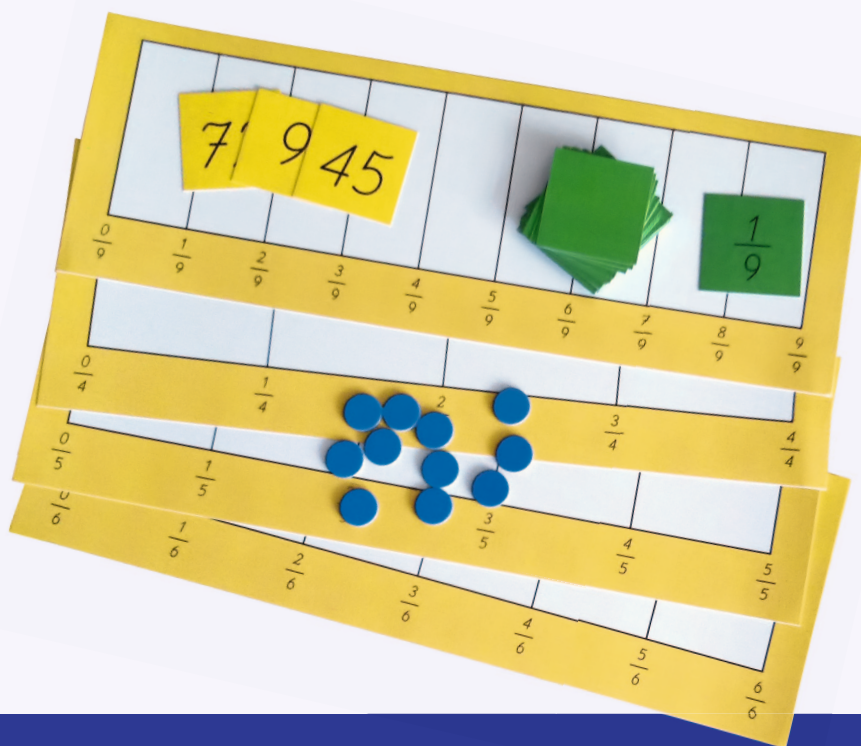


# Mathe sicher können

Auszug  
"D4 B - Ich kann  
Dezimalzahlen mit natür-  
lichen Zahlen multipli-  
zieren und dividieren"  
aus:

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept  
zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen



## Brüche, Prozente, Dezimalzahlen

Ermöglicht durch

Deutsche  
Telekom  
Stiftung



**Cornelsen**

Herausgegeben von  
Susanne Prediger  
Christoph Selter  
Stephan Hußmann  
Marcus Nührenbörger

## So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept

In den 16 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.

**Standortbestimmung – Baustein B4 A**

**Kann ich Addition und Subtraktion von Brüchen verstehen?**

**1 Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen**

a) Rechne aus:  $\frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{\square}{\square}$  Rechnung:

b) Erkläre deine Rechnung mit einem Bild:

c) Rechne aus:  $\frac{9}{11} - \frac{4}{11} = \frac{\square}{\square}$  Rechnung:

☺  
☹

**16 Basiskompetenzen**  
gliedern die Bausteine und verbinden Diagnose und Förderung.

**Diagnose:**  
Mit 2 bis 4 Aufgaben in der Standortbestimmung stellen Sie fest, was die Lernenden schon können.

Die Standortbestimmungen befinden sich im hinteren Teil dieser Handreichungen als Kopiervorlage.

**1 Anteile mit gleichen Nennern zusammenfügen und wegnehmen**

**1.1 Anteile und Aufgaben beim Verteilen sehen**

a) Welchen Anteil bekommt jeder? Mit welchen Plus- und Minus-Aufgaben kann man

- den ganzen Schokoriegel
- Kenans oder Dilaras Anteil vom Schokoriegel beschreiben?

b) Finde weitere Möglichkeiten, wie Dilara und Kenan den Schokoriegel oben teilen können. Schreibe wie in a) passende Aufgaben auf.

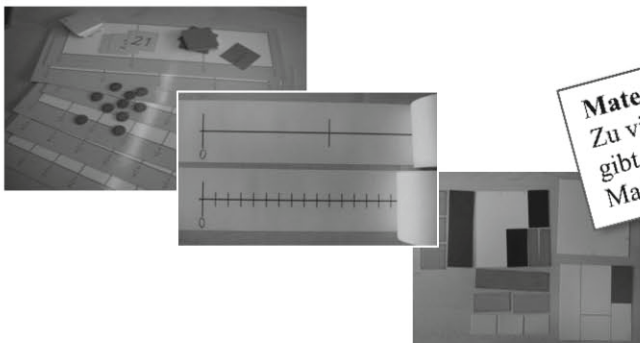
c) Emily und Maurice haben auch Aufgaben geschrieben und gezeichnet:

Emily:  $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} = \frac{10}{10}$

Maurice:  $\frac{5}{10} + \frac{5}{10} = \frac{10}{10}$

**Förderung:**  
Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine passende Fördereinheit, die differenziert und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.



**Material:**  
Zu vielen Förderaufgaben gibt es Material, mit dem man Mathe besser verstehen kann.

Tipps zum Material sind in dieser Handreichung.  
Viele Materialien befinden sich im zugehörigen Materialkoffer von Cornelsen Experimenta

# Mathe sicher können

## Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

### Brüche, Prozente und Dezimalzahlen

#### Herausgegeben von

Susanne Prediger  
Christoph Selter  
Stephan Hußmann  
Marcus Nührenbörger

#### Entwickelt und Erprobt von

Stephan Hußmann  
Birte Pöhler  
Susanne Prediger  
Andrea Schink  
Lara Sprenger

Erarbeitet an der Technischen Universität Dortmund  
im Rahmen von `Mathe sicher können`, einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung.

Herausgeber: Susanne Prediger, Christoph Selter, Stephan Hußmann, Marcus Nührenbörger  
Autorinnen und Autoren: Stephan Hußmann, Birte Pöhler, Susanne Prediger, Andrea Schink,  
Lara Sprenger

Redaktion: Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger

Illustration der Figuren: Andrea Schink

Alle sonstigen Bildrechte für Illustrationen und technische Figuren liegen bei den  
Herausgebern.

