Portion runterrechnen*

Material: KV: Kartensatz S5 A, Aufgabe 1.7; Textmarker oder bunte Stifte

Umsetzung: a) erst EA, dann UG; b), c) UG; d) EA; e) UG; f) Aufgabengenerator (PA)

Methode: Nach Bearbeitung in Einzelarbeit, Minitabellen im UG vergleichen. Falls verschiedene Strategien angewendet wurden, diskutieren, warum das möglich ist.

Zu beachten: Lernende dazu ermutigen, die verschiedenen erarbeiteten Strategien flexibel und aufgabenspezifisch zu nutzen. Da im Vorfeld Aufgaben zu *Auf eine Portion runterrechnen* bearbeitet wurden, nehmen Lernende oftmals nur diese Strategie in den Blick.

Lösung: Die Minitabellen haben je nach Strategie zwei oder drei Zeilen. Es kommt immer darauf an, ob zur Ermittlung des gesuchten Wertes ein oder zwei Rechenschritte notwendig sind.

Methode: Karten offen auf dem Tisch verteilen, nacheinander wählen die Lernenden jeweils eine Karte aus, markieren die Zeilen und berechnen den gesuchten Wert. Die anderen überprüfen. Dann werden die Karten direkt einsortiert: Sind in der Minitabelle zwei oder drei Zeilen notwendig?

Lösung:

Rosen	Preis in €
10	5,50
30	16,50

Zimmer	Farbe in l
1	3
2	6
5	15

Regalfächer	Flaschen
2	16
8	64

Zu beachten: Falls verschiedene Strategien angewendet wurden, diskutieren, warum das möglich ist und ggf. auch, welche Strategie geschickter ist.

Zu beachten: Es sollten nicht zu schwere Situationen ausgewählt werden, sondern solche, die einfach zu berechnen sind.

1.7 Welche Zeilen brauche ich?

a) Um die fehlenden Werte in den Tabellen zu berechnen, sind bestimmte Zeilen besonders wichtig.

Gehe so vor:

1. Markiere zuerst in der Tabelle die Zeilen, die du brauchst.
2. Schreibe diese Zeilen dann in eine Minitabelle in dein Heft.
3. Kennzeichne deine Rechnung im Heft mit Pfeilen.

(1) Wie viel kosten 5 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	0,50
2	
3	
4	2
5	2,50
6	

(2) Wie viel kosten 6 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
2	2,20
3	
4	
5	
6	6,60

(3) Wie viel kosten 3 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
2	
3	6
4	
5	
6	12

(4) Wie viel kosten 6 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
2	5
3	
4	10
5	
6	15

b)

Warum haben deine Minitabellen manchmal zwei und manchmal drei Zeilen? Erkläre an den Beispielen aus a). Welche Wege nutzt du dann jeweils zum rechnen?

c)

Bearbeite die Karten, indem du die wichtigen Zeilen in den Tabellen markierst und den fehlenden Wert berechnest. Sortiere die Karten dann danach, ob zwei oder drei Zeilen bei deinem Rechenweg wichtig sind.

Stück	Preis
1	0,50
2	
3	
4	2
5	2,50
6	

d) Schreibe zu den verschiedenen Situationen Minitabellen in dein Heft. Welche Zeilen brauchst du jeweils?

- 10 Rosen kosten 5,50 €. Wie viel kosten 30 Rosen?
- Zum Streichen braucht man für 2 Zimmer 6 Liter Farbe. Wie viel Liter Farbe braucht man für 5 Zimmer, wenn alle Zimmer gleich groß sind?
- In 8 Regalfächer passen 64 Flaschen Wasser. Wie viele Flaschen passen in 2 Fächer?

e)

Vergleiche deine Minitabellen aus d) mit den Minitabellen der anderen. Wie habt ihr gerechnet? Habt ihr immer die gleichen Zeilen verwendet? Erkläre, falls es nicht so ist.

f)

Finde weitere proportionale Situationen beim Einkaufen, in denen du genauso rechnen würdest. Dein Partner zeichnet die passende Minitabelle und füllt sie aus. Wechselt euch ab.