Umschlaggestaltung: Corinna Babylon

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:  
**[www.mathe-sicher-koennen.de/Material](http://www.mathe-sicher-koennen.de/Material)**

Die Links zu externen Webseiten Dritter, die in diesem Lehrwerk angegeben sind,  
wurden vor Drucklegung sorgfältig auf ihre Aktualität geprüft. Der Verlag übernimmt keine  
Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Seiten oder solcher,  
die mit ihnen verlinkt sind.

1. Auflage, 1. Druck 2014

© 2014 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt.

Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen  
schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Hinweis zu den §§ 46, 52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche  
Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich  
gemacht werden.

Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

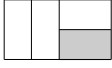
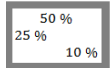

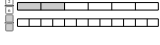


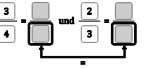
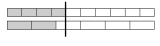

Druck: DBM Druckhaus Berlin-Mitte GmbH

ISBN 978-3-06-006536-3



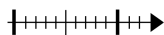
PEFC zertifiziert  
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig  
bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten  
Quellen.  
[www.pefc.de](http://www.pefc.de)

## Inhaltsverzeichnis der Handreichungen Brüche, Prozente und Dezimalzahlen

<b>Hintergrund des Diagnose- und Förderkonzepts</b>		
<i>(Susanne Prediger, Christoph Selter, Stephan Hußmann &amp; Marcus Nührenböcker)</i>		
Ausgangspunkte und Leitideen		7
Strukturierung des Diagnose- und Fördermaterials		7
Strukturierung der Handreichung		9
<b>Einbettung 1: Lernförderliche Unterrichtsmethoden</b>		
<i>(Gastbeitrag von Bärbel Barzel, Markus Ehret, Raja Herold &amp; Timo Leuders)</i>		
		13
<b>Einbettung 2: Anregung und Unterstützung der fachbezogenen Unterrichtsentwicklung</b>		
<i>(Gastbeitrag von Olivia Mitas &amp; Martin Bonsen)</i>		
		17
<b>Bruchverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen</b>		
<b>B1 Brüche und Prozente verstehen</b>		
<i>(Andrea Schink &amp; Susanne Prediger)</i>		
	<b>B1 A</b> Ich kann Anteile von einem Ganzen bestimmen und darstellen	21
	<b>B1 B</b> Ich kann Prozente bestimmen und darstellen	31
	<b>B1 C</b> Ich kann Anteile von Mengen bestimmen und darstellen	38
<b>B2 Gleichwertigkeit verstehen</b>		
<i>(Andrea Schink, Birte Pöhler &amp; Susanne Prediger)</i>		
	<b>B2 A</b> Ich kann gleichwertige Anteile in Bildern und Situationen finden	47
	<b>B2 B</b> Ich kann gleichwertige Brüche durch Erweitern und Kürzen finden	55
	<b>B2 C</b> Ich kann Brüche und Prozente ineinander umwandeln	64
<b>Rechnen mit Brüchen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen</b>		
<b>B3 Brüche und Prozente ordnen</b>		
<i>(Andrea Schink &amp; Susanne Prediger)</i>		
	<b>B3 A</b> Ich kann Brüche gleichnamig machen	73
	<b>B3 B</b> Ich kann Brüche und Prozente vergleichen und der Größe nach ordnen	81
<b>B4 Mit Brüchen rechnen</b>		
<i>(Andrea Schink &amp; Susanne Prediger)</i>		
	<b>B4 A</b> Ich kann Addition und Subtraktion von Brüchen verstehen	91

## Dezimalverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

**D1** Stellenwerte von Dezimalzahlen verstehen  
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)

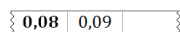


E	z	h	t
2	3	8	5

**D1 A** Ich kann Stellenwerte von Dezimalzahlen verstehen

101

**D2** Dezimalzahlen ordnen und vergleichen  
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)



**D2 A** Ich kann zu Dezimalzahlen Nachbarzahlen angeben und in Schritten zählen

113

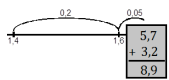
$$0,3 < 0,5$$

**D2 B** Ich kann Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen

122

## Rechnen mit Dezimalzahlen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

**D3** Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen  
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)



**D3 A** Ich kann am Zahlenstrahl und schriftlich addieren und subtrahieren

128

**D4** Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen  
(Lara Sprenger & Stephan Hußmann)

$$8,7 \cdot 10$$

$$8,7 : 10$$

**D4 A** Ich kann Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren und dividieren

139

$$3 \cdot 0,6$$

$$1,8 : 3$$

**D4 B** Ich kann Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren

146

## Zusammenhang von Dezimalzahlen und Brüchen – Hinweise zu dem Diagnose- und Förderbaustein

**DB** Zwischen Brüchen und Dezimalzahlen übersetzen  
(Lara Sprenger, Andrea Schink, Stephan Hußmann & Susanne Prediger)

$$0,2 = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{10} = \square$$

**DB** Ich kann einfache Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln

155

## Kopiervorlagen

165

**Standortbestimmungen (Diagnosebausteine)**  
(Andrea Schink, Lara Sprenger & Birte Pöhler)

## Auswertungstabellen

## D4 B Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren – Didaktischer Hintergrund

### Lerninhalt

Die Multiplikation mit und die Division durch natürliche Zahlen bereitet vielen Schülerinnen und Schülern große Schwierigkeiten, weshalb meist die schriftlichen Verfahren angewendet werden. Doch durch ein fehlendes Stellenwertverständnis kann die Ermittlung des richtigen Ergebnisses behindert werden, da die richtige Position des Kommas nicht gefunden wird. Dies macht die Bedeutung eines tragfähigen Operationsverständnisses der Multiplikation und der Division und eines tragfähigen Stellenwertverständnisses umso wichtiger.

Bei der Multiplikation mit und der Division durch natürliche Zahlen im Bereich der Dezimalzahlen müssen die Lernenden vor allen Dingen die Vorstellungen revidieren, dass eine Multiplikation immer vergrößert und eine Division immer verkleinert. Das Produkt von zwei Dezimalzahlen muss jetzt nicht mehr kleiner sein als seine Faktoren und der Quotient ist nicht mehr unbedingt kleiner als der Dividend (vgl. Schmassmann 2009, S. 168).

### Multiplikation

In den deutschen Lehrbüchern besitzt der erste Faktor meist die Rolle des Multiplikators (Wie viele Gruppen?) und der zweite Faktor die Rolle des Multiplikanden (Wie viele Elemente in jeder Gruppe?).

Bei der Multiplikation im Bereich der Dezimalzahlen fällt es den Lernenden meist leichter, Aufgaben der Art *natürliche Zahl · Dezimalzahl* zu rechnen statt umgekehrt. Deshalb sollte die Kommutativität in diesem Baustein (Aufgabe 1.4) kurz angesprochen werden. Bei Unklarheit der Kommutativität sollte diese im Bereich der natürlichen Zahlen aufgearbeitet werden (Baustein N4 A, Förderbausteine Natürliche Zahlen).

### Division

Ein tragfähiges Operationsverständnis der Division beinhaltet bei den natürlichen Zahlen (Baustein N4 B, Förderbausteine Natürliche Zahlen) zwei Grundvorstellungen: das Verstehen der Division als *Aufteilen* und als *Verteilen* (vgl. KIRA o.J.; Padberg / Benz 2009, S. 152 - 156). Gerade für die Division von natürlichen Zahlen durch Dezimalzahlen ist die Grundvorstellung des Aufteilens von großer Bedeutung, da die Interpretation der Aufgabe  $3 : 0,5 = 6$  als „Wie oft passt die 0,5 in die 3?“ eine gute Strategie zum Lösen dieser Aufgaben bietet.

*Verteilen*: Bekannt ist bei Verteil-Situationen die zu verteilende Gesamtmenge sowie die Anzahl der Gruppen, welchen die einzelnen Objekte zugeordnet werden. Unbekannt ist hingegen, wie viele Objekte sich in einer Gruppe befinden. Eine Verteil-Situation kann gelöst werden, indem sukzessive die Objekte den Gruppen zugeordnet werden. Im Bereich der Dezimalzahlen spielt diese Grundvorstellung allerdings

eine untergeordnete Rolle, da sie nur schwer interpretiert werden kann. Bei Aufgaben des Typs *natürliche Zahl : Dezimalzahl* sind die jeweiligen Gruppen, an die verteilt würde, nicht ganzzahlig, bei Aufgaben des Typs *Dezimalzahl : natürliche Zahl* die Gesamtmenge nicht. Eine Interpretation als Verteil-Situation ist daher nur schwer vorstellbar. Das Verteilen spielt in diesem Baustein nur dann eine Rolle, wenn zu einem gegebenen Bild am Zahlenstrahl passende Aufgaben gefunden werden müssen.

*Aufteilen*: Bei Aufteil-Situationen ist neben der Gesamtmenge die Anzahl der Objekte pro Gruppe bekannt, während nach der Anzahl der Gruppen gefragt ist. Aufteil-Situationen können insbesondere durch wiederholte Subtraktion oder Addition gelöst werden, linear am Zahlenstrahl durch Zeichnen von Bögen mit gegebener Länge des Divisors. Die Aufgaben können durch die Frage „Wie oft passt ... in ...?“ gut interpretiert werden.

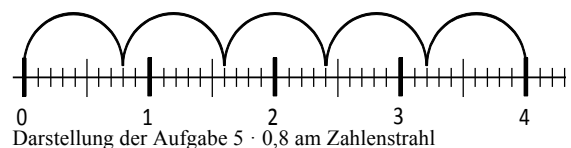
Eine weitere Strategie, die sich für das Lösen von Aufgaben der Art *natürliche Zahl : Dezimalzahl* anbietet, ist das Vereinfachen. Dazu werden sowohl Dividend als auch Divisor mit der gleichen Zehnerzahl multipliziert, sodass beide Zahlen natürliche Zahlen sind. Durch das gleichsinnige Verändern ändert sich der Wert des Quotienten nicht.

### Veranschaulichung und Material

#### Zahlenstrahl

Für die Erarbeitung der Multiplikation und Division wird in diesem Baustein zunächst der Zahlenstrahl genutzt, an dem sowohl die Multiplikation als auch die Division als Reihe gleichgroßer Sprünge darstellbar ist. Dieses Verständnis ist schon bei der Multiplikation und Division natürlicher Zahlen bedeutsam und wird dort bereits aufgegriffen (Bausteine N4 A und N4 B, Förderbausteine Natürliche Zahlen).

*Multiplikation*: Für die Multiplikation am Zahlenstrahl ist es wichtig, dass die Rollen von erstem und zweitem Faktor klar sind. Der erste Faktor gibt an, wie oft ein Bogen derselben Größe gezeichnet wird, der zweite Faktor, wie lang dieser Bogen ist. Deshalb passt zu dem aufgeführten Bild am Zahlenstrahl zwar die Aufgabe  $5 \cdot 0,8 = 4$ , nicht aber die Aufgabe  $0,8 \cdot 5 = 4$ .



*Division*: Für die Division sind aufteilende und verteilende Strategien dann möglich, wenn zu einem Bild am Zahlenstrahl passende Aufgaben gesucht werden sol-

len. Soll allerdings zu einer Aufgabe ein passendes Bild gezeichnet werden, bietet sich lediglich die aufteilende Strategie durch das Einzeichnen von Bögen mit Länge des Divisors an. Für eine verteilende Strategie müsste das Ergebnis und somit die Anzahl der zu zeichnenden Bögen bereits bekannt sein und kann nicht durch die Zeichnung ermittelt werden. Für die Erarbeitung ist ein grundlegendes Verständnis des Zahlenstrahls Voraussetzung (Baustein **D1 A**).

*Multiplikation und Division:* In diesem Baustein ist es, wie auch schon in Baustein **D4 A**, wichtig, den Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division als Umkehroperation zu erwähnen. Zu jedem Bild am Zahlenstrahl, zu dem eine Multiplikationsaufgabe passt, passen auch zwei Divisionsaufgaben, für das Beispiel oben:

- $5 \cdot 0,8 = 4$
- $4 : 0,8 = 5$  (Im Sinne des Aufteilens)
- $4 : 5 = 0,8$  (Im Sinne des Verteilens)

#### Erweiterte Stellenwerttafel

Die erweiterte Stellenwerttafel bietet in diesem Baustein eine gute Veranschaulichung, um Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen zu multiplizieren. Dazu wird der zweite Faktor der Zahl in die Stellenwerttafel eingetragen und jeder Stellenwert wird mit dem ersten Faktor multipliziert.