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
1	7,50
5	
18	

2 Rechnen mit dem festen Faktor

2.1 - 2.2 Erarbeiten und Üben (15 - 20 Minuten)

Ziel: Begriff *Fester Faktor* und dessen Berechnung verstehen; Strategie *Mit dem festen Faktor rechnen* erarbeiten / wiederholen; Namen der Strategie *Mit dem festen Faktor rechnen* diskutieren; weitere Werte in Minitabellen berechnen

Material: --

Umsetzung: 2.1 a), b), c) UG; d), e) EA; 2.2 UG

Methode: Klären, was mit einer Portion genau gemeint ist und was das sein kann (siehe auch 1.4).

Lösung: Die Portion sieht man in der linken Spalte, das Dreifache sieht man horizontal: Der Preis ist immer das Dreifache der angegebenen Kilogramm-Zahl.

Methode: Zunächst genau klären, was ein fester Faktor ist.

Lösung: Man findet den festen Faktor, wenn man den jeweiligen Funktionswert durch die erste Größe dividiert bzw. sich überlegt, das Wievielfache der Funktionswert von der ersten Größe ist. Bei proportionalen Zusammenhängen muss dieser Faktor immer gleich sein. Weitere Werte können durch Multiplikation der ersten Größe mit dem festen Faktor ermittelt werden.

Lösung: Die Gesamtzahl der Kästchen ist immer das Dreifache der senkrechten Kästchenanzahl in einer Spalte.

Methode: Der Name soll zunächst diskutiert werden. Die ausgehandelte Antwort schreiben die Lernenden ins Heft.

Lösung: Der Name passt gut, da zunächst der feste Faktor ermittelt wird und man anhand dessen dann jeden beliebigen Funktionswert durch Multiplikation berechnen kann.

Methode: Vergleich zu den anderen Minitabellen herstellen, die zwei oder drei Zeilen hatten (siehe auch 1.7).

Lösung: Bei der Strategie *Mit dem festen Faktor rechnen* braucht man nur eine Zeile, wenn der feste Faktor gegeben ist, da man dann lediglich die erste Größe mit diesem multipliziert, um den Funktionswert zu ermitteln.

2.1 Rechnen mit dem festen Faktor

a) Im Supermarkt sind die Preise für verschiedene Mengen Zwiebeln aufgelistet. Der Preis ist immer dreimal so viel wie die Portion.

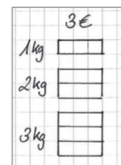
Wo sieht man hier die Portion?
Woran erkennt man, dass es immer dreimal so viel ist? Kennzeichne mit Pfeilen in der Tabelle.

Zwiebeln (in kg)	Preis (in Euro)
1	3
2	6
5	15
10	30

b) Wenn man von links nach rechts immer mit demselben Faktor multiplizieren kann, dann ist der Zusammenhang **proportional**. Der Faktor heißt **fester Faktor**, weil er sich nicht ändert. Wenn es aber nur einmal nicht passt, dann ist der Zusammenhang nicht proportional.

Wie findet man den festen Faktor?
Und wie kann dieser helfen, weitere Werte zu bestimmen?

c) Tim zeichnet die nebenstehenden Streifenbilder zu Aufgabe a).
Wo sieht man in Tims Streifenbildern immer, dass es dreimal so viel ist? Kennzeichne in Tims Zeichnung.



d) Der Rechenweg aus a) heißt **Mit dem festen Faktor rechnen**. Warum passt der Name gut? Diskutiere zunächst gemeinsam mit den anderen und schreibe deine Antwort dann ins Heft.

e) Finde den festen Faktor und berechne damit die fehlenden Werte bei den proportionalen Zusammenhängen in den Tabellen.

Schokolade (in Tafeln)	Preis (in Euro)
1	2
3	6
5	10
12	24

Fester Faktor: 2

Anzahl der Brote	Preis (in Euro)
1	4
2	8
5	20
7	28

Fester Faktor: 4

Tomaten (in kg)	Preis (in Euro)
2	6
3	9
7	21
11	33

Fester Faktor: 3

2.2 Rechnen mit dem festen Faktor in Minitabellen

Wenn ich den festen Faktor kenne, brauche ich nur in einer Zeile von links nach rechts zu rechnen.

Leonie
Was meint Leonie? Warum braucht man bei dem Rechenweg **Mit dem festen Faktor rechnen** bei proportionalen Zusammenhängen in der Minitabelle nur eine Zeile?

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
1	5
5	7,50
18	

Handreichungen – Baustein S5 A

Ich kann bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen

3 Im Kopf hoch- und runterrechnen

3.1 - 3.2 Üben (12 - 15 Minuten)

Ziel: Bei proportionalen Zusammenhängen im Kopf weitere Werte berechnen

Material: KV: Kartensatz S5 A, Aufgabe 3.2

Umsetzung: 3.1 a) erst EA, dann UG; b) UG; 3.2 UG

Methode: Zunächst in Einzelarbeit ermitteln, welches die günstigste Sorte ist. Dann die Ergebnisse in der Gruppe besprechen.

Hintergrund: Um die Preise vergleichen zu können, müssen die Preise für die gleiche Menge berechnet werden. In diesem Fall bietet es sich an, entweder alle Preise für jeweils 100 g, 600 g oder 1200 g zu berechnen.

Lösung: Die Schokolinsen in der 400 g-Tüte sind am Günstigsten.

Methode: Es soll aufbauend auf die eigenen Lösungswege in a) diskutiert werden, welche Portion sich zum Preisvergleich hier besonders anbietet.

Hintergrund: Das Runterrechnen auf eine Portion (hier 1 Gramm) bietet sich nicht immer an. Den Lernenden sollte bewusst sein, dass nicht immer zwingend auf eine Portion runtergerechnet werden muss, sondern sich manchmal auch andere gleiche Portionen anbieten (siehe auch 1.5).

Lösung: Das Runterrechnen auf 1 Gramm ist hier aufgrund der Zahlen zu schwer. Es würden Kommazahlen mit vielen Nachkommastellen entstehen.

Gute gleiche Portionen wären hier 100 g, 600 g oder 1200 g.

Methode: Die Karten liegen offen auf dem Tisch. Nacheinander kann sich in der Gruppe jeder / jede eine aussuchen und rechnet diese laut vor. Die anderen können ggf. unterstützen. Als Variation können die Karten auch verdeckt auf einem Stapel liegen. Die Person, die an der Reihe ist, zieht die oberste Karte und löst diese.

Hilfestellung: Falls eine Aufgabe im Kopf nicht gelöst werden kann, sollten die Lernenden ermutigt werden, eine Minitabelle zu zeichnen und die Aufgabe gemeinsam darin zu lösen.

3.1 Preise vergleichen

a) Leonie möchte von ihrem Aufenthalt in den USA Schokolinsen mitbringen. Welche Sorte ist am günstigsten? Rechne im Kopf und erkläre deine Vorgehensweise.

			
200 g zu 4,20 \$	400 g zu 8 \$	300 g zu 9 \$	100 g zu 2,50 \$
100 g zu 2,10 \$	100 g zu 2 \$	100 g zu 3 \$	100 g zu 2,50 \$

b) Jonas und Emily möchten auch vergleichen, welche Schokolinsen aus a) am günstigsten sind und diskutieren, wie sie das machen können.

Emily: Das kann man gut vergleichen, wenn man alles auf eine Portion runterrechnet.

Jonas: Alle Sorten auf 1 Gramm runterzurechnen ist hier aber ganz schön schwer.

Aber man kann es doch vielleicht auf eine andere gleiche Portion runterrechnen, oder?

Warum ist das Runterrechnen auf 1 Gramm hier so schwer? Was meint Emily? Auf welche andere gleiche Portion könnte man hier runterrechnen?

3.2 Minitabellen im Kopf

Bearbeite die Karten im Kopf. Stell dir dazu eine Minitabelle vor. Wenn das noch nicht bei jeder Aufgabe im Kopf klappt, kannst du dir auch eine Minitabelle aufzeichnen.

Pink Lady Äpfel kosten pro kg 0,50 €. Wie viel kosten 7 kg?
10 Löffeln kosten 2 €. Wie viel kosten 2 Löffel?

Anzahl der Muffins	Preis in Euro
1	7,50
5	18

Standortbestimmung – Baustein S5 A

Name:

Datum:

Kann ich bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen?