Z	E	Z	h	t
	4	8		
	↓ <sub>3</sub>	↓ <sub>3</sub>		
	12	24		
	↓	↓		
1	4	4		

Lösung der Aufgabe  $3 \cdot 4,8$  in der Stellenwerttafel

Hierbei ist es wichtig auf richtige Bündelungen in den einzelnen Stellen zu achten. Das Verständnis der erweiterten Stellenwerttafel sowie der Bündelungen ist eine Voraussetzung für einen verständnisbasierten Umgang mit der Multiplikation (Baustein **D1 A** für die Dezimalzahlen, Baustein **N1 B**, Förderbausteine Natürliche Zahlen für die natürlichen Zahlen).

Für die Division kann die Stellenwerttafel genutzt werden, um die Kommaverschiebungsregel und somit die Multiplikation mit und die Division durch Zehnerzahlen (Baustein **D4 A**) zu wiederholen.

#### Aufbau der Förderung

Der Baustein zur Multiplikation und Division von Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen ist in zwei Förderereinheiten unterteilt, die jedoch nicht zwingend nacheinander bearbeitet werden müssen. Es ist durchaus denkbar, **Fördereinheit 1 (Dezimalzahlen mit na-**

**türlichen Zahlen multiplizieren)** und **Fördereinheit 2 (Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen dividieren und umgekehrt)** ineinander zu verschachteln, so dass die Aufgaben auch in der folgenden Reihenfolge bearbeitet werden können: 1.1, 2.1, 1.2, 2.2, 1.3, 2.3, 1.4, 2.4 und 2.5.

In **Fördereinheit 1** wird die Multiplikation mit natürlichen Zahlen zuerst am Zahlenstrahl visualisiert und dann an der Stellenwerttafel erläutert, wobei Bündelungen und die inhaltliche Bedeutung der einzelnen Stellenwerte von großer Bedeutung sind (siehe auch Baustein **D1 A**).

Aufgabe 1.3 thematisiert, wie Multiplikationsergebnisse mit Alltagssituationen überprüft werden können. Als Übung zur Multiplikation folgen strukturierte Päckchen, an denen unter anderem die Gleichwertigkeit der Ergebnisse bei gegensinnigem Verändern der Faktoren entdeckt und thematisiert werden können.

**Fördereinheit 2** ist analog aufgebaut, hier wird allerdings die Division durch natürliche Zahlen und umgekehrt fokussiert. Als Hilfe wird die Kommaverschiebungsregel erläutert, die durch Multiplikation mit einer Zehnerzahl und späterer Korrektur des Ergebnisses anhand der Division durch die gleiche Zehnerzahl, eine Divisionsaufgabe ohne Dezimalzahlen generiert, die den Schülerinnen und Schülern meist leichter fallen. Diese Kommaverschiebungsregel wird vor allem deshalb explizit gemacht, um gerade Lernenden mit einem fehlenden Verständnis der Division einer Dezimalzahl durch eine natürliche Zahl aufzuzeigen, wie und warum man das Komma verschieben kann.

Des Weiteren wird in dieser Einheit neben verschiedenen Übungsaufgaben auch das Dividieren von natürlichen Zahlen durch Dezimalzahlen in 2.4 thematisiert. Hier werden den Lernenden nach eigenem Ausführen einer solchen Division ebenfalls zwei Strategien vorgestellt, die einen Zugang zur Division durch Dezimalzahlen bieten.

In beiden **Fördereinheiten** sollte am Zahlenstrahl immer wieder begründet werden, warum die Bilder zu den jeweiligen Multiplikations- und Divisionsaufgaben passen, um zu verstehen, wo die Zahlen aus den Rechenaufgaben am Zahlenstrahl zu sehen sind, sodass die Lernenden sicher einen Darstellungswechsel in beide Richtungen vollziehen zu können.

#### Weiterführende Literatur

- Padberg, F. (2009): Didaktik der Bruchrechnung. Für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 210 - 234.
- Schmassmann, M. (2009): „Geht das hier ewig weiter?“ In: Fritz, A. / Schmidt, S. (Hrsg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sek I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden. Weinheim: Beltz Praxis, 167 - 185.



## D4 B – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 10 - 15 Minuten

## Hinweise zur Durchführung:

Lernende darauf hinweisen, dass nicht schriftlich gerechnet werden soll. Die Schülerinnen und Schüler sollten in 1 b) und 2 b) angeregt werden, ihren Rechenweg zu notieren und / oder zu erklären.

## Kann ich Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren?

## 1 Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren

a) Welche Multiplikationsaufgabe passt zu dem Bild am Zahlenstrahl?



b) Rechne aus und erkläre, wie du gerechnet hast.

$3 \cdot 5,2 = 15,6$

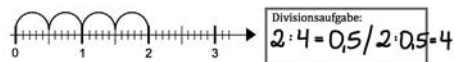
Ich rechne so:  $3 \cdot 5 = 15$   
 $3 \cdot 0,2 = 0,6$   
 $15 + 0,6 = 15,6$

$3 \cdot 5,4 = 16,2$

Ich rechne so:  $3 \cdot 5 = 15$   
 $3 \cdot 0,4 = 1,2$   
 $15 + 1,2 = 16,2$

## 2 Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen dividieren und umgekehrt

a) Welche Divisionsaufgabe passt zu dem Bild am Zahlenstrahl?



b) Rechne aus und erkläre, wie du gerechnet hast.

$9,6 : 3 = 3,2$

Ich rechne so:  $9 : 3 = 3$   
 $0,6 : 3 = 0,2$   
 $3 + 0,2 = 3,2$

$13,2 : 3 = 4,4$

Ich rechne so:  $12 : 3 = 4$   
 $1,2 : 3 = 0,4$   
 $4 + 0,4 = 4,4$

$30 : 0,5 = 60$

Ich rechne so: Ich überlege, wie oft die 0,5 in die 30 passt: 60 mal.

## Hinweise zur Auswertung:

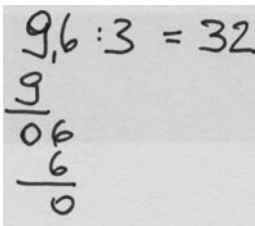
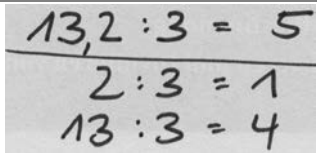
## Übergreifende Fehler

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
Lösung durch wiederholte Addition / Subtraktion, sowohl am Zahlenstrahl, als auch in den formalen Aufgaben.	Es wird ausschließlich die wiederholte Addition / Subtraktion verwendet, da die Multiplikation / Division mit Dezimalzahlen nicht geläufig ist.	Ggf. mündlich nach anderen Rechenwegen fragen. Erarbeitung des Multiplizierens mit und Dividierens durch natürliche Zahlen (1.1 - 1.4; 2.1 - 2.5).
1.a), 2.a)	z.B. $0,4 \cdot 0,8 \cdot 1,2 \cdot 1,6 \cdot 0,8 \cdot 2,0 / 0,5 : 1 : 1,5 : 2$	Zwischenschritte werden am Zahlenstrahl abgelesen und mit einer Rechenoperation verbunden. Vermutlich fehlendes Verständnis des Zahlenstrahls und von Rechenoperationen am Zahlenstrahl.
	z.B. $4 \cdot 5 / 2 : 5$	Es wird mit falschen Stellenwerten gerechnet. Vermutlich fehlendes Verständnis des Zahlenstrahls.
1.b), 2.b)	$3 \cdot 5,4 = 15,12$ da $3 \cdot 5 = 15$ und $3 \cdot 4 = 12$	Fehlerhafte Vorstellung, dass das Komma zwei natürliche Zahlen trennt. Keine Berücksichtigung der Stellenwerte und Bündelungen. Bei der Division hier jedoch korrekt, da keine Bündelungen auftreten.
	$9,6 : 3 = 3,2$ da $9 : 3 = 3$ und $6 : 3 = 2$	Erarbeitung des Multiplizierens mit und Dividierens durch natürliche Zahlen (1.1 - 1.4; 2.1 - 2.5). Evtl. Wiederholung des Dezimalzahlverständnisses (D1 A).
	Es wird schriftlich multipliziert / dividiert.	Es wird ausschließlich das schriftliche Verfahren verwendet, da kein anderer Rechenweg zur Verfügung steht.
		Ggf. mündlich nach anderen Rechenwegen fragen. Erarbeitung des Multiplizierens mit und Dividierens durch natürliche Zahlen (1.1 - 1.4; 2.1 - 2.5).

**Diagnoseaufgabe 1: Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren**

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
b)  z.B. $3 \cdot 5,2 = 15,2$	Es wird nur mit der Zahl vor dem Komma multipliziert, die Nachkommastellen bleiben unberücksichtigt bzw. werden in das Ergebnis übernommen.	Erarbeitung des Multiplizierens von Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen (1.1 - 1.4). Evtl. Wiederholung des Dezimalzahlverständnisses ( <b>D1 A</b> ).

**Diagnoseaufgabe 2: Dezimalzahlen durch Zehnerzahlen dividieren und umgekehrt**

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
b) 	Es wird schriftlich dividiert, das Komma allerdings falsch oder gar nicht gesetzt, da die Kommasetzung beim schriftlichen Verfahren zur Division unklar ist und durch fehlendes Stellenwertverständnis die richtige Position des Kommas nicht ermittelt werden kann.	Erarbeitung des Dividierens von Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen (2.1 - 2.3). Evtl. Wiederholung des Dezimalzahlverständnisses ( <b>D1 A</b> ).
b.2) 	Zusätzlich zur fehlerhaften Vorstellung, dass das Komma zwei natürliche Zahlen trennt, wird die größere durch die kleinere Zahl geteilt. Die Teilergebnisse werden addiert.	
b.3) Nicht bearbeitet.	Keine Vorstellung, was es heißt, eine natürliche Zahl durch eine Dezimalzahl zu dividieren.	Erarbeitung der Division von natürlichen Zahlen durch Dezimalzahlen (2.4 - 2.5).
$30 : 0,5 = 6$	Es wird mit den falschen Stellenwerten gerechnet. Division mit natürlichen Zahlen ohne die Dezimalzahl zu berücksichtigen.	

# 1 Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren

## 1.1 Erarbeiten (15 - 18 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

**Ziel:** Multiplikationsaufgaben zu Bildern am Zahlenstrahl finden und umgekehrt

**Material:** KV: Zahlenstrahlen

**Umsetzung:** a), b), c) jeweils EA, dann UG; d) Aufgabengenerator (PA); e) EA

**Lösung:** Es sind 5 Bögen, die jeweils 0,8 lang sind. Es passen demnach diese beiden Aufgaben, da die eine die richtige Multiplikation angibt, die aber auch als wiederholte Addition verstanden werden kann.

**Hintergrund:** Der erste Faktor gibt an wie oft eine Zahl multipliziert wird, dies entspricht am Zahlenstrahl der Anzahl der Bögen. Der zweite Faktor gibt an, welche Größe multipliziert wird, dies entspricht der Länge der Bögen am Zahlenstrahl. Deshalb passt die Aufgabe  $0,8 \cdot 5$  hier nicht zum Bild.

**Impuls:** Wie müsste das Bild zu  $0,8 \cdot 5$  aussehen? → 0,8 Bögen der Größe 5.

**Lösung:** Erklärungen analog zu a).

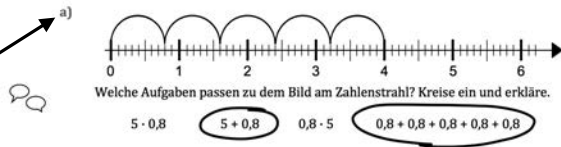
**Methode:** Eventuell vorkommende Unterschiede ansprechen und klären.

**Methode:** Auf individuelle Vorgehensweisen der Lernenden eingehen.

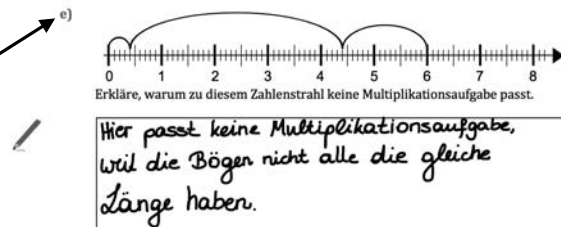
**Methode:** Kopiervorlage mit leeren Zahlenstrahlen dazu nehmen. Lernende können die Bilder dort direkt einzeichnen. Anregen, dass Multiplikationsaufgaben der Art *natürliche Zahl · Dezimalzahl* genannt werden.