1 Idee: „Pro Portion“

- a) 2 Stück kosten 1,60 Euro.
Wie viel kosten 5 Stück?
Berechne und kennzeichne deinen Rechenweg mit Pfeilen in der Tabelle.

Stück	Preis (in Euro)
1	
2	1,60
3	
4	
5	
6	

- b) 8 kg Äpfel kosten 4 Euro.
Wie viel kosten 12 kg Äpfel?
Berechne und erkläre, wie du vorgegangen bist.



2 Rechnen mit dem festen Faktor

- a) Berechne den Preis pro kg und erkläre, wie du vorgegangen bist.

6 kg Zwiebeln kosten 9 €. 1 kg kostet dann _____.

So habe ich gerechnet:

- b) In der Tabelle ist ein Fehler. Ist der Preis pro Stück immer gleich?
Suche und korrigiere. Bestimme dann den fehlenden Wert. Erkläre.

Stück	Preis (in Euro)
3	7,50
5	10,00
7	17,50
8	

So bin ich vorgegangen:



3 Im Kopf hoch- und runterrechnen

Vergleiche die Preise für die verschiedenen Birnensorten.
Welche ist am günstigsten? Schreibe deine Erklärung auf die Rückseite.

Birnen „Delizius“
4 kg nur 12 €

Birnen „Gute Luise“
3 kg nur 7,50 €

Birnen „Williams“
10 kg nur 20 €



Zu Baustein S5 A, Aufgabe 1.7: Kartensatz

Wie viel kosten 10 Stück?		Wie viel kosten 7 Stück?		Wie viel kosten 9 Stück?	
Stück	Preis (in Euro)	Stück	Preis (in Euro)	Stück	Preis (in Euro)
1		1		1	
4	16	2		3	
5		4	2	5	4,50
8		7		7	
10		8		9	

Wie viel kosten 9 Stück?		Wie viel kosten 16 Stück?		Wie viel kosten 4 Stück?	
Stück	Preis (in Euro)	Stück	Preis (in Euro)	Stück	Preis (in Euro)
1		1		1	
3		2		2	
5		4		3	
6	12	12	9	4	
9		16		6	2,40
Wie viel kosten 8 Stück?		Wie viel kosten 15 Stück?		Wie viel kosten 12 Stück?	
Stück	Preis (in Euro)	Stück	Preis (in Euro)	Stück	Preis (in Euro)
1		1		1	
2	1,60	3		3	9,10
4		5	9	6	
8		12		10	
10		15		12	
Wie viel kosten 4 Stück?		Wie viel kosten 3 Stück?		Wie viel kosten 6 Stück?	
Stück	Preis (in Euro)	Stück	Preis (in Euro)	Stück	Preis (in Euro)
1		1		1	
2		3		4	
4		5		6	
6		10		8	
8	4,80	15	45	24	12

Zu Baustein S5 A, Aufgabe 3.2: Kartensatz

10 Muffins kosten 6 €. Wie viel kosten 5 Muffins?	3 Flaschen Cola kosten 1,20 €. Wie viel kosten 6 Flaschen?
5 Schälchen Erdbeeren wiegen 3,5 kg. Wie schwer sind 15 Schälchen?	10 Lollies kosten 2 €. Wie viel kosten 2 Lollies?
15 kg Zwiebeln kosten 10 €. Wie viel kosten 3 kg?	Zum Streichen eines Zimmers braucht man 3 Liter Farbe. Wie viel Farbe braucht man für 6 Zimmer, wenn alle gleich groß sind?
In ein Regalfach passen 9 Dosen Erbsen. Wie viele Dosen passen in 5 Fächer?	Salami kostet pro kg 10 €. Wie viel kosten 100 g?
In 5 Regalfächer passen 30 Flaschen Cola. Wie viele Flaschen passen in 3 Fächer?	6 Tafeln Schokolade kosten 4,80 €. Wie viel kosten 9 Tafeln?
400 g Schinken kosten 3,60 €. Wie viel kosten 700 g?	3 Säcke Äpfel wiegen 7,5 kg. Wie schwer sind 2 Säcke Äpfel?
4 Kugeln Eis kosten 10 €. Wie viel kosten 3 Kugeln?	2 Tuben Zahnpasta kosten 0,80 €. Wie viel kosten 9 Tuben?