**Impuls:** Welche Aufgaben passen denn zu dem Bild? → Additions- / Subtraktionsaufgaben, da die Bögen dabei nicht alle gleich groß sein müssen.

### 1.1 Multiplikationsaufgaben am Zahlenstrahl



d) Eine Person nennt eine Aufgabe, die andere zeichnet sie am Zahlenstrahl ein und nennt das Ergebnis. Wechselt euch ab.



**1.2 Erarbeiten und Üben (12 - 15 Minuten)**

**Ziel:** Multiplikation einer Dezimalzahl mit einer natürlichen Zahl in der Stellenwerttafel verstehen

**Material:** -

**Umsetzung:** a) UG; b) EA und UG; c) EA

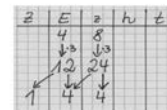
**Lösung:** Der zweite Faktor wird in die Stellenwerttafel eingetragen und die einzelnen Stellen werden mit dem ersten Faktor multipliziert.

**Hintergrund:** Auf Bündelungen bei Zahlen > 9 in der Stellenwerttafel achten, damit die Dezimalzahl direkt abgelesen werden kann. Bei Schwierigkeiten Dezimalzahlverständnis in **D1 A** thematisieren.

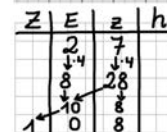
**Methode:** Es geht hier v.a. darum, dass der Rechenweg nachvollzogen, verstanden und anhand der Aufgaben nochmals angewendet wird und nicht nur um die Notation des Ergebnisses.

**1.2 Multiplikation in der Stellenwerttafel**

a) Kenan rechnet die Aufgabe  $3 \cdot 4,8$  in der Stellenwerttafel.  
Erkläre Kenans Rechenweg. Warum kann man aus 12 Einern und 24 Zehnteln die Zahl nicht direkt ablesen?



b) Rechne die Aufgabe  $4 \cdot 2,7$  wie Kenan. Worauf musst du achten? Zeichne dir als Hilfe eine Stellenwerttafel.



c) Rechne auch diese Aufgaben so wie Kenan. Schreibe ins Heft.

- (1)  $5 \cdot 6,9 = 34,5$
- (2)  $2 \cdot 8,5 = 17$
- (3)  $9 \cdot 1,3 = 11,7$
- (4)  $7 \cdot 2,6 = 18,2$
- (5)  $4 \cdot 0,4 = 1,6$
- (6)  $8 \cdot 5,2 = 41,6$

**1.3 - 1.4 Erarbeiten und Üben (12 - 15 Minuten zzgl. Aufgabengeneratoren)**

**Ziel:** Ergebnisse von Multiplikationsaufgaben im Kontext überprüfen; Multiplikationsaufgaben lösen und Zusammenhänge erkennen

**Material:** MB: Ggf. Stellenwerttafel

**Umsetzung:** 1.3 a) UG; b) Aufgabengenerator (PA); 1.4 a) EA; b) UG; c) Aufgabengenerator (PA)

**Typische Schwierigkeit:** Das Komma trennt zwei natürliche Zahlen, beide werden mit dem ersten Faktor multipliziert. Komma bleibt bestehen ohne die verschiedenen Stellenwerte zu berücksichtigen.  
**Hintergrund:** Alltagssituation hilft, um den Fehler aufzudecken. Lernende anregen, bei Unsicherheit ihre Ergebnisse mit Alltagssituationen zu überprüfen.  
**Hilfestellung:** Evtl. mit Stellenwerttafel zeigen.

**Methode:** Anregen, dass Aufgaben der Art *natürliche Zahl · Dezimalzahl* genannt werden.

**Hintergrund:** Faktoren dürfen vertauscht werden, wenn die Rechnung dann leichter fällt (Kommutativität).

**Lösung:** (1) / (2): Das Ergebnis wird jeweils halbiert / gezehntelt, da der erste Faktor halbiert / gezehntelt wird und der zweite gleich bleibt.  
(3): Das Ergebnis bleibt gleich, da gegenseitig verändert wird.

**Hintergrund:** Lernende anregen, a) als Vorbild zu nehmen. Durch die Produktion sollen Zusammenhänge (z.B. gegenseitiges Verändern) zwischen den Aufgaben besser verstanden werden.

**1.3 Überprüfen mit Situationen aus dem Alltag**

a)

b) Stellt euch gegenseitig eine Multiplikationsaufgabe. Der andere löst sie im Kopf oder mithilfe der Stellenwerttafel. Wechselt euch ab.

**1.4 Schöne Päckchen**

a) Rechne die folgenden Aufgaben.

$2 \cdot 3 = 6$	$60 \cdot 4 = 240$	$0,2 \cdot 8 = 1,6$
$1 \cdot 3 = 3$	$6 \cdot 4 = 24$	$0,4 \cdot 4 = 1,6$
$0,5 \cdot 3 = 1,5$	$0,6 \cdot 4 = 2,4$	$0,8 \cdot 2 = 1,6$

b) Schau dir die Aufgaben und Ergebnisse aus a) nochmal an. Was fällt dir auf?

c) Stellt euch gegenseitig Päckchen wie in a). Erklärt auch die Muster.

## 2 Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen dividieren und umgekehrt

### 2.1 Erarbeiten (15 - 18 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

**Ziel:** Multiplikationsaufgaben zu Bildern am Zahlenstrahl finden und umgekehrt

**Material:** KV: Zahlenstrahlen

**Umsetzung:** a), b), c) jeweils EA, dann UG; d) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Im Sinne der Grundvorstellungen zur Division passen hier beide Divisionsaufgaben:

*Aufteilen:*  $4 : 0,8 = 5$

Wie viele Bögen braucht man? Größe *eines* Bogens ist bekannt. Das Ergebnis gibt an, wie viele Bögen gebraucht werden.

*Verteilen:*  $4 : 5 = 0,8$

Wie groß ist *ein* Bogen? Anzahl der Bögen ist bekannt. Das Ergebnis gibt an, wie groß *ein* Bogen sein muss.

Die Division kann auch als wiederholte Subtraktion verstanden werden.

**Lösung:** Erklärungen analog zu a).

**Methode:** Nähe zu 1.1 b) aufzeigen. Dort wurde die Multiplikationsaufgabe zu diesem Bild schon gefunden. Verdeutlichen, dass zu diesen Bildern immer eine Divisions- und eine Multiplikationsaufgabe passen.

**Impuls:** Wo siehst du die Zahlen deiner Aufgabe in dem Bild? → Dividend (Zielzahl), Divisor / Quotient (Anzahl der Bögen), Quotient / Divisor (Länge der Bögen).

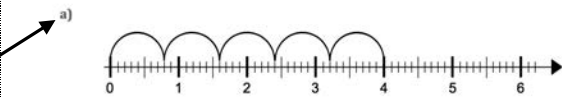
**Zu beachten:** Verdeutlichen, dass Dividend, Divisor und Quotient in dem Bild zu sehen sind.

**Methode:** Kopiervorlage mit leeren Zahlenstrahlen dazu nehmen. Lernende können die Bilder dort direkt einzeichnen.

**Zu beachten:** Alle drei passenden Aufgaben (zwei Divisions- und eine Multiplikationsaufgabe) sollen genannt und wie in a) erklärt werden.

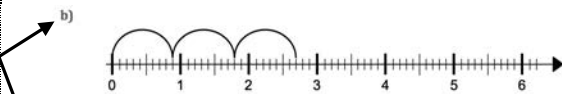
**Impuls:** Welche Aufgaben passen noch zu deinem Bild? Wie kannst du das sehen?

#### 2.1 Rechenaufgaben am Zahlenstrahl



Schau dir das Bild am Zahlenstrahl aus Aufgabe 1.1 noch einmal an. Welche Aufgaben passen noch dazu? Kreise ein und erkläre.

$4 \cdot 0,8 - 0,8 - 0,8 - 0,8 - 0,8$     $4 : 0,8$     $4 : 5$     $5 \cdot 0,8$



Welche Aufgaben passen zu dem Bild am Zahlenstrahl? Erkläre.

Divisionsaufgabe: $2,7 : 3$ / $2,7 : 0,9$	Multiplikationsaufgabe: $3 \cdot 0,9$
--	--



Welche Divisionsaufgabe und welche Multiplikationsaufgabe passen zu diesem Bild? Erkläre.

$3,6 : 6$  /  $3,6 \cdot 0,6$     $6 \cdot 0,6$

d) Eine Person nennt eine Multiplikations- oder eine Divisions-Aufgabe, die andere zeichnet sie am Zahlenstrahl ein und nennt das Ergebnis. Wechselt euch ab.

**2.2 Erarbeiten und Üben (15 - 18 Minuten)**

**Ziel:** Division einer Dezimalzahl durch eine natürliche Zahl mit der Kommaverschiebungsregel verstehen

**Material:** -

**Umsetzung:** a) EA; b) UG; c) EA, dann UG; d) EA

Hintergrund: Dezimalzahl mit der passenden Zehnerzahl multiplizieren, damit das Komma nicht mehr auftaucht. Nach der Division muss das Ergebnis durch die gleiche Zehnerzahl dividiert werden, damit es zu der Ausgangsaufgabe passt.

Hintergrund: Gleichzeitig Wiederholung der Multiplikation mit / Division durch Zehnerzahlen (D4 A).

Zu beachten: Das Ergebnis muss am Ende durch die richtige Zehnerzahl dividiert werden.

Methode: Lernende dazu auffordern, zunächst so kleinschrittig wie Kenan zu rechnen, um die Zusammenhänge nachzuvollziehen und zu verstehen.

Zu beachten: Es geht hier v.a. darum, dass der Rechenweg reflektiert, verstanden und anhand der Aufgaben nochmals angewendet wird und nicht nur um die Notation des Ergebnisses.

2.2 Dividieren

a) Kenan rechnet die Aufgabe  $7,2 : 8$  und erklärt seinen Rechenweg. Ordne den Rechenschritten die richtigen Rechnungen zu. Verbinde.

Ich schaue mir die Aufgabe an.

Ich rechne die  $7,2$  mal  $10$ , damit das Komma weg ist.

Dann rechne ich die Aufgabe aus.

Am Ende teile ich das Ergebnis noch durch  $10$ .

$72 : 8 = 9$

$7,2 : 8$

$9 : 10 = 0,9$

$7,2 \cdot 10 = 72 \rightarrow 72 : 8$

b) Wie funktioniert Kenans Rechenweg?

c) Rechne die Aufgabe  $5,6 : 7$  wie Kenan. Worauf musst du achten?

*Ich muss darauf achten, dass ich das Ergebnis hinterher noch durch 10 teile, da ich vorher  $\cdot 10$  gerechnet habe.*

d) Rechne auch diese Aufgaben so wie Kenan. Schreibe ins Heft.

(1)  $4,8 : 6 = 0,8$

(2)  $3,6 : 9 = 0,4$

(3)  $14,4 : 12 = 1,2$

(4)  $2,4 : 3 = 0,8$

(5)  $6,4 : 8 = 0,8$

(6)  $5,2 : 4 = 1,3$

**2.3 Üben (5 - 8 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)**

**Ziel:** Ergebnisse von Divisionsaufgaben im Kontext überprüfen; Divisionsaufgaben im Kopf lösen

**Material:** MB: Ggf. Stellenwerttafel

**Umsetzung:** a) UG; b) Aufgabengenerator (PA)

Typische Schwierigkeit: Das Komma trennt zwei natürliche Zahlen, beide werden durch den Divisor dividiert. Komma bleibt bestehen ohne die verschiedenen Stellenwerte zu berücksichtigen.

Hintergrund: Alltagssituation hilft, um den Fehler aufzudecken. Lernende anregen, bei Unsicherheit ihre Ergebnisse mit Alltagssituationen zu überprüfen.

Hilfestellung: Evtl. mit Stellenwerttafel zeigen.

Methode: Anregen, dass Aufgaben der Art *Dezimalzahl : natürliche Zahl* genannt werden, die ohne Rest gelöst werden können.


2.3 Überprüfen mit Situationen aus dem Alltag

a) Emily rechnet:

$25,45 : 5 = 5,9$

$25 : 5 = 5$  und  $45 : 5 = 9$

Wenn wir  $25,45$  € auf 5 Kinder aufteilen, bekommt aber nicht jedes Kind  $5,90$  €.



Emily

Tim

Was meint Tim? Wo hat Emily einen Fehler gemacht? Erkläre. Wie kann man schnell erkennen, dass Emily einen Fehler gemacht hat?

b) Stellt euch gegenseitig eine Divisionsaufgabe. Die andere löst sie im Kopf. Wechselt euch ab.

## Handreichungen – Baustein D4 B

Ich kann Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren

### 2.4 Erarbeiten und Üben (15 - 18 Minuten)

**Ziel:** Division natürlicher Zahlen durch Dezimalzahlen verstehen; Rechenstrategien *Vereinfachen* und *Passen in* nachvollziehen, verstehen und anwenden

**Material:** -

**Umsetzung:** a) EA, dann UG; b) UG; c) EA

Methode: Individuelle Erklärungen zulassen – wenn kein Lösungsvorschlag gemacht wird, dann zu b), um Strategien kennenzulernen.

Hintergrund:

*Vereinfachen (Kenan):* Durch das gleichsinnige Verändern von Dividend und Divisor ändert sich das Ergebnis nicht und es kann eine Division im Bereich der natürlichen Zahlen durchgeführt werden.  
*Passen in / Aufteilen (Emily):* Fragestellung, wie oft die Dezimalzahl in die natürliche Zahl passt. Kann z.B. durch ausmessen veranschaulicht werden. Wie viele Stangen der Länge 0,5 m passen in einen 3 m langen Raum? (Evtl. auch am Zahlenstrahl verdeutlichen)

Impuls: Was fällt dir bei den Päckchen auf?

Hintergrund: Über die Zusammenhänge der Zahlen kommunizieren und z.B. entdecken, dass  $24 \cdot 2$  und  $24 : 0,5$  das gleiche Ergebnis haben.

#### 2.4 Durch Dezimalzahlen dividieren

a) Rechne aus und erkläre deinen Rechenweg.

$$20 : 0,5 = \underline{40}$$

b)



Ich rechne beide Zahlen zuerst  $\cdot 10$ , dann kann ich statt  $20 : 0,5$  auch  $200 : 5$  rechnen.



Ich überlege mir: Wie oft passt die 0,5 in die 20?



Wie lösen Kenan und Emily die Aufgabe? Erkläre, was sie sich gedacht haben.

c) Rechne die folgenden Aufgaben.

$2 : 0,5 = \underline{4}$	$24 : 2 = \underline{12}$	$15 : 1 = \underline{15}$
$4 : 0,5 = \underline{8}$	$24 \cdot 2 = \underline{48}$	$15 : 0,1 = \underline{150}$
$8 : 0,5 = \underline{16}$	$24 : 0,5 = \underline{48}$	$15 : 0,01 = \underline{1500}$

### 2.5 Üben (5 - 8 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

**Ziel:** Divisionsaufgaben lösen und Zusammenhänge erkennen

**Material:** -

**Umsetzung:** a) EA; b) UG; c) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Zum Dividieren durch eine Dezimalzahl die Strategien aus 2.4 anregen:

- Vereinfachen / gleichsinniges Verändern
- Wie oft passt die 0,5 in die 3? (Passen in / Aufteilen)

Lösung:

(1) / (2): Das Ergebnis verdoppelt / verzehnfacht sich jeweils, da der Dividend verdoppelt / verzehnfacht wird und der Divisor gleich bleibt.  
 (3): Das Ergebnis bleibt gleich, da gleichsinnig verändert wird.

Hintergrund: Lernende anregen, a) als Vorbild zu nehmen. Durch die Produktion sollen Zusammenhänge (z.B. gleichsinniges Verändern) zwischen den Aufgaben besser verstanden werden.

#### 2.5 Schöne Päckchen

a) Rechne die Aufgaben in den Päckchen. Wie könnte es weitergehen?

$3 : 0,5 = \underline{6}$	$0,5 : 0,1 = \underline{5}$	$1,8 : 2 = \underline{0,9}$
$6 : 0,5 = \underline{12}$	$5 : 0,1 = \underline{50}$	$3,6 : 4 = \underline{0,9}$
$9 : 0,5 = \underline{18}$	$50 : 0,1 = \underline{500}$	$7,2 : 8 = \underline{0,9}$
$12 : 0,5 = \underline{24}$	$500 : 0,1 = \underline{5000}$	$144 : 16 = \underline{0,9}$
$15 : 0,5 = \underline{30}$	$5000 : 0,1 = \underline{50000}$	$28,8 : 32 = \underline{0,9}$

b)

Schau dir die Aufgaben und deine Ergebnisse aus a) nochmal an. Was fällt dir auf?

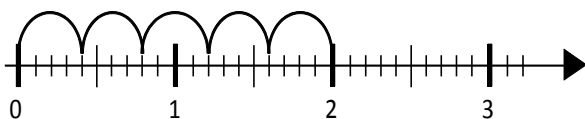
c)

Findet selbst jeweils zwei schöne Päckchen wie in a). Der andere löst diese.

## Kann ich Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren?

### 1 Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren

a) Welche Multiplikationsaufgabe passt zu dem Bild am Zahlenstrahl?



Multiplikationsaufgabe:

b) Rechne aus und erkläre, wie du gerechnet hast.

$3 \cdot 5,2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Ich rechne so:

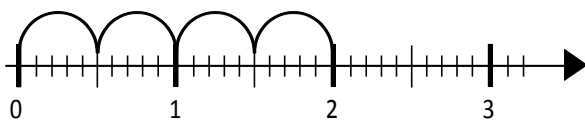
$3 \cdot 5,4 = \underline{\hspace{2cm}}$

Ich rechne so:



### 2 Dezimalzahlen durch natürliche Zahlen dividieren und umgekehrt

a) Welche Divisionsaufgabe passt zu dem Bild am Zahlenstrahl?



Divisionsaufgabe:

b) Rechne aus und erkläre, wie du gerechnet hast.

$9,6 : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

Ich rechne so:

$13,2 : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

Ich rechne so:

$30 : 0,5 = \underline{\hspace{2cm}}$

Ich rechne so:

